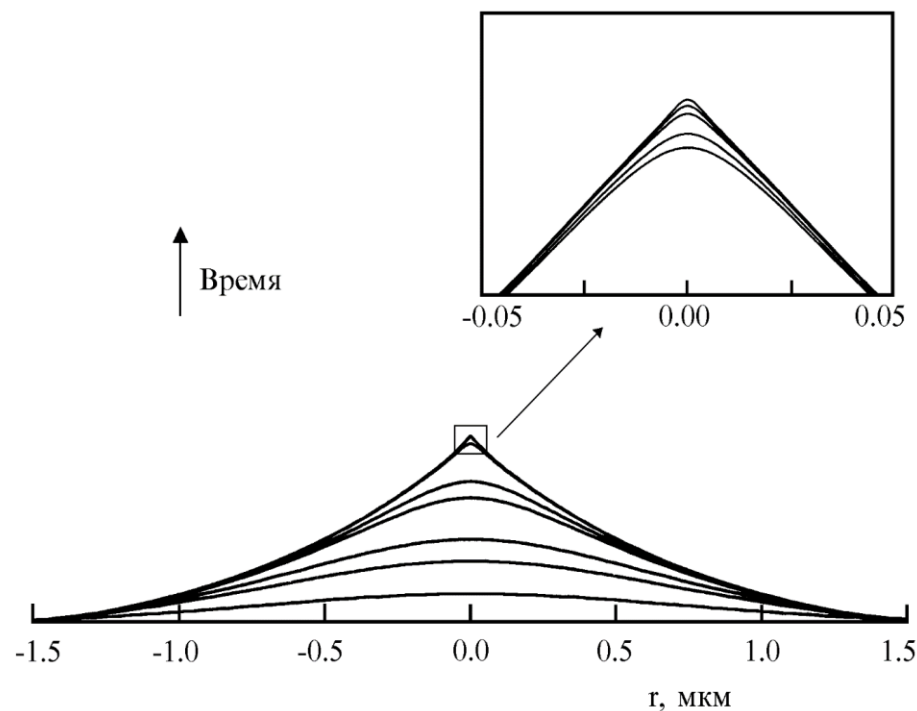
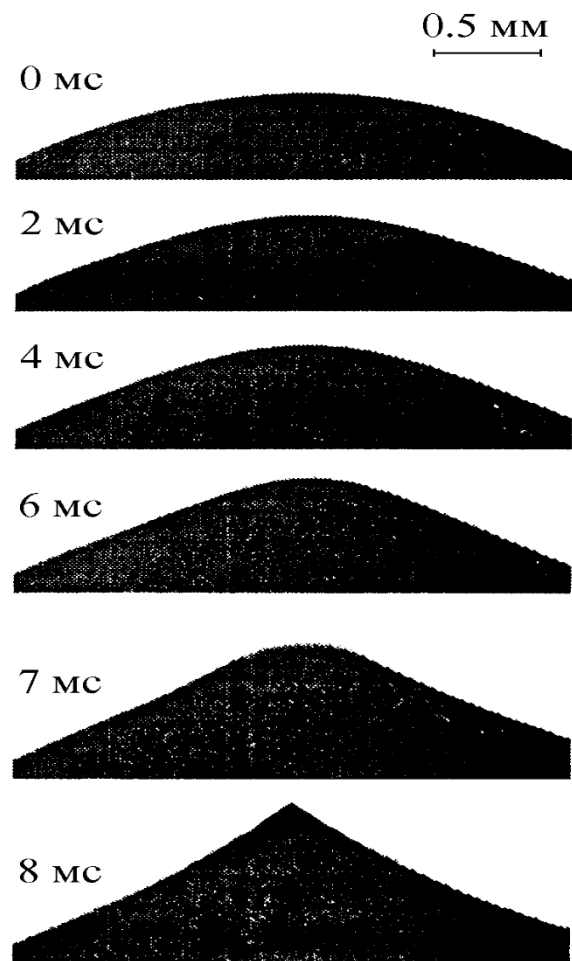


Конические структуры на поверхности жидкости с ионной проводимостью в электрическом поле с учетом влияния объемного и поверхностного зарядов

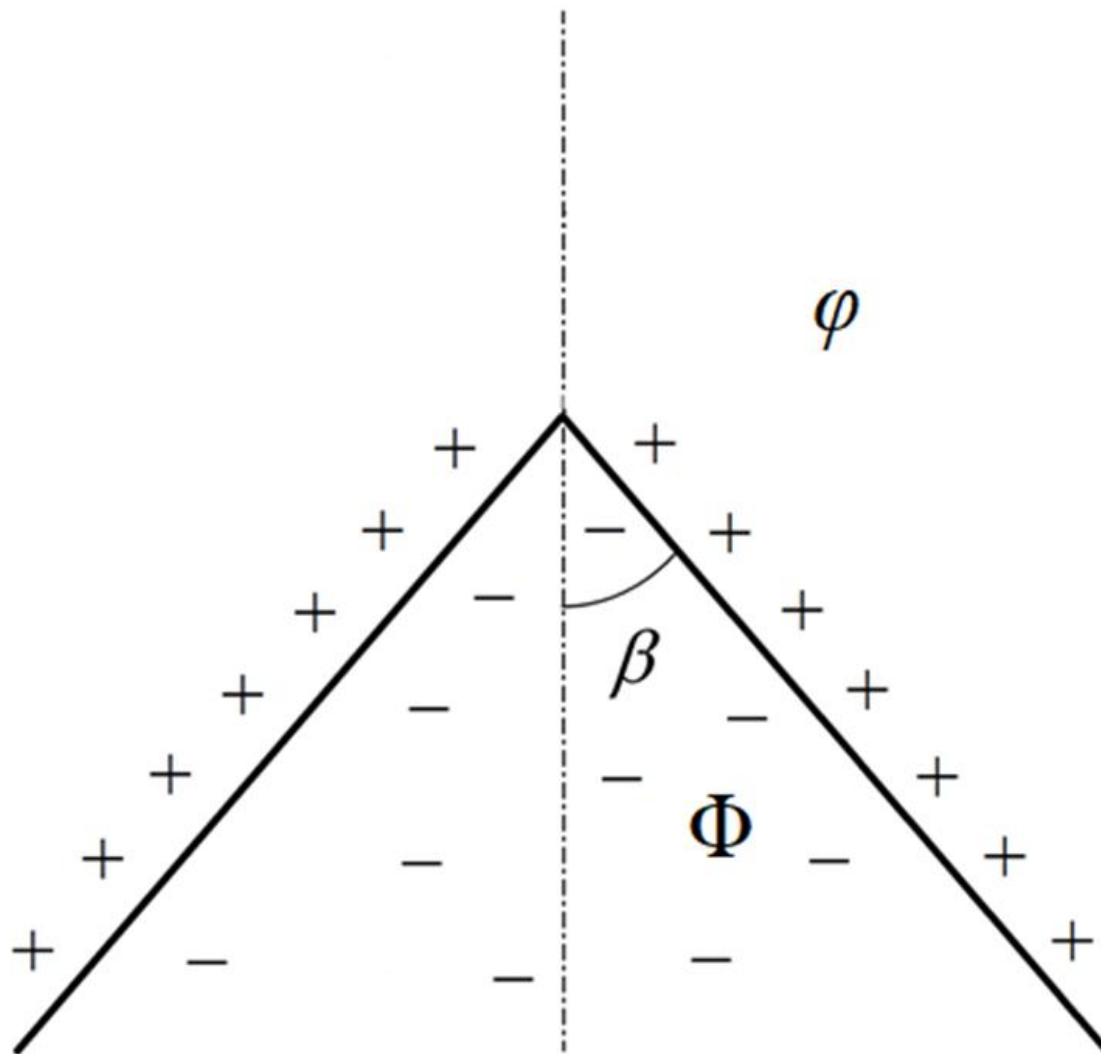
Беляев М. А., аспирант 4 года обучения

Свободная поверхность жидкости становится неустойчивой в сильном внешнем электрическом поле, в результате чего возникают конические образования.



- 1964, Тейлор – угол полураствора конуса на поверхности проводящей жидкости равен 49.3° .
- 1994, Ramos, Castellanos – конусы возникают на поверхности жидкости с $\varepsilon > 17.6$.
- 1994, De La Mota – изучалось влияние объемного заряда носителей, испускаемых с вершины, на угол конуса на проводящей жидкости.
- 2014, 2018, Субботин, Семенов – конусы с учетом ионного тока на его поверхности с образованием струй на вершине, значения могут быть $\varepsilon < 17.6$

Задача 1: конус с дрейфом ионов на поверхности и в объеме жидкости



Основные уравнения

$$\varphi_{RR} + \frac{2}{R} \varphi_R + \frac{1}{R^2} \varphi_{\theta\theta} + \frac{\cot\theta}{R^2} \varphi_\theta = 0, \quad \Phi_{RR} + \frac{2}{R} \Phi_R + \frac{1}{R^2} \Phi_{\theta\theta} + \frac{\cot\theta}{R^2} \Phi_\theta = -\frac{\rho}{\varepsilon_0 \varepsilon},$$

$$\rho \left(\Phi_{RR} + \frac{2}{R} \Phi_R \right) + \rho_R \Phi_R = 0, \quad \sigma \left(\Phi_{RR} + \frac{1}{R} \Phi_R \right) + \sigma_R \Phi_R = 0.$$

Граничные условия

$$\varphi_R = \Phi_R, \quad \theta = \Theta, \quad \frac{1}{R} \varphi_\theta - \frac{\varepsilon}{R} \Phi_\theta = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad \theta = \Theta$$

$$\varphi_\theta = 0, \quad \theta = 0, \quad \Phi_\theta = 0, \quad \theta = \Theta$$

$$\Phi_\theta = 0, \quad \theta = \pi.$$

Баланс давлений

$$p_\alpha = p_E, \quad \frac{\alpha}{R} \cot\Theta = \frac{\varepsilon_0}{2R^2} (\varphi_\theta^2 + (\varepsilon - 1)R^2 \varphi_R^2) |_{\theta=\Theta}$$

Точные решения

Ищем в виде $\varphi(R, \theta) = F(\theta)R^{1/2}$, подставляя в ур-е Лапласа

$$3F/4 + F_{\theta\theta} + \cot\theta F_{\theta} = 0$$

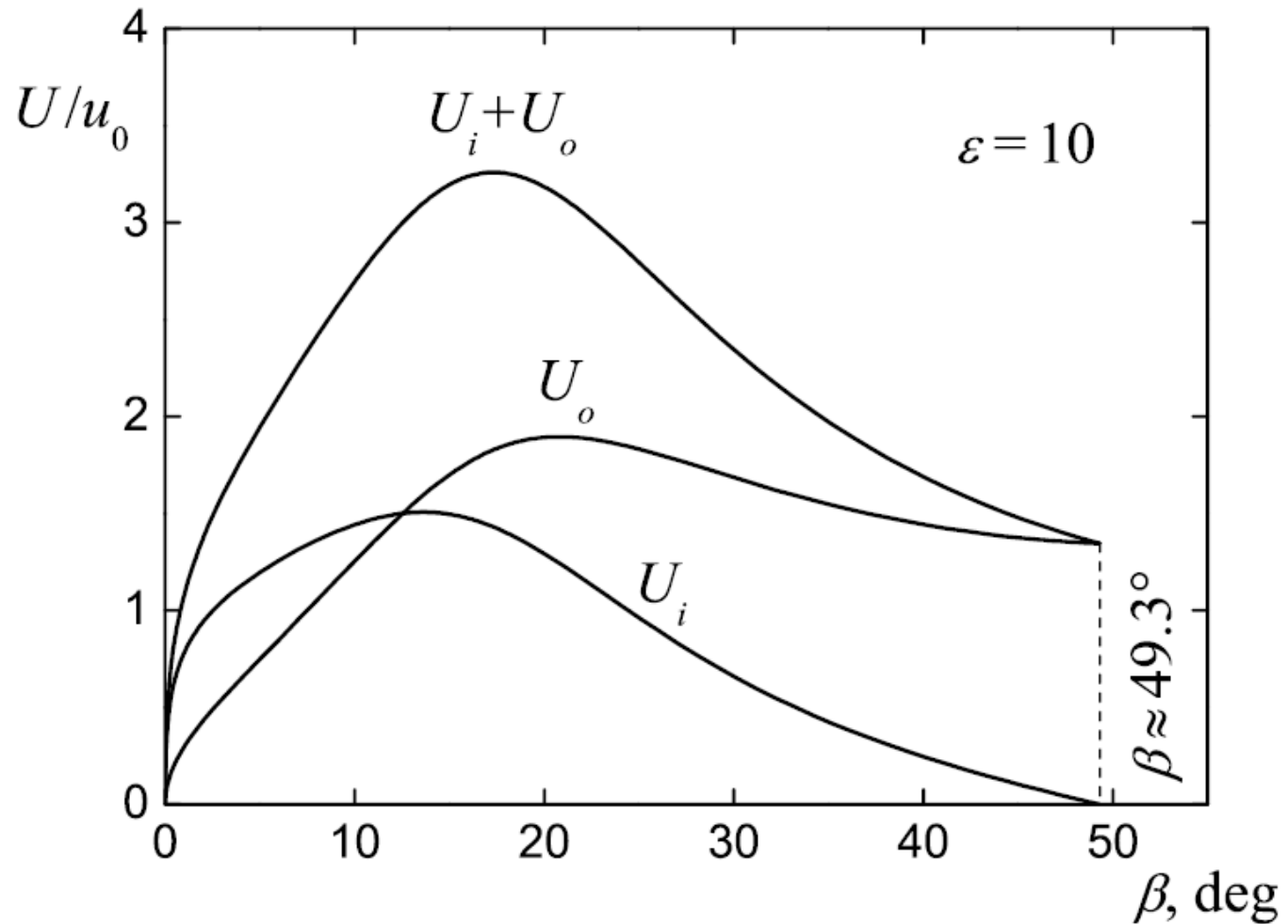
Решение $F = CP_{1/2}(\cos\theta)$, где $P_{1/2}$ – функция Лежандра порядка $1/2$

Для распределения электрического поля и плотности заряда

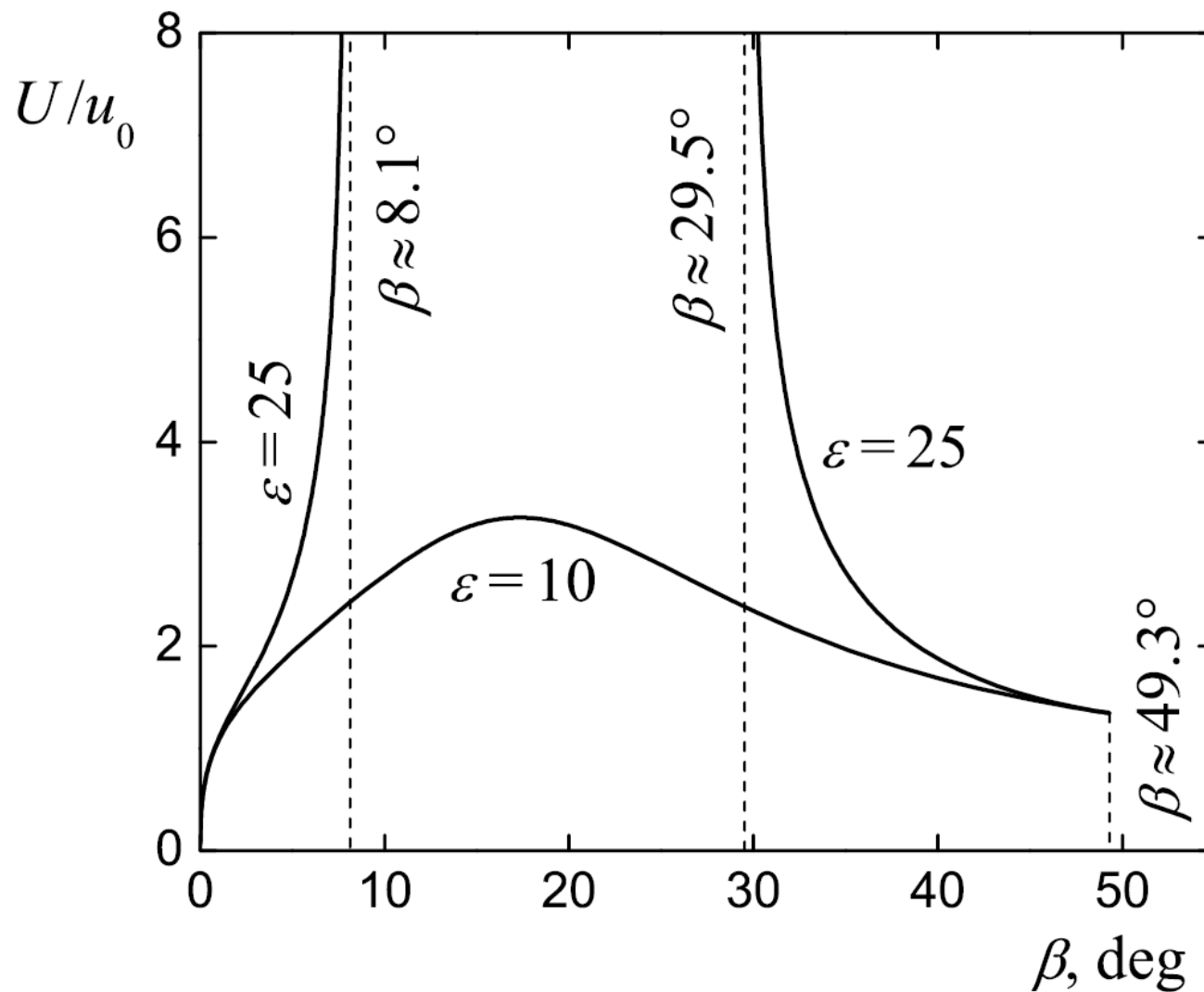
$$\varphi = CP_{1/2}(\cos\theta)R^{1/2}, \quad \Phi = AR^{1/2},$$

$$\rho = BR^{-3/2}, \quad \sigma = DR^{-1/2}$$

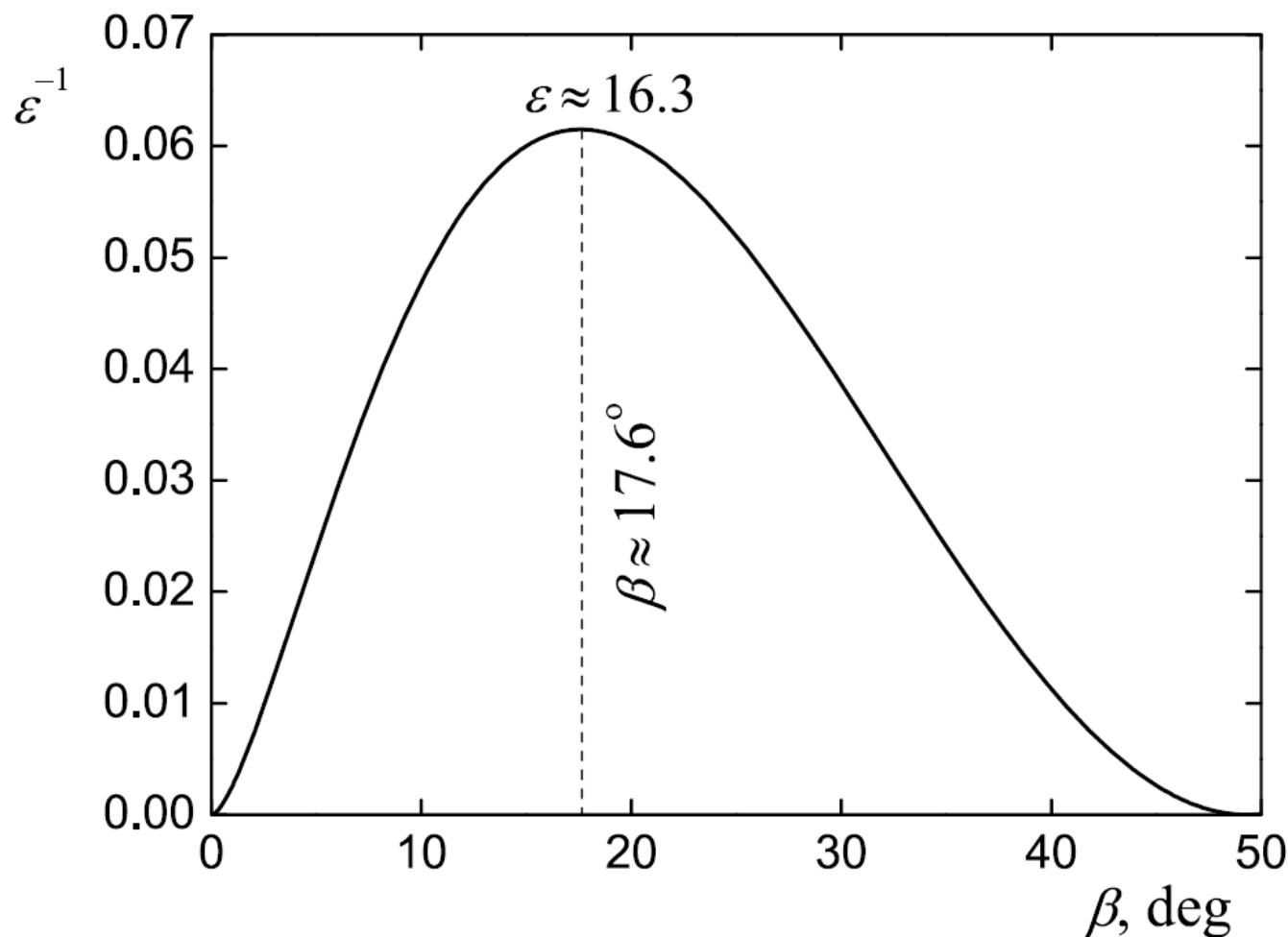
Связь между потенциалом внутри U_i , снаружи U_o и суммарным U и углом конуса



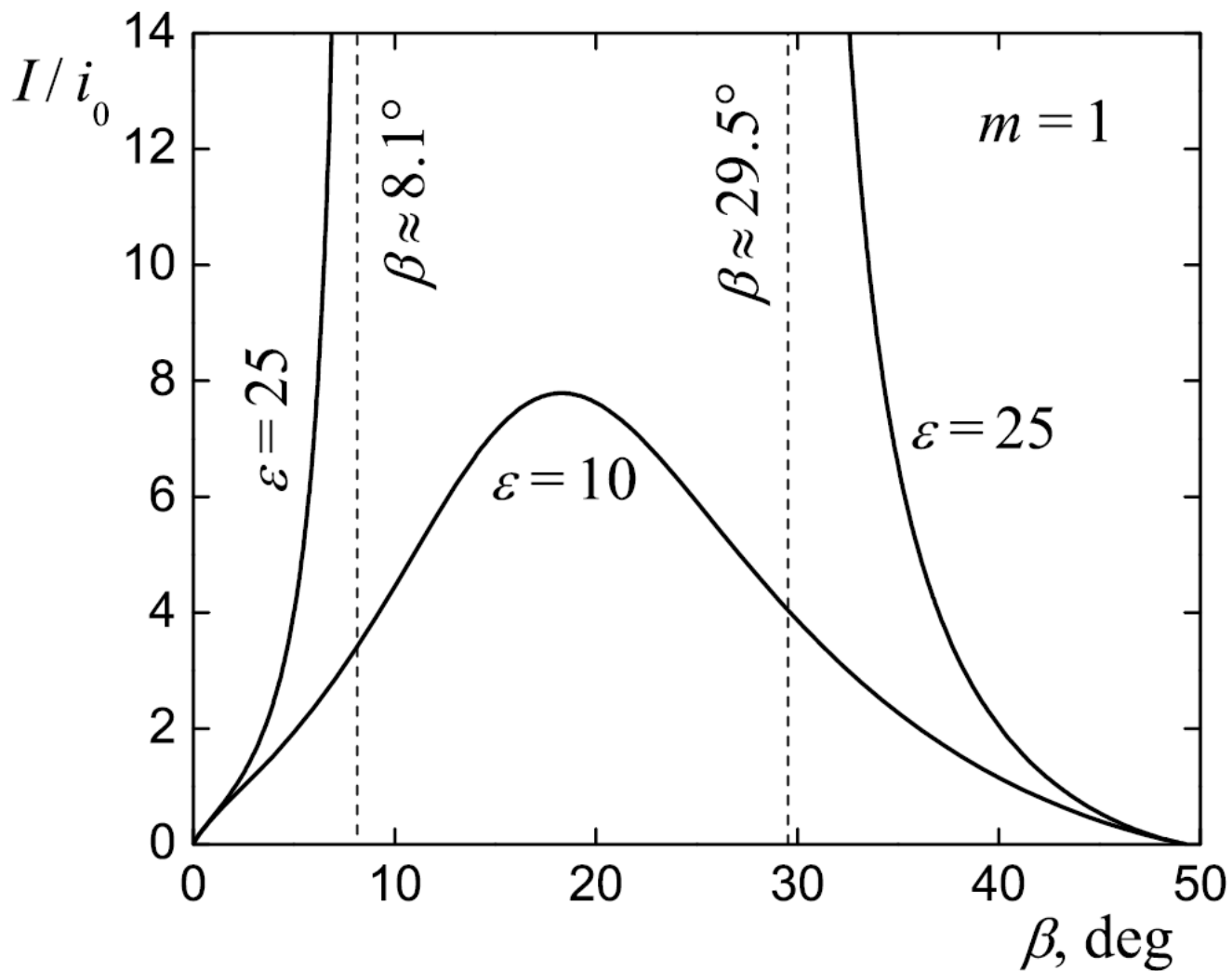
Угловые зависимости полного падения потенциала при
 $\varepsilon = 10, \varepsilon = 25$



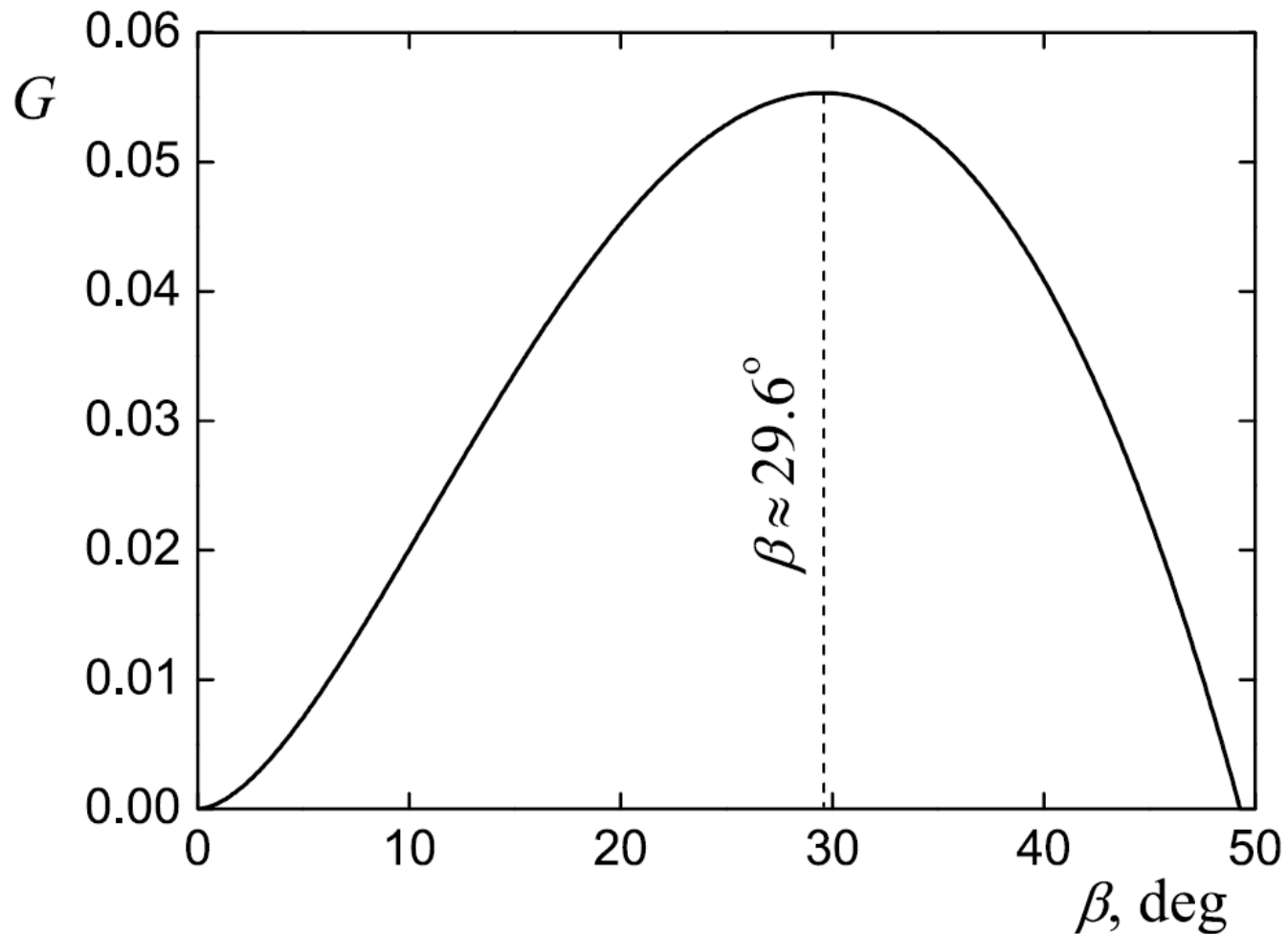
Предельные значения углов отсечки из диапазона $0 \leq \beta < \beta_1$
и $\beta_2 < \beta \leq \beta_T \approx 49.3^\circ$



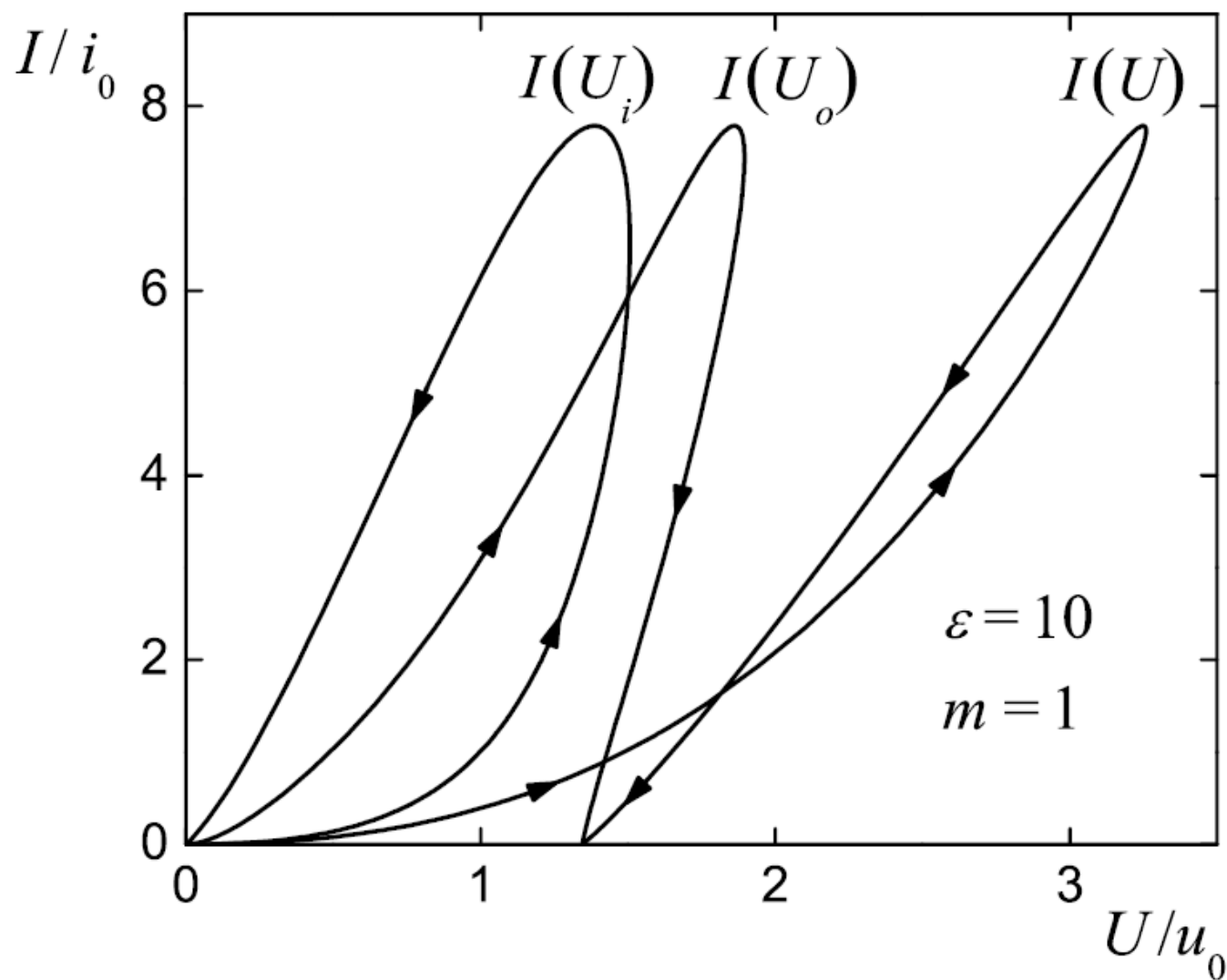
Зависимость между током насыщения и углом конуса



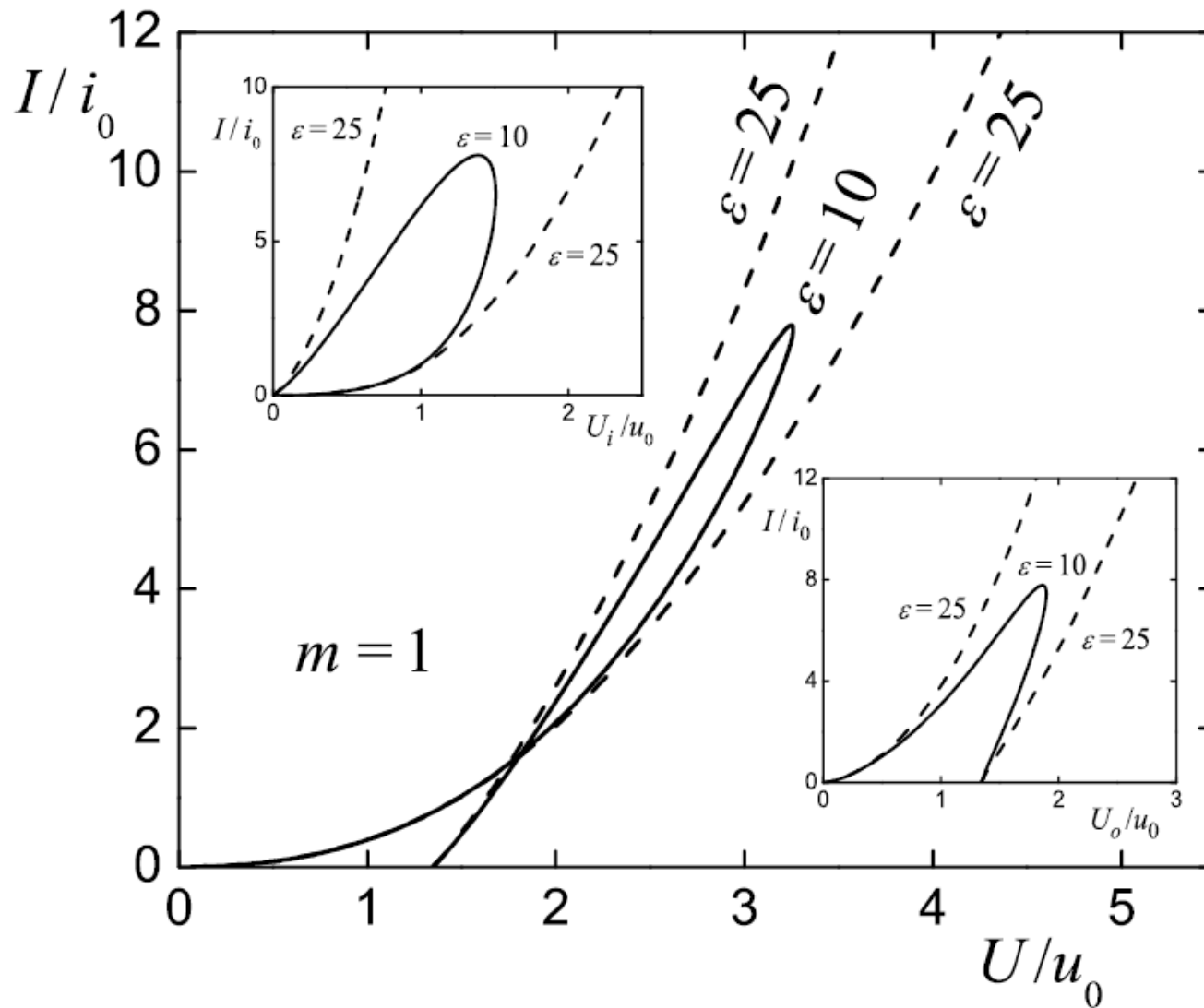
Угловая зависимость для функции, выражающей отношение
токов $\frac{I_a}{I_c} = \varepsilon m G(\beta)$, (m – отношение подвижностей)



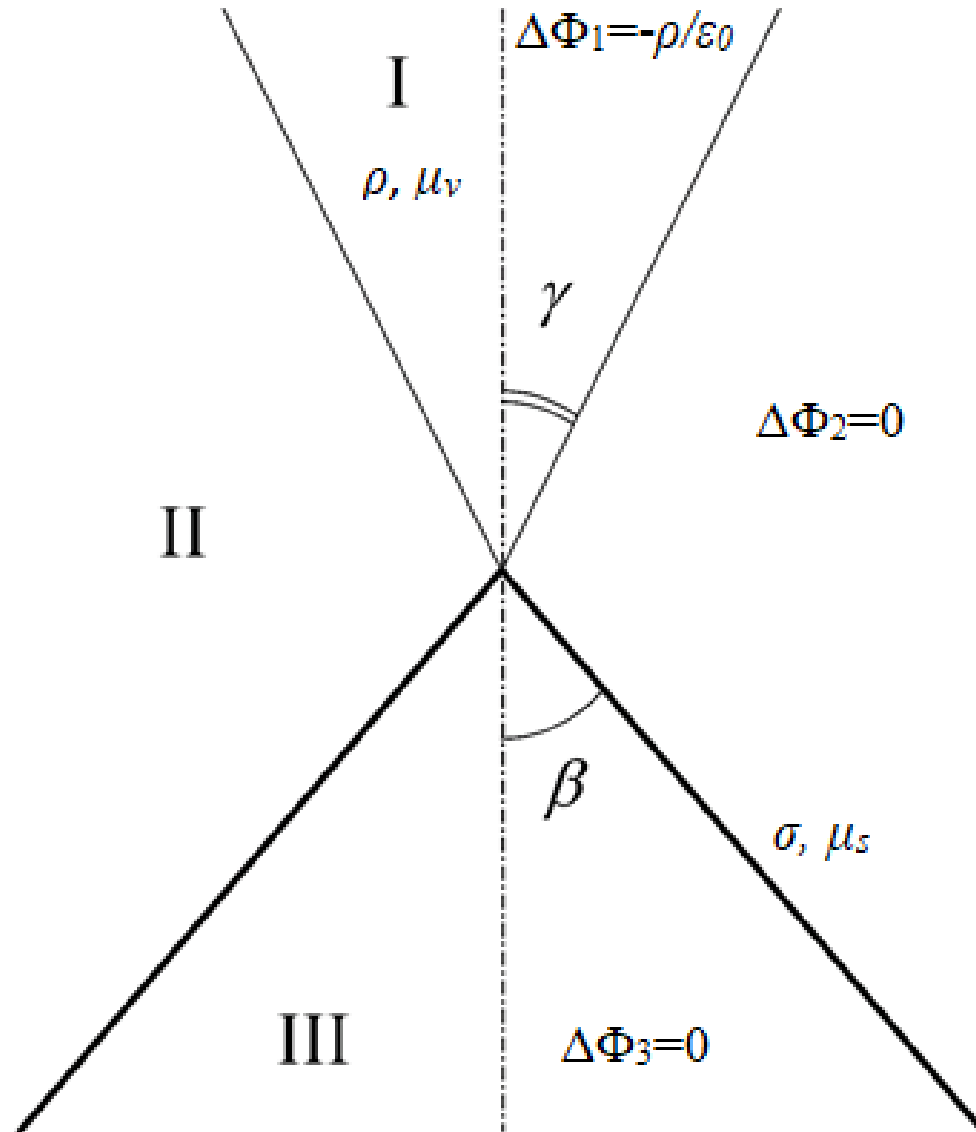
Зависимость тока насыщения от падения потенциала внутри,
 снаружи и суммарного (стрелки показывают возрастание
 угла β)



Вольтамперные характеристики для различных значений диэлектрической проницаемости (асимптотики – закон Герни-Мотта $I \sim U^2$)



Задача 2: конус с током на его поверхности и эмиссией с вершины конуса



Граничные условия

$$\frac{\partial \Phi_2}{\partial R} = \frac{\partial \Phi_3}{\partial R}, \quad \frac{1}{R} \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta} - \varepsilon \frac{\partial \Phi_3}{\partial \theta} \right) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \quad \theta = \pi - \beta$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial R} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial R}, \quad \frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta} = 0, \quad \theta = \gamma$$

$$\frac{\partial \Phi_3}{\partial \theta} = 0, \quad \theta = \pi$$

Баланс электростатического и капиллярного давления

$$p_S = p_E$$

Равенство тока на поверхности и тока эмиссии с вершины

$$I_S = I_v$$

Точные решения

$$\Phi_1 = AR^{1/2}, \quad \Phi_2 = C_1 P_{1/2}(\cos\theta)R^{1/2} + C_2 P_{1/2}(-\cos\theta)R^{1/2},$$

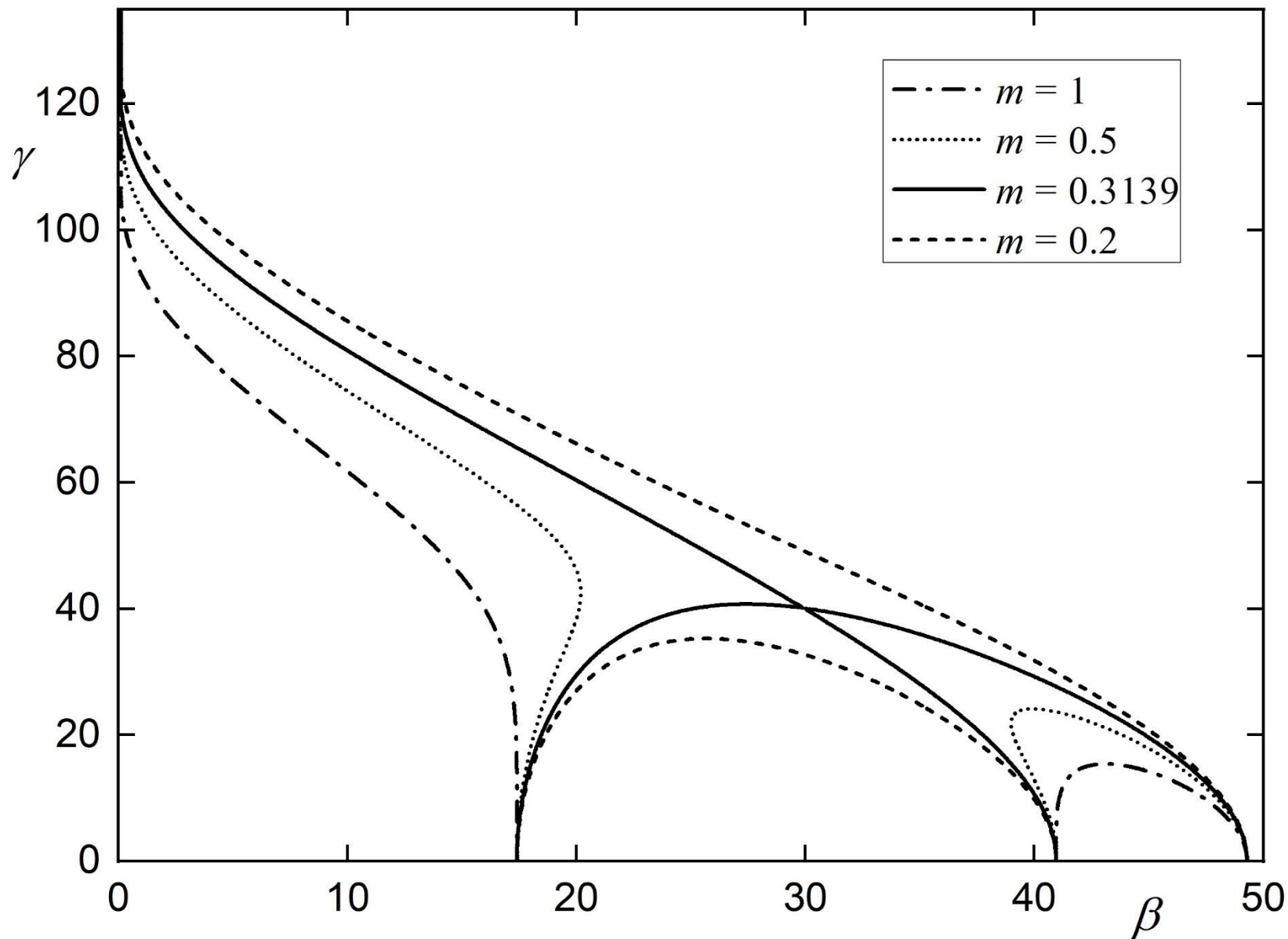
$$\Phi_3 = C_3 P_{1/2}(-\cos\theta)R^{1/2}, \quad \rho = BR^{-3/2}, \quad \sigma = DR^{-1/2}$$

Решение дает возможность найти зависимости между основными характеристиками системы – углами раствора и спрея, током и напряжением.

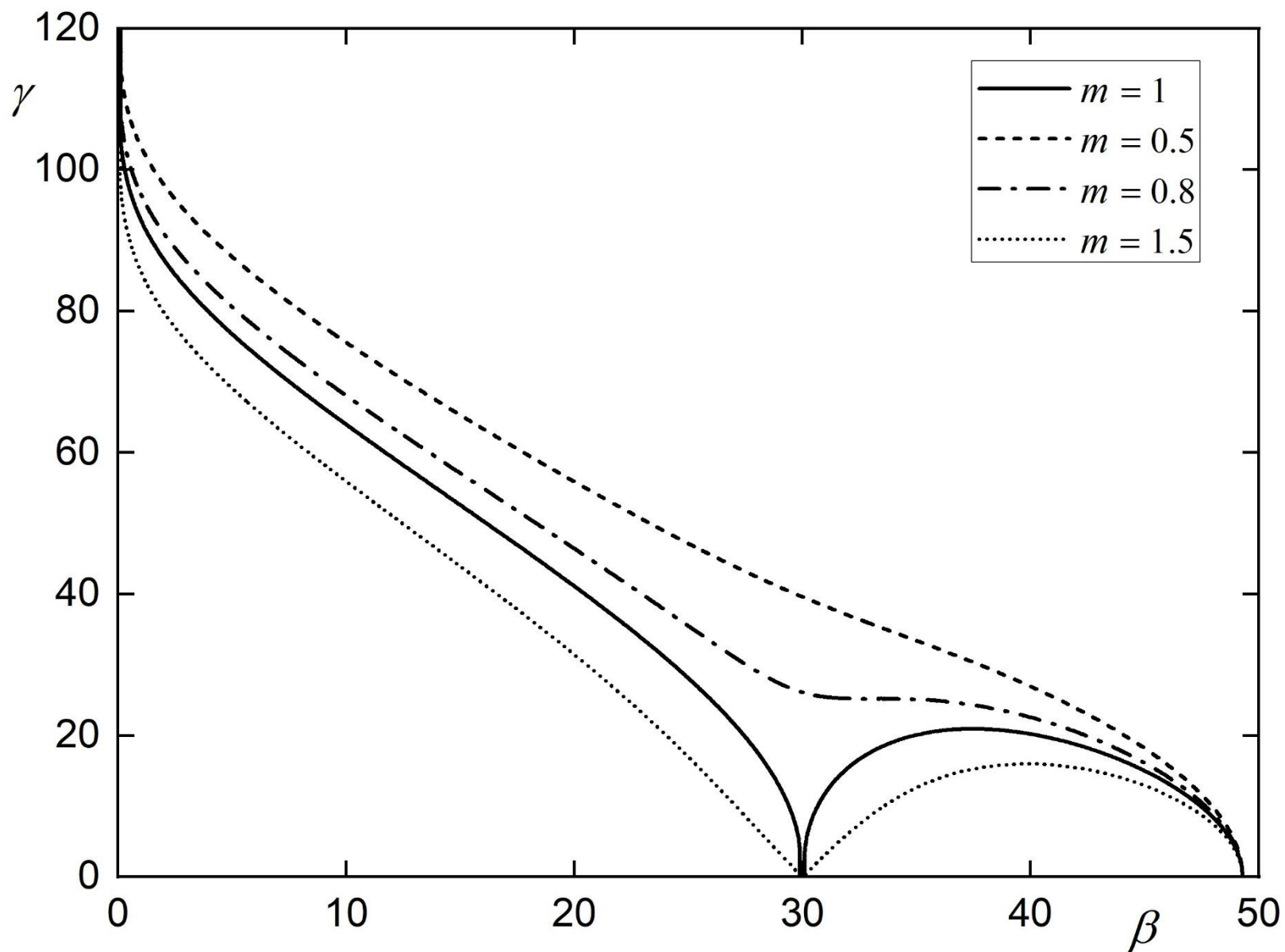
Построим зависимость γ от β при различных значениях ε и m .

$m \equiv \mu_v / \mu_s$ – отношение подвижностей, μ_v – подвижность в объеме, μ_s – подвижность на поверхности

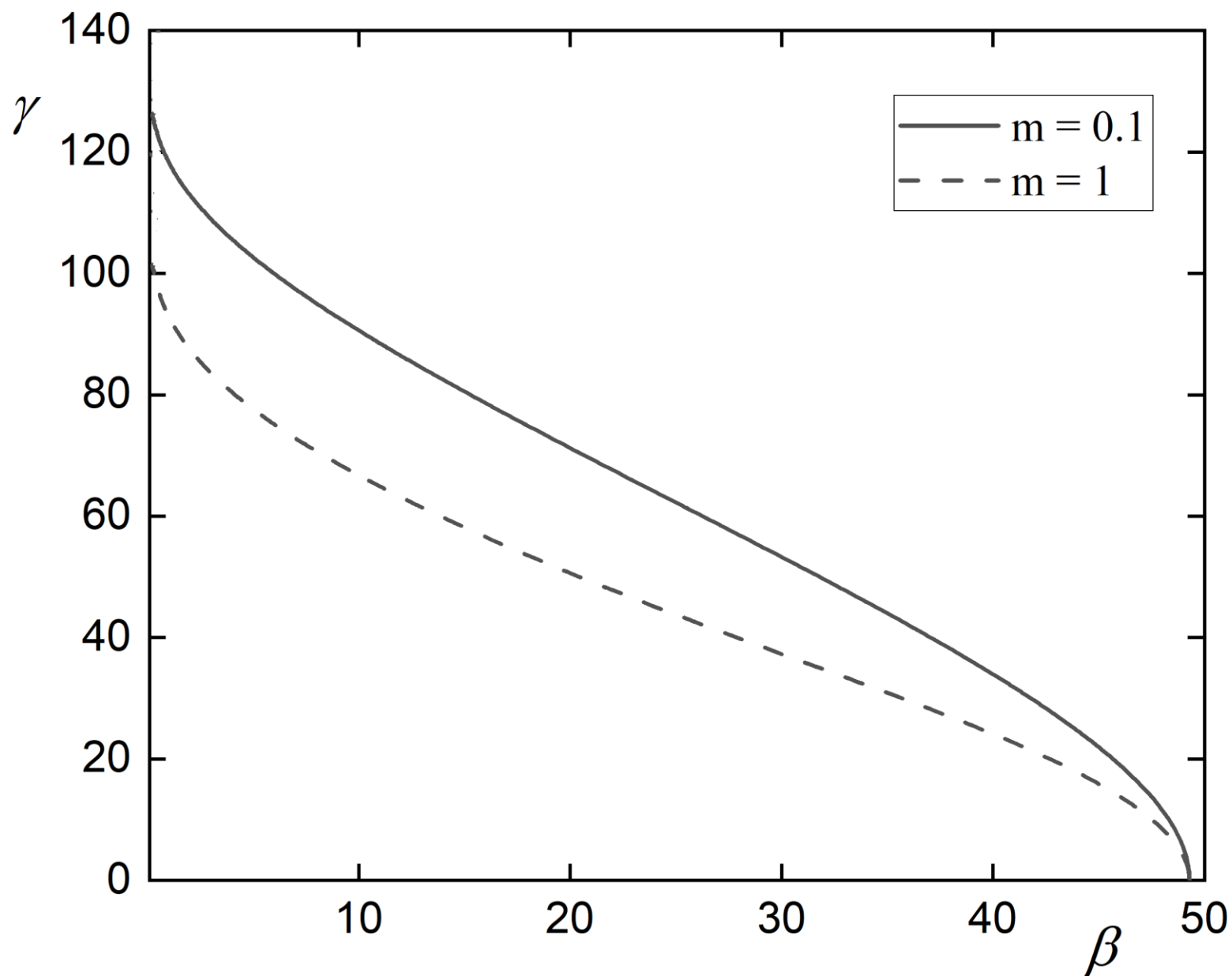
1. Конечные значения m : а) $\varepsilon > \varepsilon_c = 17.6$ при $\varepsilon = 25$



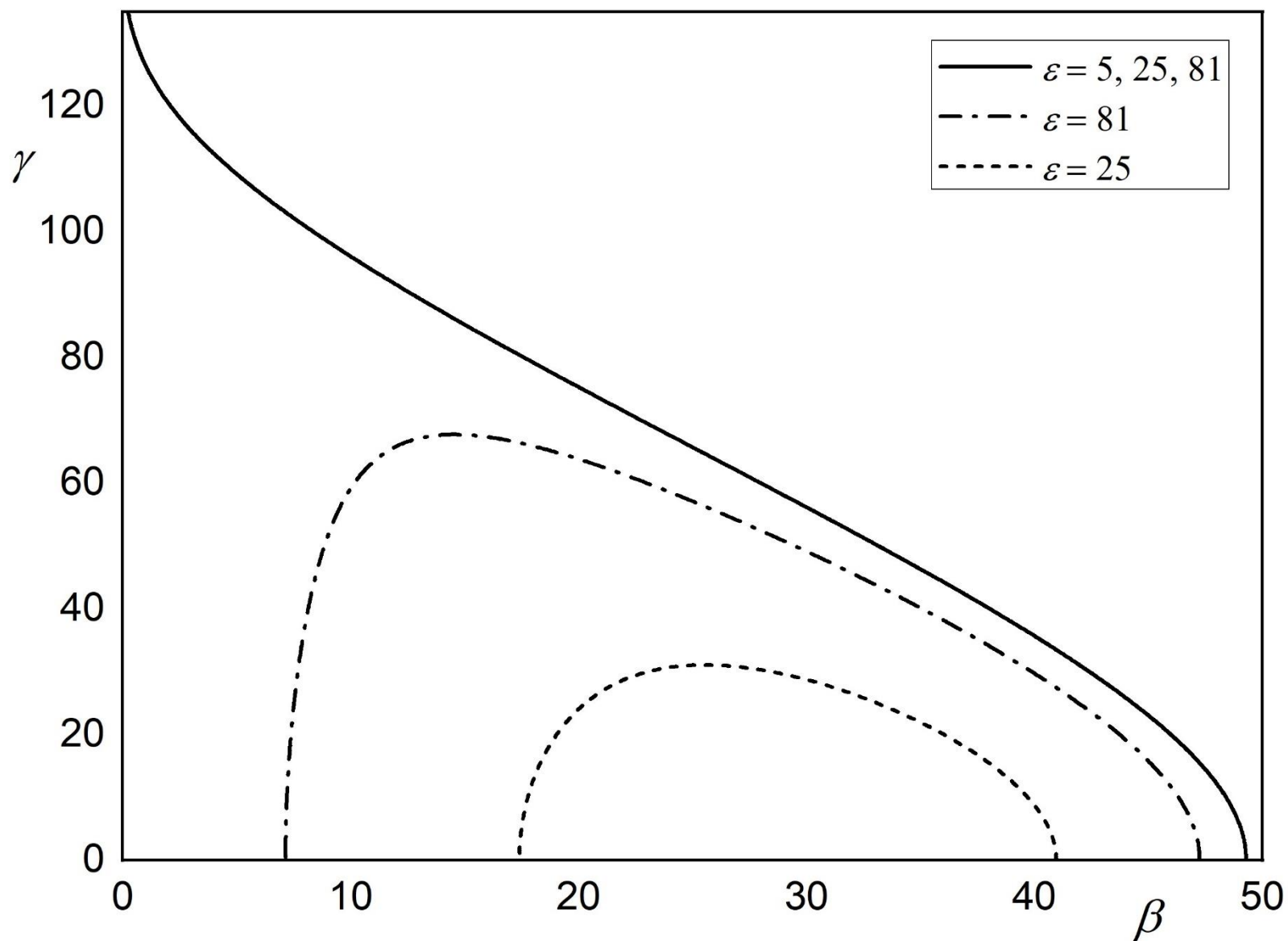
b) $\varepsilon = \varepsilon_c = 17.6$ при конечных значениях m



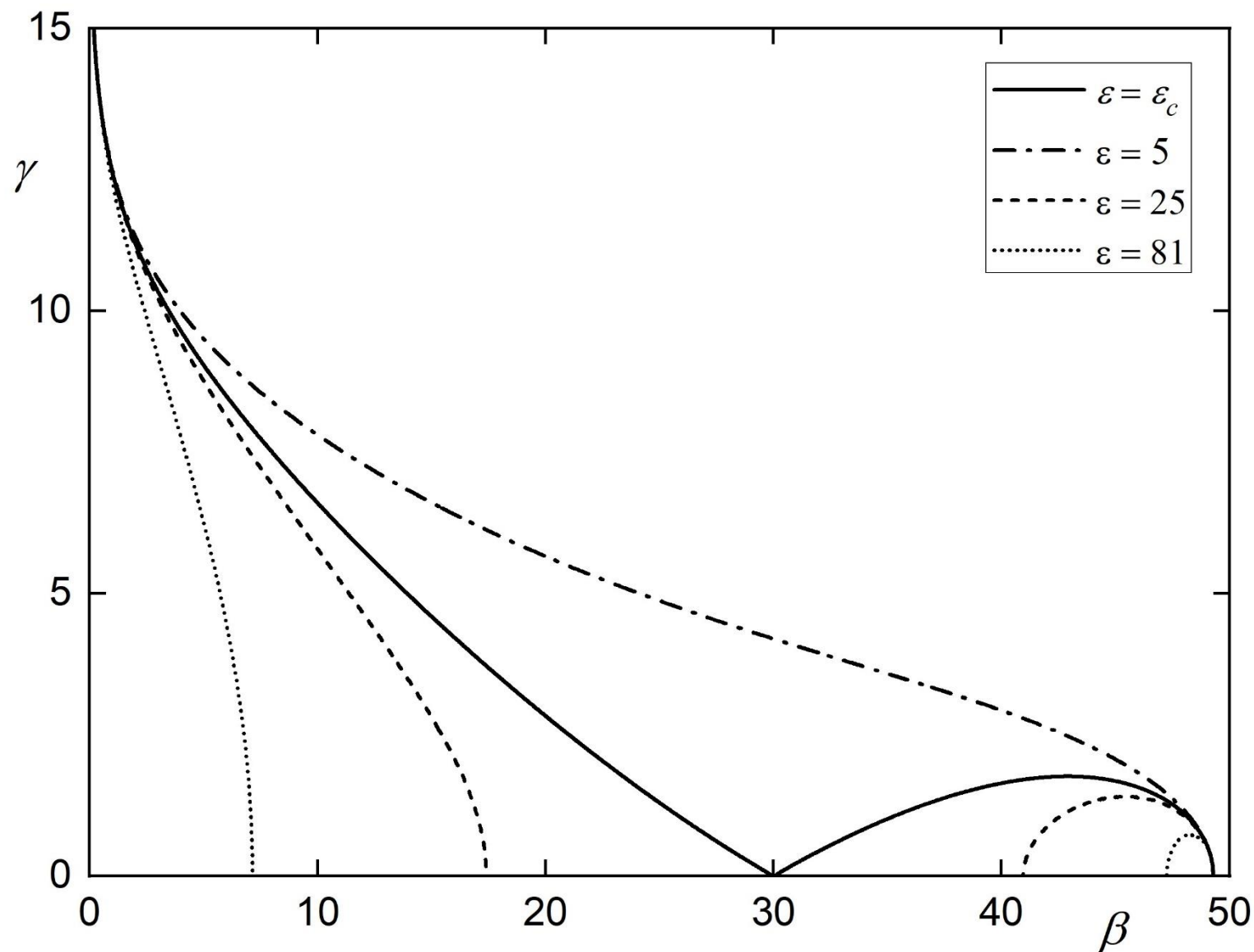
с) $\varepsilon < \varepsilon_c$, при $\varepsilon = 5$ и $m = 0.1, 1$



2. Случай $m = 0$, при $\varepsilon = 5, 25, 81$



3. Случай очень высоких значений m ($m = 100$) при различных ε .



Выводы

1. Для обеих задач удастся найти точные решения, и, тем самым получить зависимости между основными характеристиками задач.
2. Для первой задачи удастся построить угловые зависимости токов и напряжений, вольтамперные характеристики. Определены критерии и диапазон углов для существования конусов
3. Для второй задачи найдена зависимость между углом раствора и разлета носителей заряда. Детально рассмотрены частные и предельные случаи для различных значений проницаемости и отношения подвижностей.