

Российская академия наук  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт электрофизики  
Уральского отделения Российской академии наук  
(ИЭФ УрО РАН)

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«ФИЗИКА И АСТРОНОМИЯ (НАПРАВЛЕННОСТЬ:  
ЭЛЕКТРОФИЗИКА, ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ)»

**Б1.В.ОД.1**

Специальность 03.06.01 – «Физика и астрономия»

**Электронные и ионные процессы в газоразрядных системах  
низкого давления**

Материалы разработал:

д.ф.-м.н.

Никулин С.П.

Учебник предназначен для студентов, аспирантов специальности 03.06.01 и научных работников.

Рассмотрены электронные и ионные процессы, происходящие в газоразрядных системах низкого давления. Описаны основные понятия теории атомных столкновений и подходы, используемые для анализа движения заряженных частиц в таких системах. Представлены экспериментальные и теоретические результаты по изучению различных систем, используемых для зажигания разряда при пониженных давлениях газа. Обсуждаются проблемы, связанные с генерацией однородной плазмы и отбором значительной доли заряженных частиц для формирования интенсивных пучков.

Книгу можно применять в качестве учебного пособия для студентов и аспирантов физических специальностей, в том числе по курсу «Физика и астрономия» по специализации «Электрофизика, электрофизические установки».

	<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	7
<i>Глава 1.</i>	<b>АТОМНЫЕ СТОЛКНОВЕНИЯ</b> .....	10
<b>1.1.</b>	<b>Основные понятия теории столкновений</b> .....	10
1.1.1.	Столкновения. Упругие и неупругие столкновения .....	10
1.1.2.	Системы отсчета, используемые при изучении столкновений ...	11
1.1.3.	Дифференциальное и полное сечение рассеяния .....	13
1.1.4.	Транспортное сечение .....	15
1.1.5.	Макроскопические характеристики столкновений .....	16
<b>1.2.</b>	<b>Упругие столкновения электронов и ионов с атомами</b> .....	20
1.2.1.	Сечение упругого рассеяния электрона на атомах .....	20
1.2.2.	Потери импульса электронов при упругом рассеянии .....	21
1.2.3.	Потери энергии электронов при упругом рассеянии .....	24
1.2.4.	Упругое рассеяние ионов на атомах .....	25
1.2.5.	Резонансная перезарядка .....	28
1.2.6.	Потеря импульса и энергии движущимся ионом .....	29
<b>1.3.</b>	<b>Неупругие столкновения ионов и электронов с атомами</b> .....	30
1.3.1.	Порог и сечение ионизации .....	30
1.3.2.	Частота и константа ионизации .....	34
1.3.3.	Возбуждение и ступенчатая ионизация .....	35
1.3.4.	Другие механизмы ионизации .....	36
1.3.5.	Рекомбинация .....	38
<i>Глава 2.</i>	<b>АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ</b> .....	41
<b>2.1.</b>	<b>Заряженные частицы в электрическом и магнитном полях</b> .	41
2.1.1.	Заряд в потенциальном электрическом поле .....	41
2.1.2.	Заряд в однородном магнитном поле .....	42
2.1.3.	Заряд в скрещенных полях $E \perp B$ .....	43
2.1.4.	Элементарный ток при движении в промежутке одной частицы	44
<b>2.2.</b>	<b>Функция распределения частиц при низких давлениях</b> ....	46
2.2.1.	Кинетическое уравнение и интеграл столкновений .....	47
2.2.2.	Число ударов частиц о стенку .....	49
2.2.3.	Функция распределения в отсутствие электрического поля ....	50
<b>2.3.</b>	<b>Функция распределения частиц в потенциальной яме</b> .....	57
2.3.1.	Кинетическое уравнение для частиц в потенциальной яме .....	57
2.3.2.	Кинетическое уравнение для функции распределения по амплитуде .....	60
2.3.3.	Функция распределения уходящих частиц .....	61
2.3.4.	Кинетическое уравнение с учетом продольного движения частиц .....	62
<i>Глава 3.</i>	<b>ДИОД С ТЕРМОКАТОДОМ</b> .....	67
<b>3.1.</b>	<b>Вакуумный диод с термокатодом</b> .....	67
3.1.1.	ВАХ диода с термокатодом без учета пространственного заряда	68

3.1.2.	ВАХ диода с термокатодом при ограничении тока пространственным зарядом (Закон Чайлда-Ленгмюра) . . . . .	69
3.1.3.	Биполярный диод . . . . .	72
3.1.4.	Закон 3/2 для промежутка между плазмой и электродом . . . . .	73
3.1.5.	Уточнение закона 3/2 для случая ненулевых начальных скоростей . . . . .	75
3.1.6.	Закон 3/2 в цилиндрической и сферической геометриях . . . . .	76
<b>3.2.</b>	<b>Решение задачи о вакуумном диоде с термокатодом в плоской геометрии на кинетическом уровне . . . . .</b>	<b>78</b>
3.2.1.	Область тормозящего поля . . . . .	78
3.2.2.	Область ускоряющего поля . . . . .	81
<b>3.3.</b>	<b>Дуговой разряд с термокатодом . . . . .</b>	<b>84</b>
3.3.1.	Поджиг разряда . . . . .	84
3.3.2.	Характеристики разряда . . . . .	87
3.3.3.	Свободный режим катода . . . . .	88
3.3.4.	Несвободный режим . . . . .	90
3.3.5.	Экспериментальные результаты . . . . .	92
3.3.6.	Переход в самостоятельный режим . . . . .	93
<i>Глава 4.</i>	<b>ТАУНСЕНДОВСКИЙ И ТЛЕЮЩИЙ РАЗРЯДЫ . . . . .</b>	<b>94</b>
<b>4.1.</b>	<b>Процессы в газоразрядном промежутке низкого давления . . . . .</b>	<b>94</b>
4.1.1.	Начальный участок ВАХ газового промежутка . . . . .	94
4.1.2.	Первый коэффициент Таунсенда . . . . .	95
4.1.3.	Закон подобия для $\alpha$ и $\eta$ . Эффект и константа Столетова . . . . .	97
4.1.4.	Усиление тока . . . . .	98
<b>4.2.</b>	<b>Таунсендовский разряд . . . . .</b>	<b>99</b>
4.2.1.	Условие самостоятельности . . . . .	99
4.2.2.	Напряжение зажигания разряда . . . . .	101
4.2.3.	Предельный ток Таунсендовского разряда . . . . .	103
4.2.4.	Переход от таунсендовского разряда к тлеющему . . . . .	104
<b>4.3.</b>	<b>Катодная область тлеющего разряда . . . . .</b>	<b>106</b>
4.3.1.	Структура тлеющего разряда . . . . .	106
4.3.2.	Модель Энгеля – Штеенбека . . . . .	107
4.3.3.	Нормальный и аномальный тлеющие разряды . . . . .	110
4.3.4.	Нелокальные эффекты в катодных частях тлеющего разряда . . . . .	112
4.3.5.	Численное моделирование катодного слоя . . . . .	113
4.3.6.	Отрицательное свечение и Фарадеево темное пространство . . . . .	115
4.3.7.	Переход тлеющего разряда в дуговой . . . . .	116
4.3.8.	Высоковольтный тлеющий разряд (ВТР) . . . . .	117
<i>Глава 5.</i>	<b>РАЗРЯД С ПОЛЫМ КАТОДОМ . . . . .</b>	<b>120</b>
<b>5.1.</b>	<b>Разряды с осциллирующими электронами. Высоковольтная и сильноточная формы разряда . . . . .</b>	<b>120</b>
<b>5.2.</b>	<b>Схема и результаты эксперимента . . . . .</b>	<b>122</b>
<b>5.3.</b>	<b>Модель разряда. Условие самостоятельности . . . . .</b>	<b>124</b>
<b>5.4.</b>	<b>Режим горения с положительным анодным падением и прианодной плазмой . . . . .</b>	<b>130</b>
<b>5.5.</b>	<b>Разряд с полым катодом в длинных трубках . . . . .</b>	<b>133</b>

<b>5.6.</b>	<b>Механизм потерь частиц</b> .....	134
<i>Глава 6.</i>	<b>ТЛЕЮЩИЙ РАЗРЯД С ПОЛЫМ КАТОДОМ ПРИ МАЛОМ РАЗРЯДНОМ ТОКЕ</b> .....	144
<b>6.1.</b>	<b>Анализ устойчивости системы плазма-слой</b> .....	146
<i>6.1.1.</i>	Анализ устойчивости системы плазма-слой в цилиндрической и сферической геометриях в бесстолкновительном приближении .....	146
<i>6.1.2.</i>	Анализ устойчивости плазмы в цилиндрической геометрии в столкновительном режиме .....	150
<b>6.2.</b>	<b>Экспериментальное исследование характеристик тлеющего разряда с цилиндрическим полым катодом</b> .....	155
<i>6.2.1.</i>	Условия эксперимента .....	155
<i>6.2.2.</i>	Результаты эксперимента .....	156
<i>6.2.3.</i>	Обсуждение результатов .....	159
<b>6.3.</b>	<b>ВАХ разряда с полым катодом</b> .....	161
<i>6.3.1.</i>	Кинетическое уравнение для быстрых осциллирующих частиц .....	161
<i>6.3.2.</i>	Результаты расчетов и сравнение с экспериментом .....	163
<i>Глава 7.</i>	<b>РАЗРЯД С ОСЦИЛЛЯЦИЕЙ ЭЛЕКТРОНОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ И ЕГО ИНИЦИИРОВАНИЕ</b> .....	169
<b>7.1.</b>	<b>Экспериментальное исследование характеристик разрядов в магнитном поле</b> .....	171
<i>7.1.1.</i>	Условия эксперимента .....	171
<i>7.1.2.</i>	Результаты экспериментов .....	171
<b>7.2.</b>	<b>Модель разряда в магнитном поле</b> .....	173
<i>7.2.1.</i>	Основные допущения и уравнения модели .....	173
<i>7.2.2.</i>	Условие самостоятельности разряда .....	176
<b>7.3.</b>	<b>Характеристики зажигания разряда в системе типа обращенный магнетрон</b> .....	186
<i>7.3.1.</i>	Условия эксперимента .....	187
<i>7.3.2.</i>	Результаты экспериментов .....	188
<b>7.4.</b>	<b>Численное моделирование процесса зажигания разряда</b> ....	192
<i>7.4.1.</i>	Движение электронов в электрическом и магнитном полях .....	193
<i>7.4.2.</i>	Элементарные процессы .....	197
<i>7.4.3.</i>	Результаты расчетов .....	202
<i>Глава 8.</i>	<b>ГЕНЕРАЦИЯ ОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ В РАЗРЯДАХ С ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ ЭЛЕКТРОНАМИ</b> .....	207
<b>8.1.</b>	<b>Профиль концентрации плазмы в разряде с полым катодом при различных условиях ионизации</b> .....	209
<i>8.1.1.</i>	Профиль плазмы в плоской геометрии .....	209
<i>8.1.2.</i>	Профиль плазмы в цилиндрической геометрии .....	213
<b>8.2.</b>	<b>Получение однородной плазмы в полой катодной системе с учетом продольного ухода ионов</b> .....	216
<i>8.2.1.</i>	Уточнение расчетной модели .....	217
<i>8.2.2.</i>	Результаты расчетов и экспериментов .....	219
<b>8.3.</b>	<b>Получение однородной плазмы в разряде с полым анодом</b> ...	223
<i>8.3.1.</i>	Модель разряда в системе Пеннинговского типа .....	224

8.3.2.	Получение однородной плазмы в модифицированных пеннинговских системах . . . . .	224
<i>Глава 9.</i>	<b>ЭМИССИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ИЗ ТЛЕЮЩИХ РАЗРЯДОВ С ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ ЭЛЕКТРОНАМИ . . . . .</b>	<b>236</b>
9.1.	<b>Экспериментальное исследование эмиссии электронов из разряда в системе типа обращенный магнетрон . . . . .</b>	<b>238</b>
9.1.1.	Экспериментальное исследование малогабаритного эмиттера . . . . .	240
9.1.2.	Экспериментальное исследование крупногабаритного эмиттера . . . . .	243
9.2.	<b>Теоретическое изучение влияния электронной эмиссии на характеристики разряда в магнитном поле . . . . .</b>	<b>246</b>
9.2.1.	Основные допущения . . . . .	246
9.2.2.	Условие самостоятельности . . . . .	247
9.3.	<b>Влияние электронной эмиссии на структуру отражательного разряда с полым катодом . . . . .</b>	<b>252</b>
9.3.1.	Условия эксперимента . . . . .	253
9.3.2.	Результаты эксперимента . . . . .	253
9.4.	<b>Эмиссионные свойства плазмы, ограниченной прикатодной областью разряда низкого давления . . . . .</b>	<b>255</b>
9.4.1.	Расчетная модель . . . . .	255
9.4.2.	Сравнение расчетных и экспериментальных данных . . . . .	257
<i>Глава 10.</i>	<b>ИОННАЯ ЭМИССИЯ ИЗ ТЛЕЮЩИХ РАЗРЯДОВ С ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ ЭЛЕКТРОНАМИ . . . . .</b>	<b>262</b>
10.1.	<b>Влияние ионной эмиссии на характеристики разряда с полым катодом . . . . .</b>	<b>263</b>
10.2.	<b>Влияние потенциала эмиттерного электрода на ионную эмиссию из плазмы . . . . .</b>	<b>268</b>
10.3.	<b>Экспериментальное исследование эмиссии ионов из плазмы разрядов в магнитном поле . . . . .</b>	<b>273</b>
10.4.	<b>Оптимальный уровень отбора ионов из тлеющих разрядов с осцилляцией электронов в магнитном поле . . . . .</b>	<b>280</b>
10.5.	<b>Плотность тока ионной эмиссии . . . . .</b>	<b>286</b>
10.5.1.	Ток ионной эмиссии с учетом ионизации в предслое . . . . .	287
10.5.2.	Ток ионной эмиссии с учетом ион-атомных столкновений в предслое . . . . .	290
	<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ. . . . .</b>	<b>293</b>
	<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК . . . . .</b>	<b>295</b>

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящей книге основное внимание уделено физическим процессам в газоразрядных системах низкого давления, которые являются основой аппаратуры, используемой в различных процессах электронно-ионно-плазменных технологий. В частности, эти системы широко применяются при разработке источников пучков заряженных частиц [1,2]. В таких источниках для сохранения электрической прочности ускоряющего промежутка необходимо обеспечить в нем пониженное давление и соответственно низкое давление должно поддерживаться и в газоразрядной системе источника, которая сообщается с ускоряющим промежутком через эмиссионное окно. В связи с этим большое внимание в книге уделено выявлению оптимальных условий функционирования сильноточной формы разряда, которая чаще всего используется в различных устройствах.

В то же время для ряда приложений необходимо использование сравнительно слабых пучков. В качестве примера можно указать на ионную обработку полимеров, а также на то обстоятельство, что в электронных источниках большинство подготовительных операций перед обработкой необходимо выполнять при малом токе пучка. В связи с этим актуальным является вопрос о возможности реализации в системах, предназначенных для осуществления сильноточного режима, разряда с небольшой силой тока и соответственно о возможности получения слабых пучков. Этот вопрос представляет значительный интерес не только с прикладной точки зрения. Результаты экспериментов [20], в которых изучался тлеющий разряд с полым катодом, имеющим форму длинной цилиндрической трубки, показали, что с уменьшением разрядного тока возможно возникновение ситуации, когда лишь некоторая часть катода принимает участие в разряде. Внешне такая ситуация похожа на то, что наблюдается в режиме нормального тлеющего разряда (НТР), однако в режиме НТР при поддержании постоянного тока разряда и уменьшении давления происходит увеличение площади той части катода, которая участвует в разряде, в то время как в полном катоде увеличение

площади происходит при высоких давлениях, а при низких давлениях уменьшение давления сопровождается уменьшением площади участвующей в разряде поверхности катода. Отсюда ясно, что механизм возникновения этой специфической структуры с частичным заполнением полости плазмой при низких давлениях является отличным, от того, который действует в НТР.

Общей для многих разрядов низкого давления является проблема их инициирования. В частности, для зажигания разряда с полым катодом, как правило, приходится применять различные вспомогательные устройства, генерирующие плазму и инжектирующие ее в катодную полость. Что же касается разряда низкого давления в магнитном поле, то относительно него сложилось другая точка зрения, что с инициированием этого разряда особых проблем нет, так как он зажигается практически при тех же напряжениях, при которых происходит и его горение. Однако это мнение, видимо, сложилось на основании экспериментальных результатов, полученных при зажигании разряда в диапазоне очень низких давлений ( $10^{-5}$ - $10^{-7}$  Торр). В этом диапазоне после зажигания возникает высоковольтная форма разряда, для которой при малых разрядных токах характерно, как уже отмечалось выше, отсутствие значительного объемного заряда. В этих условиях совпадение напряжений зажигания и горения выглядит вполне естественным. Если же после зажигания возникает сильноточная форма разряда, при которой в значительной части промежутка имеется плазма со слабым электрическим полем, и таким образом внешнее электрическое поле существенно искажено, то вполне возможно значительное расхождение между этими двумя величинами.

В последнее время в связи с постепенным внедрением ионных и электронных технологий в производство возрастает интерес к получению пучков с большим поперечным сечением [11], которые дают возможность быстрой обработки крупных деталей без сканирования по поверхности образца или без его перемещения, а также для одновременной обработки большой партии мелких деталей. Очевидным требованием к таким пучкам является обеспечение равномерности распределения плотности тока по его сечению. Наличие равномерной ионизации в случае разрядов высокого давления, в

которых исчезновение заряженных частиц происходит в результате объёмной рекомбинации, приводит к возникновению однородной плазмы, по крайней мере на некоторое время до раскачки того или иного типа неустойчивости [15]. Однако в разрядах низкого давления, в которых частицы уходят из разряда на электроды, ситуация существенно иная и сделанный вывод перестает быть справедливым. Для выявления возможности получения однородной плазмы в этом случае необходим совместный анализ условий генерации заряженных частиц и их движения.

Еще одним принципиальным моментом при рассмотрении характеристик разрядов является то, что эти характеристики могут существенно измениться при переходе в режим отбора части заряженных частиц в ускоряющий промежуток для формирования пучка. Например, очевидно, что отбор части ионов и соответственно уменьшение ионного тока на катоде приведет к ослаблению интенсивности  $\gamma$  - процессов и затруднит поддержание разряда. К таким же нежелательным последствиям может привести и отбор электронов, приводящий к ослаблению интенсивности ионизационных процессов в разрядном промежутке. В связи с этим в книге большое внимание уделено изучению влияния эмиссии заряженных частиц на характеристики разряда.

В книге изложены как классические теории разрядов низкого давления, так и новые результаты, полученные, в том числе, и автором книги.

## Глава 1. АТОМНЫЕ СТОЛКНОВЕНИЯ

### 1.1. Основные понятия теории столкновений

#### 1.1.1. Столкновения. Упругие и неупругие столкновения

Все отлично понимают, что такое точка или прямая до тех пор, пока их не попросят этого объяснить. То же самое можно сказать и о столкновении, но все же, хотя никто не пытается дать определение, что же такое точка, попытки дать определение столкновению имеют место, например следующим образом: **если две или несколько частиц сближались, а затем начинают удаляться друг от друга и при этом происходит изменение характеристик движения частиц, например импульса или энергии, либо происходит изменение внутреннего состояния частиц или их числа, то говорят, что произошло столкновение.**

Столкновения делятся на упругие и неупругие. **К упругим относят те столкновения, в результате которых суммарная кинетическая энергия взаимодействующих частиц не меняется.** При упругих столкновениях меняется направление движения частиц и их скорость, но внутреннее состояние частиц и их число остаются неизменными. **Если же суммарная кинетическая энергия взаимодействующих частиц изменяется, то такое столкновение называется неупругим.**

Различают неупругие процессы 1-го и 2-го рода. При неупругих столкновениях первого рода суммарная кинетическая энергия взаимодействующих частиц уменьшается и за счет этого происходит увеличение внутренней энергии частиц. В качестве примера можно привести возбуждение атома электронным ударом



или ионизацию



При ионизации происходит и изменение числа частиц. До столкновения было 2 частицы – электрон и атом, после столкновения стало 3 - 2 электрона и ион.

При неупругих столкновениях 2-го рода суммарная кинетическая энергия взаимодействующих частиц не уменьшается, а увеличивается, что, очевидно, идет за счет уменьшения внутренней энергии частиц. Пример: гашение возбужденного атома электронным ударом



При этом энергия возбуждения переходит в кинетическую энергию. Иногда неупругие столкновения 2-го рода называют сверхупругими.

### *1.1.2. Системы отсчета, используемые при изучении столкновений*

При изучении столкновений частиц используют две системы отсчета: систему координат с покоящимся центром инерции (тяжести, масс) или сокращенно Ц-систему, и так называемую лабораторную систему координат или Л-систему, в которой скорость одной из частиц (ее называют рассеивающей) принимается равной нулю либо ансамбль рассеивающих частиц в целом покоится.

Если масса рассеивающей частицы  $m_2$  существенно больше, чем масса налетающей или рассеиваемой частицы  $m_1$ , то Ц и Л - системы практически совпадают, так как ясно, что центр тяжести такой системы, состоящей из легкой и тяжелой частиц, практически совпадает с центром тяжелой частицы. Очевидно также, что после столкновения существенного изменения состояния тяжелой частицы не произойдет. Идеализируя рассмотренную ситуацию (считая, что масса тяжелой частицы стремится к бесконечности), вводят понятие неподвижного силового центра. При этом задача о столкновении двух частиц сводится к задаче о движении одной частицы в поле этого центра.

Задачу о рассеянии двух частиц со сравнимыми массами можно также свести к задаче о движении одной частицы. Гамильтониан или энергия системы двух взаимодействующих частиц имеет следующий вид:

$$H = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} + V(r), \quad (1.4)$$

где  $p_1, p_2$  – импульсы частиц;  $V$  – потенциальная энергия взаимодействия частиц, которая зависит от расстояния  $r$  между частицами. Вычитая кинетическую энергию, соответствующую движению центра масс, получим энергию рассматриваемых частиц в системе координат, движущейся со скоростью центра масс

$$H' = \frac{p_1^2}{2m_1} + \frac{p_2^2}{2m_2} - \frac{(\bar{p}_1 + \bar{p}_2)^2}{2(m_1 + m_2)} + V(r) = \frac{\left( \frac{m_1 \bar{p}_2}{m_1 + m_2} - \frac{m_2 \bar{p}_1}{m_1 + m_2} \right)^2}{\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}} + V(r). \quad (1.5)$$

Вводя обозначения

$$\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2) \quad (1.6)$$

и

$$\vec{p} = \frac{m_1 \vec{p}_2}{m_1 + m_2} - \frac{m_2 \vec{p}_1}{m_1 + m_2}, \quad (1.7)$$

получаем

$$H' = \frac{p^2}{2\mu} + V(r). \quad (1.8)$$

Таким образом, задача двух тел свелась к задаче о движении одной квазичастицы (или  $\mu$ -частицы) в центральном поле. Массой этой частицы является так называемая приведенная масса  $\mu$ , а координатой является относительный вектор  $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ .

Момент силы  $\left[ \vec{r}; -\frac{\partial V}{\partial \vec{r}} \right]$ , действующий на  $\mu$ -частицу равен 0, а значит,

момент импульса сохраняется постоянным. Отсюда, в частности, следует, что

траектория частицы  $\vec{r}(t)$  лежит в одной плоскости. Другое важное свойство, непосредственно вытекающее из закона сохранения энергии, заключается в том, что модуль скорости относительного движения  $v'$  после завершения столкновения (т.е. когда потенциальная энергия взаимодействия обратилась в 0) равен модулю скорости относительного движения  $v$  до взаимодействия.

### 1.1.3. Дифференциальное и полное сечение рассеяния

Для количественного описания процесса столкновения или процесса рассеяния частицы на неподвижном центре вводится понятие дифференциального эффективного сечения рассеяния. Пусть в начале координат находится рассеивающий неподвижный центр, а налетающая частица движется, имея прицельный параметр  $\rho$ , и рассеивается на угол  $\chi$ . Частицы, движущиеся изначально в пределах площадки

$$d\sigma = 2\pi\rho d\rho, \quad (1.9)$$

рассеиваются в телесный угол

$$d\Omega = 2\pi\sin\chi d\chi. \quad (1.10)$$

Дифференциальное сечение определяется как модуль отношения  $d\sigma/d\Omega$ . Нетрудно получить следующее соотношение:

$$\left| \frac{d\sigma}{d\Omega} \right| = \frac{\rho(\chi)}{\sin\chi} \left| \frac{d\rho}{d\chi} \right|. \quad (1.11)$$

Это соотношение справедливо для классической механики. В квантовой механике решение задачи о рассеянии ищется в виде суммы падающей и рассеянной волн

$$\psi = a(e^{ikz} + \frac{f}{r}e^{ik\vec{r}}), \quad (1.12)$$

где  $f$  – амплитуда рассеяния, зависящая от угла. Для дифференциального сечения имеет место следующее соотношение:

$$\left| \frac{d\sigma}{d\Omega} \right| = |f^2|. \quad (1.13)$$

Полным сечением или просто сечением называется следующая величина:

$$\sigma = \int \left| \frac{d\sigma}{d\Omega} \right| d\Omega = \int_0^\pi \left| \frac{d\sigma}{d\Omega} \right| 2\pi \sin \chi d\chi. \quad (1.14)$$

Физический смысл величины  $\sigma$  следующий: это площадь круга, попадая в который налетающая частица испытывает рассеяние. Ясно, что величина  $\sigma$  будет конечной, если сила взаимодействия рассеивающего центра и налетающей частицы обращается в 0 на некотором конечном расстоянии  $R$  от силового центра и, очевидно, что для полного сечения будет справедливо следующее соотношение:

$$\sigma = \pi R^2. \quad (1.15)$$

Если же взаимодействие является дальнодействующим (а в классической механике это практически всегда так и есть) и сила взаимодействия спадает до 0 лишь при  $R \rightarrow \infty$ , то для полного сечения имеет место проблема расходимости. Действительно, даже если частица летит на большом прицельном расстоянии от центра, все равно она испытает рассеяние хотя бы на малый угол.

Едва ли не единственным исключением является т.н. взаимодействие твердых (или еще говорят идеально упругих) шаров, испытывающих рассеяние только лишь при непосредственном контакте. Пусть имеется неподвижный твердый шар радиусом  $r_2$  и налетающий шар с радиусом  $r_1$ . Нетрудно сообразить, что для того чтобы столкновение произошло, центр налетающего шара должен попасть в площадку

$$\sigma = \pi(r_1 + r_2)^2. \quad (1.16)$$

Вот эта величина и является полным сечением для столкновения двух твердых шаров. Модель твердых шаров используется в газокINETической теории для оценки величины сечений. В частности для случая взаимодействия электрона с атомом можно пренебречь размером электрона и получить, что сечение равно

$$\sigma = \pi r_2^2, \quad (1.17)$$

где  $r_2$  – радиус атома, а для случая взаимодействия двух одинаковых атомов  $r_1 = r_2$  или иона с атомом получаем

$$\sigma = \pi d^2, \quad (1.18)$$

где  $d$ -диаметр атома. Разумеется, полученные соотношения могут быть использованы только для грубых оценок, а не точных расчетов. В то же время газокинетические сечения являются характерным масштабом, с которым удобно проводить сравнения. Например, когда говорят, что **сечение того или иного процесса мало или велико, то имеется в виду, что оно намного меньше или больше, чем соответствующее газокинетическое сечение.**

Возможность существенного отличия реального сечения от газокинетического связана, в частности, с квантово-механическими эффектами. Отметим, что эти эффекты приводят к тому, что в квантовой механике ситуация с расходимостью полного сечения отличается от классической механики. Оказывается  $\sigma$  является конечным, если потенциал взаимодействия убывает с расстоянием быстрее, чем  $1/r$ . В противном случае  $\sigma$  расходится.

#### 1.1.4. Транспортное сечение

Избавиться от расходимости удастся с помощью следующего подхода. Поскольку расходимость возникает вследствие высокой вероятности рассеяния на малые углы, которое не имеет существенного значения (частица после такого рассеяния практически летит, как и летела), то вводят понятие транспортного сечения

$$\sigma_{\text{мп}} = \int_0^\pi \left| \frac{d\sigma}{d\Omega} \right| 2\pi \sin \chi (1 - \cos \chi) d\chi, \quad (1.19)$$

в котором вклад малых углов зануляется с помощью введения весовой функции  $1 - \cos \chi$ , которая стремится к 0 при  $\chi \rightarrow 0$ . Конечно, можно было бы использовать и другую функцию, стремящуюся к 0 при  $\chi \rightarrow 0$ , но именно при

таким определением через транспортное сечение и связанные с ним величины легко выражается потеря направленного импульса, средняя потеря энергии, коэффициент диффузии и другие важные характеристики движения частиц. Отсюда другие названия для транспортного сечения: сечение передачи импульса, тормозное сечение, диффузионное сечение.

В записанном определении подразумевается величина  $|d\sigma/d\Omega|$ , взятая в Ц-системе. Это уточнение существенно для случая взаимодействия частиц со сравнимыми массами. Физический смысл транспортного сечения, по видимому, следующий: это площадь круга вблизи рассеивающего центра, попав в который частица существенно (на угол  $\sim \pi/2$ ) отклонится от первоначального направления движения.

Понятие транспортного сечения вводится не только когда  $\sigma$  расходится, но и когда  $\sigma$  конечная величина. В этом случае интеграл можно разбить на разность двух интегралов, взяв которые получаем

$$\sigma_{\text{тр}} = \sigma (1 - \langle \cos\chi \rangle). \quad (1.20)$$

Польза от использования этой величины в этом случае та же самая: через  $\sigma_{\text{тр}}$  и связанные с ним величины легко выражаются различные характеристики движения частиц.

### *1.1.5. Макроскопические характеристики столкновений*

Как  $\sigma_{\text{тр}}$ , так и  $\sigma$  являются микроскопическими величинами, характеризующими индивидуальный акт столкновения рассеиваемой и рассеивающей частиц. Для описания движения ансамбля налетающих частиц в среде, состоящей из множества рассеивающих частиц, вводятся так называемые макроскопические характеристики. В частности, в теории переноса вводится так называемое макроскопическое сечение

$$\Sigma = N\sigma, \quad (1.21)$$

где  $N$  – плотность рассеивающих частиц, т.е. их число в единице объема. Нетрудно видеть, что величина  $\Sigma$  имеет размерность  $\text{см}^{-1}$ , и, соответственно, величина

$$\lambda = 1/\Sigma = 1/N\sigma \quad (1.22)$$

имеет размерность см. Эту величину называют длиной свободного пробега и, как мы сейчас покажем, она представляет собой среднее расстояние, проходимое частицей от одного столкновения до другого.

Пусть имеется объем  $V_0$  и в нем  $N_0$  частиц, тогда  $N = N_0/V_0$ . Вероятность для одной из этих частиц попасть в некоторый объем  $V$  внутри  $V_0$  равна  $V/V_0$ , вероятность, что ее там нет  $(1-V/V_0)$ . Соответственно, вероятность того, что в  $V$  вообще нет частиц  $(1-V/V_0)^{N_0}$ . С другой стороны вероятность  $w(x)$  для налетающей частицы пройти путь  $x$  без столкновений равна вероятности того, что в объеме  $V=\sigma x$  нет ни одной частицы. Тогда получаем

$$w(x) = (1-\sigma x/V_0)^{N_0} = (1 - N\sigma x/N_0)^{N_0} \sim \exp(-N\sigma x). \quad (1.23)$$

Вероятность пройти без столкновений путь  $x + dx$

$$w(x+dx) = \exp(-\sigma N(x+dx)). \quad (1.24)$$

Следовательно, вероятность  $dP(x)$  пройти от одного столкновения до другого путь в пределах от  $x$  до  $x+dx$  равна

$$\begin{aligned} dP(x) &= w(x) - w(x+dx) = \exp(-N\sigma x) (1 - \exp(-N\sigma dx)) \sim \\ &\sim \exp(-N\sigma x)(1 - 1 + N\sigma dx) = \exp(-N\sigma x)N\sigma dx, \end{aligned} \quad (1.25)$$

или иначе

$$dP(x) = \exp(-x/\lambda)dx/\lambda. \quad (1.26)$$

Вычисляем средний пробег

$$\langle x \rangle = \int_0^{\infty} x dP(x) = \int \lambda \frac{x}{\lambda} \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) \frac{dx}{\lambda} = \lambda \int_0^{\infty} y \exp(-y) dy = \lambda, \quad (1.27)$$

что и требовалось доказать.

Введем еще несколько макроскопических характеристик. Поделив средний пробег на скорость налетающей частицы  $v$ , получим среднее время между столкновениями.

$$\tau = \lambda/v = 1/N\sigma v. \quad (1.28)$$

Соответственно, величина обратная к  $\tau$

$$v = 1/\tau = v/\lambda = N\sigma v. \quad (1.29)$$

есть не что иное, как среднее число столкновений, испытываемых частицей в единицу времени, или частота столкновений. Отметим, что если скорости налетающих и рассеивающих частиц сравнимы между собой, то в соотношениях (1.28) и (1.29) под величиной  $v$  следует понимать среднюю относительную скорость их движения. Для ансамбля атомов или молекул, распределение которых по скоростям описывается Максвелловской функцией, средняя скорость относительного движения

$$\langle v' \rangle = \sqrt{2} \langle v \rangle, \quad (1.30)$$

где

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}, \quad (1.31)$$

это средняя тепловая скорость молекул. Соответственно, для частоты столкновений молекул друг с другом в модели твердых шаров можно получить следующее соотношение:

$$v = \sqrt{2} N \pi d^2 \langle v \rangle. \quad (1.32)$$

В более точной модели, учитывающей то, что сечение зависит от относительной скорости частиц, при вычислении частоты столкновений необходимо проводить усреднение сечения

$$v = N \langle \sigma(v') v' \rangle. \quad (1.33)$$

Все введенные макроскопические характеристики тем или иным образом связаны с микроскопическим полным сечением. Аналогичным образом вводятся макроскопические характеристики, связанные с транспортным сечением. Чтобы отличать эти характеристики от характеристик, связанных с полным сечением, к ним обычно прибавляют определение эффективная. Например

$$v_{\text{эф}} = N \sigma_{\text{тр}} v, \quad (1.34)$$

это эффективная частота столкновений, а

$$\lambda_{\text{эф}} = 1/N\sigma_{\text{тр}}, \quad (1.35)$$

это эффективная длина свободного пробега. Вспоминая физический смысл величины  $\sigma_{\text{тр}}$ , можно сказать, что  $\lambda_{\text{эф}}$  это характерное расстояние, пройдя которое частица существенно отклонится от первоначального направления движения. Соответственно

$$\tau_{\text{эф}} = 1/N\sigma_{\text{тр}}v, \quad (1.36)$$

это характерное время, по истечении которого частица испытает «эффективное столкновение» и отклонится на большой угол. Впрочем, поскольку полное сечение зачастую расходится и физический смысл имеет только транспортное сечение и связанные с ним величины, то слово «эффективная» иногда опускается. Если  $\sigma$  конечная величина, то, вспоминая, что  $\sigma_{\text{тр}} = \sigma(1-\langle\cos\chi\rangle)$  можно получить связь между частотой и эффективной частотой в следующем виде.

$$v_{\text{эф}} = v(1-\langle\cos\chi\rangle). \quad (1.37)$$

Следует заметить, что поскольку характер взаимодействия может быть различным, то макроскопические характеристики можно определить для каждого вида взаимодействия: например длина свободного пробега до ионизации

$$\lambda_i = 1/N\sigma_i \quad (1.38)$$

или частота упругих столкновений

$$v_{\text{упр}} = N\sigma_{\text{упр}}v. \quad (1.39)$$

Отметим, что сечение неупругих процессов всегда конечная величина, так как очевидно, что частицы, находящиеся на большом расстоянии друг от друга и слабодействующие, не могут изменить внутреннее состояние друг друга.

## 1.2. Упругие столкновения электронов и ионов с атомами

### 1.2.1. Сечение упругого рассеяния электрона на атомах

До настоящего времени нет никаких экспериментов, свидетельствующих о наличии внутренней структуры электрона. Таким образом, на современном уровне развития науки электрон является истинно точечной частицей. Тогда, исходя из модели твердых шаров, следует ожидать, что эффективное сечение рассеяния электрона на атоме будет равно площади поперечного сечения атома  $\pi d^2/4$ . Для наиболее широко используемого в различных экспериментах газа аргона  $d = 3,58 \cdot 10^{-8}$  см и для сечения получается  $\sim 10^{-15}$  см<sup>2</sup>. Эта цифра вполне может служить для проведения оценок по порядку величины, но конечно на самом деле процесс взаимодействия электрона с атомом существенно более сложнее, чем столкновение двух биллиардных шаров и с изменением скорости или энергии налетающего электрона сечение ведет себя достаточно сложным образом. Но прежде чем обсуждать это поведение, сделаем еще одну оценку. Оценим де-бройлевскую длину волны для электрона, обладающего характерной для газовых разрядов энергией 1 эв. Скорость, соответствующая этой энергии, равна  $6 \cdot 10^7$  см/с, а

$$\lambda = h/mv = 1,05 \cdot 10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{с} / (9,1 \cdot 10^{-28} \text{ гр} \cdot 6 \cdot 10^7 \text{ см/с}) \sim 2 \cdot 10^{-8} \text{ см}. \quad (1.40)$$

Таким образом, де-бройлевская длина волны сравнима с размерами атомов и процесс рассеяния электрона на атоме не может быть описан в рамках классической механики. Необходимо рассмотрение с использованием подходов квантовой механики. Именно квантово-механическими эффектами объясняется наличие глубокого минимума на зависимости  $\sigma(\epsilon)$  при энергиях в десятые доли электронвольта, наблюдаемого как для аргона, так и для ряда других газов. Наличие этого минимума называется эффектом Рамзауэра, по имени физика впервые обнаружившего его экспериментальным путем. Правда следует отметить, что в некоторых книгах говорят не о Рамзауэровском минимуме, а о

Рамзауэровском максимуме, имея в виду увеличение сечения при еще меньших энергиях (при  $\varepsilon \rightarrow 0$ ). С увеличением же энергии сечение нарастает и при  $\varepsilon \sim 12$  эВ достигает максимума  $\sim 2 \cdot 10^{-15}$  см<sup>2</sup>, т.е. в 2 раза больше, чем проведенная оценка, и наконец после этого наблюдается монотонное уменьшение величины упругого сечения. Для ряда газов зависимость сечения от энергии имеет похожий вид, для других довольно заметно отличается, например, отсутствует Рамзауэровский минимум. В области больших энергий для всех газов сечение монотонно уменьшается.

### *1.2.2. Потери импульса электронов при упругом рассеянии*

В результате столкновения электрон может рассеяться самым различным образом, причем вероятность рассеяния на тот или иной угол определяется, как мы уже знаем, величиной дифференциального сечения  $d\sigma/d\Omega$ . Зависимость  $d\sigma/d\Omega$  от угла также имеет достаточно сложный вид, но все же можно сказать, что при небольших энергиях рассеяние близко к изотропному, т.е. вероятности рассеяния на различные углы примерно одинаковы, а с увеличением энергии происходит увеличение доли частиц, рассеянных на малые углы. Очевидно, что в первом случае ансамбль налетающих частиц полностью утратит направленное движение, после того как частицы испытают по столкновению, а во втором до определенной степени сохранит его. Поскольку ток это направленное движение заряженных частиц, то для физики газового разряда это имеет существенное значение.

Давайте обсудим потерю направленного импульса более подробно. Но прежде покажем, что при упругом взаимодействии электрона с атомом, скорость электрона практически не уменьшается. Рассмотрим лобовое столкновение, при котором передача энергии максимальна. Запишем законы сохранения импульса и энергии:

$$mv = MV + mv', \quad (1.41)$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{MV^2}{2} + \frac{mv'^2}{2}, \quad (1.42)$$

где  $m$  – масса электрона;  $v, v'$  – его скорости до и после столкновения;  $M$  – масса атома;  $V$  – его скорость после столкновения. До столкновения атом считаем покоящимся. Из (1.41) получим

$$M^2V^2 = m^2(v - v')^2. \quad (1.43)$$

Подставляя (1.43) в (1.42), получаем

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m^2(v - v')^2}{2M} + \frac{mv'^2}{2}. \quad (1.44)$$

Сокращая на  $m/2$  и перенося  $v'^2$  в левую часть получаем

$$v^2 - v'^2 = (v - v') \cdot (v + v') = \frac{m(v - v')^2}{M}. \quad (1.45)$$

Сокращаем на  $(v - v')$  и группируем члены, содержащие  $v'$  слева, а  $v$  справа

$$v' + \frac{m}{M}v' = \frac{m}{M}v - v, \quad (1.46)$$

окончательно для  $v'$  получаем

$$v' = -v \left( \frac{1 - m/M}{1 + m/M} \right). \quad (1.47)$$

Из полученного выражения видно, что скорость поменяет направление, но по модулю практически не изменится, так как входящее в числитель и знаменатель отношение  $m/M$  является величиной много меньше единицы, например для атома аргона  $\sim 10^{-5}$ . Ясно, что при касательном столкновении передача энергии и изменение модуля скорости электрона будут ещё меньше. Соответственно можно сказать, что практически не изменится и модуль импульса частицы.

Пусть импульс электрона равен  $p$  до столкновения и  $p'$  после столкновения. Разложим  $p'$  на две составляющие параллельную и перпендикулярную первоначальному направлению движению. Очевидно, что при усреднении по всем возможным углам перпендикулярная составляющая даст нулевой вклад, а усредненная величина параллельной составляющей

определил степень сохранения направленного движения. Потеря направленного импульса  $\Delta p_{\parallel}$  определится следующим соотношением:

$$\Delta p_{\parallel} = p' \cdot \cos\theta \cdot e_p - p = -p(1 - p' \cos\theta / p) \approx -p(1 - \cos\theta). \quad (1.48)$$

Усредняя по всем возможным углам получим

$$\langle \Delta p \rangle = \langle \Delta p_{\perp} \rangle + \langle \Delta p_{\parallel} \rangle = 0 - p(1 - \langle \cos\theta \rangle). \quad (1.49)$$

При изотропном рассеянии  $\langle \cos\theta \rangle = 0$  и получается, что частицы после только одного столкновения полностью утрачивают направленное движение. Если же преобладает рассеяние на малые углы, то  $\langle \cos\theta \rangle$  близок к 1 и получается, что теряется лишь малая часть направленного импульса, а для полной потери необходимо испытать несколько столкновений.

Теперь предположим, что некоторая сила вновь и вновь сообщает электрону направленный импульс  $p$  после каждого испытанного столкновения. Тогда за время  $dt$  электрон испытает  $v dt$  столкновений и полное изменение импульса за это время за счет столкновений

$$dp = -p(1 - \langle \cos\theta \rangle) v dt = -p v_{\text{эф}} dt. \quad (1.50)$$

Поделив на  $dt$ , получим потерю импульса за единицу времени

$$dp / dt = -p v_{\text{эф}}. \quad (1.51)$$

Вспоминая закон Ньютона

$$dp/dt = F \quad (1.52)$$

и сравнивая его с полученным выражением, получаем, что направленному движению электрона, имеющего импульс  $p$ , сквозь газ как бы препятствует некая сила трения

$$F_{\text{тр}} = -v_{\text{эф}} p, \quad (1.53)$$

пропорциональная эффективной частоте столкновений, а значит, транспортному сечению.

### 1.2.3. Потери энергии электронов при упругом рассеянии

Теперь обсудим вопрос о потере энергии при столкновениях. Если импульс электрона при столкновении с атомом изменился на  $\Delta p$ , то соответственно на такую же величину изменился импульс атома. И если принять что до столкновения атом покоился и имел нулевые импульс и энергию то после столкновения он будет иметь импульс  $\Delta p$  и энергию

$$\varepsilon = \frac{(\Delta p)^2}{2M}. \quad (1.54)$$

Соответственно такую же энергию потеряет электрон за одно столкновение, а за время  $dt$  испытав  $\nu dt$  столкновений он потеряет

$$d\varepsilon = \frac{\langle (\Delta p)^2 \rangle}{2M} \nu dt. \quad (1.55)$$

Вычисляя

$$\langle (\Delta p)^2 \rangle = \langle p'^2 - 2p'p \cos\theta + p^2 \rangle \approx 2p^2(1 - \langle \cos\theta \rangle) = 4m\varepsilon(1 - \langle \cos\theta \rangle) \quad (1.56)$$

и подставляя полученное соотношение в (1.55), получаем

$$d\varepsilon/dt = - \frac{4m\varepsilon(1 - \langle \cos\theta \rangle)}{2M} \nu = \frac{2m}{M} \varepsilon \nu_{\text{эф}} \quad (1.57)$$

Нетрудно видеть, что передача энергии от электронов атомам идет крайне медленно, так как  $m/M$  очень малая величина и поэтому, как правило, в разрядах электроны, получающие энергию от электрического поля, имеют температуру, заметно превышающую температуру газа. Исключением являются дуги высокого давления, так как при высоких давлениях велика частота столкновений. Отметим также, что потеря энергии, как и потеря импульса, пропорциональна эффективной частоте столкновений, связанной с транспортным сечением.

Следует обратить внимание на один нюанс: В определении транспортного сечения фигурирует угол  $\chi$  - угол рассеяния в Ц-системе. В вышеприведенных формулах фигурирует угол  $\theta$ , так принято обозначать угол

рассеяния в Л-системе. Но для рассмотренного случая рассеяния электрона на атоме Ц и Л системы, и, соответственно, углы  $\theta$  и  $\chi$  практически совпадают, что обсуждалось на предыдущей лекции. Поэтому замена произведения  $v(1 - \langle \cos\theta \rangle)$  на  $v_{эф}$  вполне правомерна.

#### 1.2.4. Упругое рассеяние ионов на атомах

В отличие от электрон-атомного взаимодействия процесс упругого рассеяния ионов на атомах вполне может быть описан с использованием классической механики. Длина волны Де-Бройля например для иона аргона при  $\varepsilon = 1$  эВ, что соответствует скорости  $v = 2,16 \cdot 10^5$  см/с, составляет  $\lambda = h/Mv = 8,76 \cdot 10^{-11}$  см, что существенно меньше размера атома  $3,58 \cdot 10^{-8}$  см. Тем не менее это взаимодействие также происходит существенно более сложным образом, чем взаимодействие двух твердых шаров. Долгое время считалось, что взаимодействие иона с атомом имеет так называемый поляризационный характер. Ион своим зарядом отталкивает положительно заряженное ядро и притягивает электроны, входящие в состав атома. В результате атом приобретает дипольный момент, пропорциональный напряженности электрического поля иона

$$d = \alpha E = \alpha e / r^2, \quad (1.58)$$

где  $\alpha$  - коэффициент поляризуемости атома или молекулы. В свою очередь диполь создает в окружающем пространстве электрическое поле с напряженностью

$$E = 2d/r^3 = 2\alpha e / r^5 \quad (1.59)$$

и потенциалом

$$\varphi = - \alpha e / 2r^4. \quad (1.60)$$

И вот это поле, индуцированное самим ионом, притягивает его и при небольших прицельных параметрах возможен так называемый захват иона атомом. В данном случае захват не следует понимать как объединение иона и

атома в молекулярный ион, а происходит следующий процесс: ион по спиралевидной траектории приближается к атому и происходит удар, в результате которого частицы отталкиваются друг от друга и ион начинает удаляться от атома по раскручивающейся спирали. Ясно, что при таком взаимодействии конечное отклонение иона от первоначального направления движения будет значительным, а если захвата не происходит, то рассеяние будет сравнительно слабым. Исходя из этих соображений, можно оценить величину транспортного сечения как

$$\sigma = \pi \rho_{\text{захв}}^2, \quad (1.61)$$

где введенное обозначение  $\rho_{\text{захв}}$  это такое значение прицельного параметра, что при  $\rho > \rho_{\text{захв}}$  захвата не происходит и, наоборот, при  $\rho < \rho_{\text{захв}}$  частица захватывается. Найдём это значение, используя законы сохранения энергии и момента количества движения в Ц-системе:

$$\frac{\mu v_{\infty}^2}{2} = \frac{\mu v_m^2}{2} + e\varphi(r_m), \quad (1.62)$$

$$\mu v_{\infty} \rho = \mu v_m r_m, \quad (1.63)$$

где  $\mu$  - приведенная масса иона и атома;  $v_{\infty}, v_m$  - их относительные скорости на бесконечном расстоянии и на минимальном расстоянии друг от друга  $r_m$ .

Из (1.63) находим

$$v_m = v_{\infty} \rho / r_m \quad (1.64)$$

и подставляя полученное выражение и выражение для потенциала (1.60) в (1.62) получаем

$$\frac{\mu v_{\infty}^2}{2} - \frac{\mu v_{\infty}^2 \rho^2}{2 r_m^2} - \frac{\alpha e^2}{2 r_m^4} = 0. \quad (1.65)$$

Вводя обозначение  $x = r_m^2$  и умножая на  $x^2/(\mu v_{\infty}^2)$ , получим квадратное уравнение

$$\frac{x^2}{2} - \frac{\rho^2 x}{2} - \frac{\alpha e^2}{2 \mu v_{\infty}^2} = 0, \quad (1.66)$$

решение которого

$$x = \frac{\rho^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\rho^2}{2}\right)^2 - \frac{\alpha e^2}{\mu v_\infty^2}}. \quad (1.67)$$

Вообще говоря, перед квадратным корнем может стоять и знак минус, но оставлен только +, так как из физических соображений ясно, что при больших  $\rho$  ( $\rho \rightarrow \infty$ ) значение  $r_m$  и, соответственно,  $x$  также должно стремиться к бесконечности. Для минимального расстояния получаем

$$r_m = \left( \frac{\rho^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\rho^2}{2}\right)^2 - \frac{\alpha e^2}{\mu v_\infty^2}} \right)^{1/2}. \quad (1.68)$$

Полученное выражение имеет смысл, когда подкоренное выражение неотрицательно, т.е. при выполнении условия

$$\rho \geq \left( 2 \sqrt{\frac{\alpha e^2}{\mu v_\infty^2}} \right)^{1/2}. \quad (1.69)$$

При меньших  $\rho$  частица не пролетает мимо атома, а происходит обсуждавшийся выше захват иона. Итак, для  $\rho_{\text{захв}}$  имеем следующее соотношение

$$\rho_{\text{захв}} = \left( 2 \sqrt{\frac{\alpha e^2}{\mu v_\infty^2}} \right)^{1/2} \quad (1.70)$$

и для транспортного сечения получаем

$$\sigma_{\text{тр}} = \pi \rho_{\text{захв}}^2 = 2\pi \sqrt{\frac{\alpha e^2}{\mu v_\infty^2}} = \pi \sqrt{\frac{2\alpha e^2}{\varepsilon}}, \quad (1.71)$$

где  $\varepsilon = \mu v_\infty^2 / 2$  – энергия относительного движения частиц, когда они находятся далеко друг от друга. Полученная формула согласуется с результатами экспериментов с точностью до 100 %.

Что же касается полного сечения поляризационного взаимодействия, то несмотря на то, что величина поля довольно быстро убывает с расстоянием, но, тем не менее, ясно, что даже находящийся на значительном расстоянии от атома

ион испытает какое-то, пусть и незначительное, отклонение. Таким образом, полное сечение этого поляризационного взаимодействия оказывается бесконечным.

### 1.2.5. Резонансная перезарядка

Рассмотренное взаимодействие играет существенную роль в том случае, когда ион движется через газ, состоящий из частиц другого сорта, например ион аргона через гелий или наоборот. Если же ион движется через "собственный" газ, то здесь определяющую роль играет не поляризационное взаимодействие, а так называемый процесс резонансной перезарядки, который заключается в следующем: при пролете иона мимо атома один из электронов покидает атом и присоединяется к иону. Таким образом, ион превращается в нейтральный атом, причем его скорость практически не меняется ни по величине, ни по направлению. Атом же превращается в ион, также сохранив свое прежнее движение. Поэтому в результате перезарядки возникают ионы, имеющие распределение по скоростям, характерное для теплового движения атомов газа. Очевидно, что направленное движение полностью утрачивается после одной перезарядки. Экспериментально установлено, что сечение перезарядки слабо (логарифмически) зависит от энергии

$$\sigma_{\text{пер}}(\varepsilon) = \sigma(\varepsilon_0)(1 + A \ln(\varepsilon_0/\varepsilon))^2, \quad (1.72)$$

где  $\varepsilon_0 = 1 \text{ эВ}$ , а постоянная  $A$  зависит от рода газа, по порядку величины  $\sim 0,1$ , величина  $\sigma(\varepsilon_0)$  также зависит от рода газа, по порядку величины  $10^{-15} \text{ см}^2$ , например для аргона  $4,8 \cdot 10^{-15}$ . При проведении расчетов, часто принимают  $\sigma_{\text{пер}} \sim \text{const}$ , особенно если энергетический спектр ионов изменяется в небольших пределах.

Что касается транспортного сечения, которое вычисляется в Ц-системе, то нетрудно догадаться, что  $\sigma_{\text{тр}} = 2\sigma_{\text{пер}}$ . Действительно в Ц-системе процесс перезарядки выглядит как движение навстречу друг другу иона и атома, а поле

передачи электрона превратившийся в ион атом летит, как и летел до столкновения, т.е. получается, как бы ион рассеялся на  $180^0$  или на  $\pi$  радиан. Дифференциальное сечение такого рассеяния описывается  $\delta$ -функцией, интегрируя с весовым множителем  $1-\cos\chi$ , получаем

$$\sigma_{\text{тр}} = \int \sigma_{\text{пер}} \delta(\chi - \pi)(1 - \cos\chi) d\chi = \sigma_{\text{пер}} (1 - \cos\pi) = 2\sigma_{\text{пер}}. \quad (1.73)$$

Отметим, что при движении иона через чужой газ перезарядка также может иметь место, но в этом случае более вероятным является поляризационное взаимодействие.

### 1.2.6. Потеря импульса и энергии движущимся ионом

При движении ионов их скорости и массы сравнимы со скоростями рассеивающих частиц и нельзя пользоваться теми приближениями, которые были использованы при рассмотрении движения электронов. Для ионов выполняются следующие несколько более сложные соотношения

$$dp/dt = -\mu N \langle v v \sigma_{\text{тр}}(v) \rangle = -\mu \langle v v v_{\text{эфф}}(v) \rangle. \quad (1.74)$$

Здесь  $p$  – импульс иона в лабораторной системе координат, а  $v$  – относительная скорость рассеивающей и рассеиваемой частицы. При известной скорости налетающей частицы  $v$  может измениться с изменением скоростей рассеивающих частиц, по которым необходимо проводить усреднение. Однако если известно, что скорость налетающей частицы существенно превосходит характерную тепловую скорость атомов газа, то можно положить  $v = v_{\text{л}} = p/m$ , где  $v_{\text{л}}$  – скорость налетающей частицы в Л-системе. Тогда

$$dp/dt = - \frac{M}{m + M} p v_{\text{эфф}}(v). \quad (1.75)$$

Из записанного соотношения видно, что легкая частица в среде тяжелых частиц ( $m \ll M$ ) быстро растрчивает свой импульс, за одно "эффективное" столкновение, тяжелая частица в среде легких ( $m \gg M$ ) наоборот достаточно долго летит в первоначальном направлении, расталкивая легкие частицы. При

движении через собственный газ, когда основным процессом является перезарядка, эффективная частота которой в два раза больше, чем частота, поскольку  $\sigma_{\text{тр}} = 2\sigma_{\text{пер}}$ , а множитель  $M/(m+M) = 1/2$  получаем, что

$$dp/dt = -p v(v_{\text{л}}) = -p N v_{\text{л}} \sigma_{\text{пер}}(v_{\text{л}}) \quad (1.76)$$

Что касается передачи энергии, то можно получить следующее выражение

$$d\varepsilon/dt = -\langle \mu V v N v \sigma_{\text{тр}}(v) \rangle, \quad (1.77)$$

где  $V$  – скорость центра инерции системы из налетающей и рассеивающей частиц.

### 1.3. Неупругие столкновения ионов и электронов с атомами

Для неупругих процессов не возникает той проблемы, которая заключается в расходимости полного сечения и характерна для упругих процессов. Сечения неупругих процессов всегда являются конечными, так как для перевода атома в возбужденное и тем более ионизированное состояние необходимо довольно сильное воздействие на него с передачей энергии, по крайней мере, не меньшей, чем порог ионизации или возбуждения. Ясно, что пролетающая на большом расстоянии от атома частица не может оказать такое сильное воздействие, что и обуславливает конечность сечения.

#### 1.3.1. Порог и сечение ионизации

Основным из газоразрядных процессов, обуславливающим саму возможность возникновения и горения разряда, является ионизация. Для того чтобы удалить электрон из атома, необходимо сообщить ему энергию, по крайней мере, не меньшую чем энергия его связи в атоме. Оценить эту энергию связи для внешнего или валентного электрона, можно используя следующее соотношение:

$$\varepsilon_i = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_a}, \quad (1.78)$$

где  $r_a$  – радиус атома, совпадающий с радиусом орбиты внешнего электрона. Однако в атомной физике энергию принято измерять не в джоулях, а в электронвольтах. Чтобы перейти к этой единице измерения нужно поделить на заряд электрона. Соответствующую разность потенциалов, которую необходимо пройти частице, чтобы приобрести энергию, равную энергии связи, называют потенциалом ионизации. Энергия ионизации по порядку величины составляет  $\sim 10$  эв для любых видов атомов.

Наиболее легко ионизируются атомы щелочных металлов, а среди них самый легкоионизируемый элемент это цезий, энергия ионизации которого составляет 3,9 эв. Наиболее тяжело ионизируются атомы инертных или благородных газов, причем самый высокий потенциал ионизации у He – 24,6 в. Существует довольно много различных механизмов ионизации, но наиболее важным, по крайней мере в физике газоразрядных процессов является ионизация электронным ударом.



Как и все другие механизмы, ионизация электронным ударом является пороговым процессом и может произойти лишь в том случае, если энергия налетающего электрона превышает порог ионизации  $\varepsilon > \varepsilon_i$ . Таким образом, при  $\varepsilon < \varepsilon_i$  сечение ионизации равно 0. При  $\varepsilon > \varepsilon_i$  с увеличением энергии сечение сначала возрастает, затем достигает максимума и начинает монотонно уменьшаться. Такая качественная картинка имеет место для любого вида атомов, хотя количественные отличия, конечно, есть, связанные уже хотя бы с тем, что порог ионизации меняется от атома к атому. Тем не менее, анализ результатов экспериментов показал, что если зависимость  $\sigma(\varepsilon)$  представить в следующем виде

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{\pi e^4}{\varepsilon_i^2} f\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_i}\right), \quad (1.80)$$

то функция  $f$  уже практически не зависит от атомного номера. Все экспериментальные точки с небольшим разбросом укладываются на одну кривую. В рамках классической механики в 1912 году Томсоном было получено следующее простое выражение для  $f(x)$ :

$$f(x) = (x-1) / x^2, \quad (1.81)$$

где  $x = \varepsilon/\varepsilon_i$ . При получении этой формулы рассматривалось взаимодействие двух электронов: налетающего и неподвижного и рассчитывалась вероятность того, что переданная энергия будет больше пороговой (см. рис. 1.1).

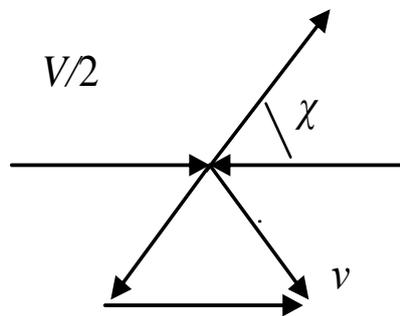


Рис. 1.1. Схема взаимодействия двух электронов

Обозначим скорость налетающего электрона буквой  $V$ . Тогда в системе центра масс налетающий и неподвижный электроны летят навстречу друг другу со скоростью  $V/2$  и поворачивают в результате рассеяния на углы  $\chi$  и  $\pi-\chi$  соответственно. Используя теорему синусов, определим скорость  $v$ , которую приобретет в Л-системе неподвижный электрон.

$$\frac{v}{\sin \chi} = \frac{V/2}{\sin(\pi/2 - \chi/2)}. \quad (1.82)$$

Используя известные тригонометрические выражения, преобразуем, знаменатели левой и правой части

$$\frac{v}{2 \sin(\chi/2) \cos(\chi/2)} = \frac{V/2}{\cos(\chi/2)}. \quad (1.83)$$

Тогда

$$v = V \sin(\chi/2). \quad (1.84)$$

Соответственно, энергия, переданная налетающей частицей неподвижной частице, определяется следующим выражением:

$$\Delta\varepsilon = \frac{mv^2}{2} = \frac{mV^2}{2} \sin^2(\chi/2) = \varepsilon(1 - \cos\chi)/2. \quad (1.84a)$$

Сечение рассеяния в интервал углов  $d\chi$  определяется формулой Резерфорда

$$d\sigma = \frac{e^4 d\Omega}{4\varepsilon^2 \sin^4(\chi/2)} = -\frac{2\pi e^4 d(\cos\chi)}{\varepsilon^2 (1 - \cos\chi)^2} = \frac{\pi e^4 d(\Delta\varepsilon)}{(\Delta\varepsilon)^2 \varepsilon}. \quad (1.85)$$

Интегрируя по переданной энергии от энергии ионизации до энергии налетающего электрона и учитывая, что на внешней оболочке может находиться не один, а несколько так называемых валентных электронов, получим полное сечение ионизации

$$\sigma_i = Z \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon} d\sigma = \frac{Z\pi e^4}{\varepsilon} \left( \frac{1}{\varepsilon_i} - \frac{1}{\varepsilon} \right) = \frac{Z\pi e^4}{\varepsilon^2} \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \right) = \frac{Z\pi e^4}{\varepsilon_i^2} \left( \frac{x - 1}{x^2} \right), \quad (1.86)$$

где  $Z$  – число валентных электронов. Полученная формула вполне может служить для оценок по порядку величины, но точного количественного согласия с экспериментом не дает, так как, конечно, процесс ионизации, как и другие электронные процессы, должен рассматриваться квантовой механикой. Но в рамках квантовой механики эта задача пока не решена и для проведения расчетов лучше всего пользоваться непосредственно экспериментальными данными либо их аппроксимациями.

Очень удобной и часто используемой является формула Дравина, в которую, по сравнению с Томсоновской, введен логарифмический множитель. Для сечения передачи энергии получается

$$d\sigma = a \frac{Z\pi e^4 d(\Delta\varepsilon)}{(\Delta\varepsilon)^2 \varepsilon} \ln b \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}, \quad (1.87)$$

где  $\varepsilon_1$  – энергия возбуждения первого уровня,  $a$  и  $b$  коэффициенты порядка 1, которые подбираются эмпирически так, чтобы сечения возбуждения и ионизации наилучшим образом совпали с экспериментальными данными. Поскольку в логарифм не входит переданная энергия, то интегрирование

выполняется аналогично и в формуле для сечения ионизации появляются те же поправки.

$$\sigma_i = a \frac{Z\pi e^4}{\varepsilon_i^2} \left( \frac{x-1}{x^2} \right) \ln \left( b \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \right). \quad (1.88)$$

Существенным достоинством этой формулы считается то, что она правильно передает ход сечения в пределе больших энергий  $\sigma \sim \ln \varepsilon / \varepsilon$ . Разумеется, возможно, и использование других приближенных формул. Кроме того, в тех случаях, когда энергия электрона незначительно превышает порог ионизации, широко используется простая линейная аппроксимация

$$\sigma_i = C (\varepsilon - \varepsilon_i). \quad (1.89)$$

### 1.3.2. Частота и константа ионизации

Если рассмотреть некоторый гипотетический электрон, обладающий энергией  $\varepsilon$ , который после ионизации и утраты энергии тут же восполняет утраченное и вновь приобретает энергию  $\varepsilon$  и соответственно скорость  $v = (2\varepsilon/m)^{1/2}$ , то в единицу времени такой электрон, находясь в газе с плотностью  $N$ , испытает

$$v_i = N\sigma_i(\varepsilon)v(\varepsilon) \quad (1.90)$$

ионизирующих столкновений;  $v_i$  - частота ионизации. Если имеется не один, а некоторый ансамбль электронов с некоторым распределением по энергии  $f(\varepsilon)$  ( $\int f(\varepsilon)d\varepsilon=1$ ), то для того чтобы определить частоту ионизаций, совершаемых в среднем одним электроном, необходимо произвести усреднение по спектру

$$v_i = \int N\sigma_i(\varepsilon)v(\varepsilon)f(\varepsilon)d\varepsilon = N\langle \sigma_i(\varepsilon)v(\varepsilon) \rangle = Nk_i, \quad (1.91)$$

где  $k_i = \langle \sigma_i(\varepsilon)v(\varepsilon) \rangle$  – константа ионизации, которая представляет собой частоту ионизации, отнормированную на единичную концентрацию  $k_i = v_i/N$ , или более полное название константа скорости реакции ионизации. В случае Максвелловского распределения

$$f(\varepsilon) = 2 \sqrt{\frac{\varepsilon}{\pi}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) (kT)^{-3/2} \quad (1.92)$$

и при использовании линейной аппроксимации  $\sigma_i = C(\varepsilon - \varepsilon_i)$  для частоты ионизации получается следующее выражение

$$v_i = N \langle v \rangle C (\varepsilon_i + 2kT) \exp(-\varepsilon_i/kT), \quad (1.93)$$

где  $\langle v \rangle = (8kT/\pi m)^{1/2}$  – средняя тепловая скорость электронов при Максвелловском распределении с температурой  $T$ . Чтобы получить полное число актов ионизации, совершаемых ансамблем электронов в единицу времени в единице объема, необходимо умножить частоту ионизации на электронную концентрацию

$$(dn_i/dt) = v_i n_e = k N n_e. \quad (1.94)$$

Скорость ионизации пропорциональна концентрациям реагирующих частиц, а коэффициент пропорциональности есть константа этой реакции

### 1.3.3. Возбуждение и ступенчатая ионизация

Процесс возбуждения заключается в переводе одного из электронов атома из основного состояния в состояние с большей энергией.



Энергия связи при этом соответственно уменьшается. Вид сечения возбуждения в целом качественно похож на вид сечения ионизации. Сечение равно нулю при энергии ниже порога возбуждения, затем резкий рост и после достижения некоторого максимума спад.

Поскольку возбужденных уровней много, то следует, вообще говоря, различать сечения возбуждения для каждого уровня. Вычислить полное сечение возбуждения можно, например, воспользовавшись формулой Дравина для сечения передачи энергии

$$\sigma_{ex} = \sum_n \sigma_n = \int_{\varepsilon_1}^u a \ln\left(b \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}\right) \frac{Z \pi e^4 d(\Delta\varepsilon)}{(\Delta\varepsilon)^2 \varepsilon}, \quad (1.96)$$

где  $u = \varepsilon_i$ , при  $\varepsilon > \varepsilon_i$ ,  $u = \varepsilon$  при  $\varepsilon < \varepsilon_i$ .

Процесс, состоящий из 2 этапов: возбуждения и последующей ионизации возбужденного атома



получил название ступенчатой ионизации. Если электрон взаимодействует с возбужденным атомом, то вероятность ионизации существенно выше, чем при взаимодействии с атомом, находящимся в основном состоянии, но проблема в том, чтобы обеспечить достаточно большую концентрацию возбужденных атомов. Они, как известно, являются нестабильными и, как правило, довольно быстро возвращаются в основное состояние с излучением фотона, не успев повстречаться с электроном и испытать ионизацию. Исключение составляют так называемые метастабильные атомы, у которых вероятность такого перехода мала и они могут достаточно длительное время находиться в возбужденном состоянии. Кроме того, существует еще одно обстоятельство, способствующее увеличению концентрации возбужденных атомов. Это то, что фотон, излученный атомом и обладающий энергией в точности равной разности энергий возбужденного и основного уровня, является так называемым резонансным фотоном и может быть с высокой вероятностью поглощен другим атомом, который в результате перейдет из основного в возбужденное состояние. Роль этого процесса особенно важна при высоких давлениях, когда фотоны не уходят за пределы газоразрядного промежутка, а вновь и вновь излучаются и поглощаются. Происходит своего рода блуждание резонансного излучения по области разряда, что также способствует увеличению концентрации возбужденных атомов.

#### *1.3.4. Другие механизмы ионизации*

Фотоионизация, т.е. ионизация под воздействием фотона



Так же как и ионизация, электронный удар может идти в два этапа, сначала возбуждение



а затем ионизация



Ионизация ударами быстрых тяжелых частиц



маловероятна при энергиях, характерных для газовых разрядов. Исключением, по-видимому, является так называемый высоковольтный тлеющий разряд ВТР, где имеются тяжелые частицы с высокой энергией и дуги высокого давления, где газ нагрет до высоких температур. Однако если одна из тяжелых частиц является возбужденной и энергия возбуждения выше энергии ионизации другой частицы, то вероятность реакции



очень велика, но здесь та же проблема, что и при ступенчатой ионизации - как получить достаточную концентрацию возбужденных частиц. Если это удастся например благодаря использованию смесей газов, атомы одного из которых имеют метастабильные уровни, причем с энергией, превышающей энергию ионизации другого газа, то эффект может быть существенным. Он получил название эффекта Пеннинга.

Другой механизм с участием тяжелых частиц, который, по-видимому, играет существенную роль в искровых разрядах, это т.н. ассоциативная ионизация



в ходе которой атомы объединяются в молекулу и выделяющаяся энергия связи атомов в молекуле плюс энергия возбуждения оказывается достаточной для ионизации и образования молекулярного иона и электрона. Следует отметить, что образование молекулярных ионов по этому механизму может идти даже в тех газах, которые не образуют нейтральные молекулы, например He.

Автоионизация – процесс, заключающийся в последовательном переводе на возбужденные уровни двух электронов, а затем один из них возвращается на основной уровень, причем энергия передается второму электрону, который покидает атом



### 1.3.5. Рекомбинация

Процесс исчезновения заряженных частиц, обратный ионизации, называется рекомбинацией. Выше было нарисовано несколько различных реакций ионизации. Если в них поменять направления стрелок, то мы и получим возможные механизмы рекомбинации. Но не все так просто. Есть одно обстоятельство, на которое следует обратить внимание. Это то, что во многих записанных реакциях по одну сторону от стрелки две частицы, по другую 3. Таким образом, для реализации соответствующего механизма рекомбинации необходимо столкновение трёх частиц (т.н. тройное столкновение). Например, в реакции обратной к ионизации электронным ударом



присутствие третьей частицы (второго электрона) необходимо, чтобы унести выделившуюся энергию связи электрона в атоме. Нетрудно догадаться, что одновременная встреча в одном месте трех частиц менее вероятна, чем двух, и поэтому рекомбинация в тройных столкновениях играет существенную роль только в плотной сильноионизированной плазме. Скорость рекомбинации в тройных столкновениях пропорциональна не только плотности рекомбинирующих частиц, но и плотности третьих частиц. В рассматриваемом случае третья частица - электрон и поскольку одна из рекомбинирующих частиц также электрон, то частота рекомбинации  $\sim n_i n_e^2$ . Непосредственное образование атома в основном состоянии очень маловероятно. С гораздо

большей вероятностью в тройных столкновениях происходит ударно-радиационная рекомбинация, в ходе которой сначала происходит захват электрона на верхний (возбужденный) уровень



а затем происходит переход возбужденного атома в основное состояние, причем этот переход также с большей вероятностью происходит постепенно: с более высоких уровней на менее высокие и только затем в основное состояние. Нетрудно видеть, что разобранный процесс является обратным к тому, что происходит при ступенчатой ионизации.

Фоторекомбинация (фотозахват) электрона ионом происходит с испусканием кванта



Здесь в столкновении участвуют две частицы и, казалось бы, процесс должен идти более интенсивно, чем рекомбинация в тройных столкновениях, но вследствие малости сечения  $\sim 10^{-21} \text{ см}^2$  фотозахват не эффективен.

Ударно-радиационная рекомбинация с участием атомов. В этом процессе роль третьей частицы играют не электроны, а атомы



Очевидно, этот процесс является обратным к процессу ионизации при ударе двух атомов. Так же как и в случае, когда третьей частицей является электрон, более вероятна реакция с первоначальным образованием возбужденного атома



который затем переходит в основное состояние, причем этот переход также может идти постепенно.

Диэлектронная рекомбинация - процесс обратный автоионизации



Ион и электрон объединяются в сверхвозбужденный атом, полная энергия возбуждения которого выше энергии ионизации. К стабилизации приводят либо излучение, либо дезактивация ударом частицы.

Диссоциативная рекомбинация – процесс обратный к ассоциативной ионизации. Первым этапом является объединение молекулярного иона  $(AB)^+$  и электрона в квазимолекулу, которая находится в сверхвозбужденном состоянии. Затем происходит распад на два атома. Когда в плазме присутствуют молекулярные ионы, то этот механизм рекомбинации является наиболее вероятным.

Если в разряде имеются отрицательные ионы, то действенным механизмом является ион-ионная рекомбинация



Ионы, не прорекомбинировавшие в разрядном промежутке, рекомбинируют на электродах, выхватывая из них электрон и таким образом нейтрализуясь. Этот процесс называют нейтрализацией на стенках или пристеночной рекомбинацией. Следует отметить, что в разрядах низкого давления именно пристеночная рекомбинация является основным механизмом исчезновения заряженных частиц.

## Глава 2. АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

### 2.1. Заряженные частицы в электрическом и магнитном полях

В вакуумном промежутке, где имеется электрическое поле с напряженностью  $\mathbf{E}$  и магнитное поле с индукцией  $\mathbf{B}$ , на частицу, имеющую заряд  $q$ , действует так называемая сила Лоренца, которая в соответствии с законом Ньютона и определяет изменение импульса частицы

$$d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}_л = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v} \mathbf{B}], \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{v}$  – скорость частицы.

Релятивистские эффекты могут быть важны в пучках частиц высокой энергии, в этом случае  $\mathbf{p} = \gamma m\mathbf{v}$ , где  $\gamma = \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}$  – так называемый гамма-фактор, но в разрядах эти эффекты, как правило, не играют существенной роли, в этом случае  $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$  без релятивистских поправок и (2.1) можно записать в виде

$$m d\mathbf{v}/dt = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v} \mathbf{B}]. \quad (2.1a)$$

Вспомним некоторые частные решения этого уравнения.

#### 2.1.1. Заряд в потенциальном электрическом поле

Пусть  $\mathbf{B} = 0$ , а  $\mathbf{E} = -\text{grad}\phi$ , т.е. электрическое поле имеет потенциальный, не вихревой характер. Умножая обе части (2.1) на  $\mathbf{v}dt$  и учитывая, что  $\mathbf{v}dt = d\mathbf{r}$  получаем

$$mvdv = qEdr = -qd\phi. \quad (2.2)$$

Интегрируя, получаем хорошо известный закон сохранения энергии

$$mv^2/2 - mv_0^2/2 = -q(\phi - \phi_0). \quad (2.3)$$

Увеличение кинетической энергии равно уменьшению потенциальной. Здесь  $v_0$  – скорость частицы в некоторый начальный момент времени, когда она

находилась в точке, где потенциал равен  $\varphi_0$ . Если начальная скорость мала ( $v_0 \sim 0$ ), то кинетическая энергия равна произведению заряда на пройденную разность потенциалов, т.е. на напряжение

$$\varepsilon = q(\varphi_0 - \varphi) = qU, \quad (2.4)$$

а скорость тогда определяется соотношением

$$v = (2qU/m)^{1/2}. \quad (2.5)$$

Если электрическое поле однородное  $E \sim \text{const}$ , а магнитное по-прежнему отсутствует, то из уравнения (2.1) после интегрирования получается простая зависимость скорости от времени

$$v = v_0 + Et/m \quad (2.6)$$

### 2.1.2. Заряд в однородном магнитном поле

Пусть  $E = 0$ ,  $B = \text{const}$ ,  $v_{//}$  – продольная составляющая скорости в некоторый начальный момент времени,  $v_{\perp}$  – перпендикулярная к  $B$  составляющая. Тогда

$$mdv/dt = q[v_{\perp} B]. \quad (2.7)$$

В плоскости перпендикулярной  $B$  за время  $dt$  происходит поворот вектора скорости на угол

$$d\alpha = dv/v_{\perp} = (qB/m)dt = \omega dt, \quad (2.8)$$

где  $\omega = qB/m$  – так называемая Ларморовская частота. По абсолютной величине  $v_{\perp}$  не меняется. Также остается постоянной и продольная составляющая скорости. Таким образом, вдоль магнитного поля происходит равномерное движение со скоростью  $v_{//}$ , а в перпендикулярном направлении вращение с угловой скоростью  $\omega$ . При этом перпендикулярная составляющая радиус-вектора за время  $dt$  получит приращение

$$dr_{\perp} = v_{\perp} dt = v_{\perp} d\alpha / \omega. \quad (2.9)$$

Вводя обозначение

$$R_L = v_{\perp} / \omega = mv_{\perp} / qB, \quad (2.10)$$

получим

$$d\alpha = |dr| / R_L. \quad (2.11)$$

Конец радиус-вектора движется по окружности с радиусом  $R_L$ , так называемым Ларморовским радиусом.

### 2.1.3. Заряд в скрещенных полях $E \perp B$

Пусть электрическое поле направлено вдоль оси  $x$ , а магнитное поле вдоль  $z$ . Тогда имеем систему уравнений

$$\begin{aligned} m dv_x / dt &= qE + qv_y B, \\ m dv_y / dt &= -qv_x B, \\ m dv_z / dt &= 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Проще всего решается последнее уравнение  $v_z = v_z(0)$ . Чтобы решить первое уравнение системы (12) поделим его на  $m$  и продифференцируем по времени

$$d^2 v_x / dt^2 = \omega dv_y / dt = -\omega^2 v_x. \quad (2.13)$$

Тогда для  $v_x$  получается хорошо известное уравнение гармонических колебаний

$$\ddot{v}_x + \omega^2 v_x = 0, \quad (2.14)$$

решением которого являются комбинация гармонических функций

$$v_x = C \sin \omega t + D \cos \omega t. \quad (2.15)$$

Постоянные зависят от начальных условий. Пусть  $v_x(0) = 0$ , тогда  $D = 0$ . Чтобы найти  $C$ , положим  $v_y(0) = 0$ . Тогда из первого уравнения системы (2.12) получаем

$$m dv_x(0) / dt = m\omega C \cos(0) = qE. \quad (2.16)$$

Отсюда получаем

$$C = qE / m\omega = E / B. \quad (2.17)$$

Подставим (2.15) во второе уравнение системы (2.12), поделим на  $m$  и, интегрируя, получим

$$v_y = \int_0^t \frac{E}{B} \omega \sin \omega t dt = \frac{E}{B} (1 - \cos \omega t). \quad (2.18)$$

Итак, получаем, что вдоль оси  $z$  характер движения не меняется и определяется начальными условиями. Вдоль оси  $x$ , параллельно которой действует электрическое поле, частица совершает колебательное движение. Вдоль оси  $y$  движение представляет собой сумму колебательного движения и направленного движения, происходящего со скоростью  $E/B$ . Поскольку в среднем скорость колебательного движения равна 0, то в целом происходит постепенный снос частицы в направлении оси  $y$  с постоянной скоростью, или, как еще говорят, происходит дрейф частицы. В данном случае это дрейф в скрещенных полях, происходящий со скоростью  $E/B$  или в векторном виде

$$v_{dr} = [\mathbf{EB}] / B^2. \quad (2.19)$$

Интересно отметить, что скорость дрейфа в скрещенных полях не зависит ни от заряда, ни от массы частицы, а только от величин  $E$  и  $B$ .

#### *2.1.4. Элементарный ток при движении в промежутке одной частицы*

Обсудим вопрос: что покажет гипотетический сверхчувствительный амперметр, включенный во внешнюю цепь, при пролете через промежуток одной заряженной частицы. Как известно, при движении одной точечной частицы ток равен  $q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}(t))$ , и, казалось бы, можно ожидать, что прибор будет показывать 0 до тех пор, пока частица не перейдет из промежутка в электрод и не начнет двигаться во внешней электрической цепи. Однако при более внимательном рассмотрении можно сообразить, что при движении через промежуток электрон, воздействуя своим электрическим полем на заряженные частицы, находящиеся на аноде, будет выталкивать их во внешнюю цепь. В то же время, по мере удаления электрона от катода и соответственном уменьшении создаваемого им на катоде электрического поля, сюда будут подтягиваться частицы из внешней цепи и постепенно компенсируют в катоде

недостаток заряда, возникший в результате вылета электрона из катода. Таким образом, во внешней цепи электроны будут двигаться от анода к катоду и этот ток и будет зарегистрирован амперметром. Определить силу тока можно было бы, рассчитав изменение во времени электрических полей, но проще эта задача решается на основе энергетических соображений. Энергия, поставляемая источником питания за время  $dt$

$$d\varepsilon = iUdt, \quad (2.20)$$

затрачивается на совершение работы над движущейся заряженной частицей

$$dA = Fdx = eEvd t. \quad (2.21)$$

Приравнивая  $d\varepsilon$  к  $dA$  и учитывая, что

$$E=U/d, \quad (2.22)$$

где  $d$  – длина промежутка, получим

$$i = ev/d \sim (e/d)Et/m. \quad (2.23)$$

Последнее выражение справедливо в том случае, если электрон выходит из катода с нулевой скоростью и движется без столкновений, т.е. в вакуумном промежутке. Выражение  $i = ev/d$  имеет более общий характер и справедливо также и для газового промежутка. Полный заряд, протекший во внешней цепи за время движения электрона от катода к аноду, найдем, интегрируя полученное выражение

$$q = \int_0^{\tau} i(t)dt. \quad (2.24)$$

Переходя от интегрирования по времени к интегрированию по координате  $dt = dx/v$ , получим

$$q = \int_0^d \frac{ev}{d} \frac{dx}{v} = \frac{e}{d} \int_0^d dx = e. \quad (2.25)$$

Таким образом, при движении электрона через промежуток по внешней цепи также протечет один электронный заряд.

Если через промежуток летит одновременно несколько частиц, то ток во внешней цепи будет равен сумме по всем частицам

$$I(t) = \Sigma ev(t)/d. \quad (2.26)$$

При небольшом числе частиц ток может довольно сильно флуктуировать вокруг некоторого среднего значения. Это так называемый дробовый шум, наблюдаемый в некоторых чувствительных устройствах.

Коротко обсудим вклад в ток, вносимый парой заряженных частиц, образовавшихся в некоторой точке  $x_0$  внутри промежутка в результате ионизации. Заряд, протекший во внешней цепи, при движении такой пары заряженных частиц будет очевидно равен

$$q = \frac{e}{d} \left( \int_0^{x_0} dx + \int_{x_0}^d dx \right) = e \quad (2.27)$$

Первое слагаемое это вклад иона прошедшего путь от  $x_0$  до катода, а второе слагаемое это вклад электрона. В сумме эти так называемые **парные частицы** дают тот же вклад в протекание заряда во внешней цепи, что и одна частица, родившаяся на катоде и прошедшая до анода.

## 2.2. Функция распределения частиц при низких давлениях

При описании характеристик ансамбля частиц вводят так называемую функцию распределения  $f(r, v, t)$ , которая характеризует плотность числа частиц в фазовом пространстве. По определению  $f(r, v, t) dr dv$  есть число частиц находящихся в элементарном фазовом объеме  $dr dv$  вблизи точки  $(r, v)$  в момент времени  $t$ .

Интеграл от функции распределения, взятый по всем возможным скоростям, дает плотность или концентрацию частиц в обычном пространстве в момент  $t$

$$n(r, t) = \int f(r, v, t) dv \quad (2.28)$$

Умножая функцию распределения на  $v$ , получим плотность потока частиц, имеющих данную скорость, в некоторой точке в некоторый момент времени

$j(r, v, t) = vf(r, v, t)$ , а интегрируя по скоростям, получим плотность потока, создаваемого рассматриваемыми частицами в момент времени  $t$  в точке  $r$

$$j(r, t) = \int vf(r, v, t)dv = n(\vec{r}, t) \langle \vec{v}(t) \rangle. \quad (2.29)$$

При умножении на заряд частиц  $q$  получаем плотность электрического тока.

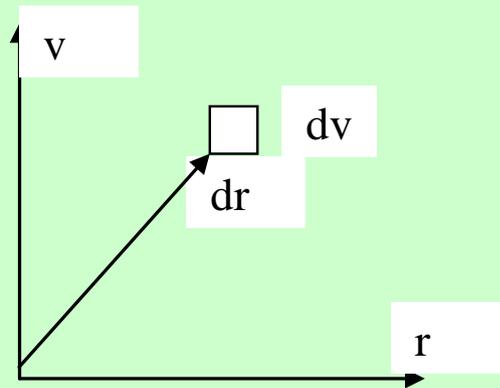


Рис. 2.1. Элемент фазового пространства

### 2.2.1. Кинетическое уравнение и интеграл столкновений

Чтобы найти функцию распределения, необходимо решить кинетическое уравнение. Изменение функции распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  за время  $dt$  равно

$$df = f(\mathbf{v} + d\mathbf{v}, \mathbf{r} + d\mathbf{r}, t + dt) - f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t) = Idt, \quad (2.30)$$

где  $I$  – интеграл столкновений. Интегралом столкновений называют разность между числом частиц, исчезающих и появляющихся с данной скоростью в окрестности рассматриваемой точки в единице объема в единицу времени в результате столкновений. Учитывая, что

$$d\mathbf{r} = \mathbf{v}dt, d\mathbf{v} = \frac{\mathbf{F}}{m}dt, \quad (2.31)$$

где  $\mathbf{F}$  – сила, действующая на частицу, проведем разложение в ряд. Ограничиваясь линейными членами разложения, получим кинетическое уравнение в следующем виде:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = I. \quad (2.32)$$

Во многих расчетах для интеграла упругих столкновений используется так называемое  $\tau$ -приближение

$$I = -\frac{f - f_0}{\tau}, \quad (2.33)$$

где  $\tau$  – некоторое эффективное время между столкновениями, а  $f_0$  – равновесная функция распределения, т.е. считается, что, испытав одно эффективное столкновение, частицы переходят в равновесное состояние.

Для ионов, находящихся в собственном газе, основным является процесс перезарядки, в ходе которого ион превращается в нейтральный атом, а атом превращается в ион. Тогда под  $\tau$  следует понимать характерное время перезарядки, а  $f_0$  можно положить равной  $n_i(r) f_M(\mathbf{v})$ , где  $f_M(\mathbf{v})$  – максвелловская функция распределения по скоростям с температурой газа нейтральных частиц

$$f_M(v_x) = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) = \frac{\exp(-v_x^2 / v_t^2)}{\sqrt{\pi} v_t}. \quad (2.34)$$

Отметим, что  $f_M(\mathbf{v})$  отнормирована на одну частицу, т.е. интеграл от нее по скоростям равен 1, а не концентрации.

При наличии неупругих ионизационных процессов, учитывая, что скорость образующегося иона практически равна скорости атома, интеграл столкновений, описывающий появление ионов, можно записать в виде:

$$I_i = G(\mathbf{r}) f_M(\mathbf{v}), \quad (2.35)$$

где  $G$  – число генерируемых ионов в единицу времени в единице объема вблизи точки  $\mathbf{r}$ . Полный интеграл столкновений равен сумме интегралов различных столкновительных процессов. Учитывая также, что сила, действующая на ион, это сила Лоренца, можно записать кинетическое уравнение в следующем виде:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{q(\mathbf{E} + [\mathbf{v}\mathbf{B}])}{m} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = G(\mathbf{r}) f_M(\mathbf{v}) - \frac{f - n_i(\mathbf{r}) f_M(\mathbf{v})}{\tau}. \quad (2.36)$$

Решение кинетического уравнения представляет собой сложную задачу, осуществляемую, как правило, численными методами. Получение аналитических решений возможно лишь в некоторых частных случаях.

Следует отметить, что во многих случаях достаточное описание ситуации может быть достигнуто при использовании гидродинамических уравнений, которые получают при интегрировании кинетического уравнения. Интегрируя по скоростям, получим в стационарном случае ( $\partial/\partial t = 0$ ) так называемое уравнение непрерывности

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}}(n \langle \mathbf{v} \rangle) = G, \quad (2.37)$$

где  $\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{1}{n} \int \mathbf{v} f d\mathbf{v}$  – средняя скорость. Умножая, кинетическое уравнение на импульс  $m\mathbf{v}$  и снова интегрируя по скоростям, можно получить после некоторых преобразований уравнение движения

$$m(\mathbf{v} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}) \mathbf{v} = q(\mathbf{E} + [\mathbf{v}\mathbf{B}]) - \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}(nkT) - \left( \frac{1}{\tau} + \frac{G}{n} \right) m\mathbf{v}, \quad (2.38)$$

где  $kT = \langle \frac{1}{2} m(\mathbf{v} - \langle \mathbf{v} \rangle)^2 \rangle$ ,  $T$  – температура. Аналогичные уравнения можно получить для электронов.

### 2.2.2. Число ударов частиц о стенку

Получим важное для дальнейшего изложения соотношение, определяющее количество ударов атомов газа об единичную поверхность стенки сосуда, в котором этот газ находится. Направим ось  $x$  к этой поверхности перпендикулярно и, считая распределение по скоростям максвелловским, а концентрацию однородной, найдем плотность потока, создаваемую только теми частицами, которые летят в положительном направлении оси  $x$ .

$$j = n \int_0^{\infty} v_x \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) dv_x = n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \frac{kT}{m} \int_0^{\infty} \exp(-z) dz, \quad (2.39)$$

где сделана замена переменных  $z = mv_x^2/2kT$ . Интеграл равен единице и получаем

$$j = n \left( \frac{kT}{2\pi m} \right)^{1/2} = \frac{n \langle v \rangle}{4}, \quad (2.40)$$

где  $\langle v \rangle$  -средняя скорость частиц максвелловского ансамбля, равная  $\sqrt{8kT/\pi m}$ . Отметим, что при последней форме записи ( $n\langle v \rangle/4$ ) полученное соотношение справедливо не только для максвелловской, но для любой изотропной функции. Им часто пользуются при определении числа частиц, уходящих из некоторой области, или, иначе говоря, для оценки так называемых эмиссионных свойств ансамбля частиц. Однако следует подчеркнуть, что эмиссия и равновесие, очевидно, являются понятиями несовместимыми, так как при равновесии нет обмена энергией с окружающей средой, в то время как при эмиссии вместе с уходящими частицами унос энергии, конечно же, происходит. Также при уходе частиц, в каком бы то ни было направлении, очевидно, имеет место анизотропия, и, можно сказать, что эмиссия и изотропия также не очень-то совмещаются друг с другом. Так что в лучшем случае полученным соотношением можно пользоваться для приближенных оценок, а при интенсивной эмиссии, когда частицы сразу после генерации уходят на стенки, не испытав столкновений, что характерно для систем низкого давления, используемых в электронных и ионных источниках, оно, скорей всего, не годится даже для этого.

### 2.2.3. Функция распределения в отсутствие электрического поля

В случае низких давлений ( $\lambda \gg d$ , где  $\lambda$  – длина свободного пробега,  $d$  – длина промежутка) при расчете функции распределения частиц или при решении гидродинамических уравнений, как правило, используется т.н.

бесстолкновительное приближение, или, как часто говорят, режим свободного полета на стенку, т.е. частицы после возникновения не испытывают столкновений с другими частицами. Тогда в кинетическом уравнении сохраняют только член, описывающий ионизационные столкновения, а интеграл упругих столкновений полагают равным 0. В гидродинамическом уравнении движения характерное время между упругими столкновениями считают бесконечно большим или, соответственно, частоту упругих столкновений равной 0.

Очевидным исключением из этого правила является ситуация, когда заряженные частицы совершают осцилляционное движение в электростатической потенциальной яме или в магнитной ловушке. В этом случае частицы могут пройти путь, существенно превышающий размеры промежутка, и влияние столкновений должно учитываться, по крайней мере, для тех частиц, которые оказались захваченными в ловушку (этот случай будет рассмотрен позже). Однако, даже в отсутствие потенциальной ямы, но при наличии области со слабой напряженностью электрического поля  $E \sim 0$ , учет столкновений является необходимым, что будет показано ниже, при анализе вида функции распределения в низкоэнергетической части спектра. В противном случае возможно возникновение расходимости функции распределения при малых скоростях и, как следствие, получение бесконечной концентрации частиц в области, где электрическое поле отсутствует.

Обсудим вышеуказанные особенности на примере задачи о разлете ионов, генерируемых внешним облучением низкой интенсивности. Рассмотрим промежуток длиной  $2L$  между двумя плоскостями. Будем считать, что число ионов  $G$ , генерируемых в единицу времени в единице объема, мало, и поле возникающего объемного заряда сообщает ионам энергию, существенно меньшую, чем тепловая энергия  $e\phi \ll kT$ , где  $e$  – элементарный заряд,  $\phi$  – потенциал,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура. Считая, что ионы

покидают промежуток с характерной тепловой скоростью  $v_t = \sqrt{2kT/m}$ , где  $m$  – масса иона, можно оценить концентрацию как

$$n \sim \frac{GL}{v_t}. \quad (2.41)$$

Тогда, исходя из приближенной записи уравнения Пуассона

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} \sim \frac{\varphi}{L^2} \sim \frac{en}{\varepsilon_0} \sim \frac{eGL}{\varepsilon_0 v_t}, \quad (2.42)$$

получим критерий малости  $G$

$$G \ll \frac{\varepsilon_0 m v_t^3}{e^2 L^3}. \quad (2.43)$$

Пренебрегая при выполнении этого условия электрическим полем, а также столкновениями, и считая, что в момент образования ионы, как и нейтральные атомы, имеют максвелловское распределение по скоростям

$$F_m(v_x) = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) = \frac{\exp(-v_x^2/v_t^2)}{\sqrt{\pi}v_t}, \quad (2.44)$$

запишем кинетическое уравнение для ионов в следующем виде:

$$v_x \frac{\partial F}{\partial x} = G f_m. \quad (2.45)$$

Считая, что на стенках частицы поглощаются, и, помещая начало системы координат в центр промежутка, запишем граничные условия

$$F(-L, v_x > 0) = 0, F(L, v_x < 0) = 0. \quad (2.46)$$

При этих условиях кинетическое уравнение имеет следующее решение:

$$F(x, v_x) = \begin{cases} \frac{(x+L)Gf_m(v_x)}{v_x}, v_x > 0 \\ \frac{(x-L)Gf_m(v_x)}{v_x}, v_x < 0 \end{cases}. \quad (2.47)$$

Полученная функция отличается от максвелловской. Стоящая в знаменателе скорость приводит к тому, что число быстрых частиц становится меньше, чем в максвелловском распределении (это вполне понятно, так как эти частицы

быстро уходят из промежутка), а число медленных частиц наоборот больше. Более того, решение является расходящимся при  $v_x \rightarrow 0$ . Концентрация ионов  $n = \int F dv_x$  при найденной функции распределения также получается бесконечной. Это явно противоречит сделанному допущению о малости объемного заряда ионов и создаваемого им электрического поля.

Причина возникшей расходимости заключается в том, что при пренебрежении столкновениями частицы, имеющие в момент образования скорость  $v_x \sim 0$ , будут находиться в промежутке «вечно». На самом же деле они рано или поздно подвергнутся удару со стороны нейтральных атомов, в результате которого у них появится  $x$ -ая составляющая скорости, и они покинут промежуток. Сделаем оценку скорости, при которой учет столкновений становится необходимым. Для частицы, имеющей в момент образования скорость  $v_x$ , время ухода на стенку можно оценить как  $\tau_{loss} \sim L/v_x$ , а время до столкновения иона с нейтральным атомом  $\tau \sim \lambda/v_t$ . Учет столкновений становится необходимым при выполнении условия

$$\tau < \tau_{loss} \quad (2.48)$$

или

$$v_x < \frac{L}{\lambda} v_t. \quad (2.49)$$

Более того, при выполнении условия

$$v_x \ll \frac{L}{\lambda} v_t \quad (2.50)$$

время между столкновениями становится много меньше, чем время ухода на стенку и, таким образом, частицы, имеющие малые проекции скорости на ось  $x$ , находятся в сильностолкновительном режиме, что должно привести к формированию в низкоэнергетической части спектра распределения близкого к

максвелловскому. Что же касается распределения (2.47), то оно, очевидно, справедливо лишь в высокоэнергетической части спектра  $v_x \gg \frac{L}{\lambda} v_t$ .

Итак, для корректного расчета функции распределения в области малых скоростей необходимо учесть столкновения. Введем в кинетическое уравнение модельный интеграл столкновений в  $\tau$  – приближении и запишем его в следующем виде:

$$v_x \frac{\partial F}{\partial x} = G f_m - \frac{F - n f_m}{\tau}. \quad (2.51)$$

В рассматриваемой ситуации ( $L \ll \lambda$ ) отношение  $n/\tau$  является величиной много меньше  $G$ . Действительно, выполняя оценку, получаем

$$\frac{n}{\tau} \sim \frac{GL/v_t}{\lambda/v_t} = \frac{L}{\lambda} G \ll G. \quad (2.52)$$

Тогда в первом приближении кинетическое уравнение можно записать в следующем виде:

$$v_x \frac{\partial F}{\partial x} = G f_m - \frac{F}{\tau}. \quad (2.53)$$

Записанное кинетическое уравнение имеет аналитическое решение

$$F(x, v_x) = \begin{cases} G \tau f_m(v_x) \left( 1 - \exp\left(-\frac{(x+L)}{\tau v_x}\right) \right), & v_x > 0; \\ G \tau f_m(v_x) \left( 1 - \exp\left(-\frac{(x-L)}{\tau v_x}\right) \right), & v_x < 0. \end{cases} \quad (2.54)$$

Раскладывая экспоненту в ряд, нетрудно убедиться, что в случае больших скоростей функция распределения (2.54) переходит в найденную ранее при пренебрежении столкновениями функцию распределения (2.47). В случае же малых скоростей экспонента стремится к 0, и, таким образом, в низкоэнергетической части спектра функция распределения близка к максвелловской  $F(x, v_x) \sim G \tau f_m(v_x)$ , что и следовало ожидать. Интегрируя (2.54) по скорости, можно получить распределение концентрации в промежутке  $n(x)$ .

В аналитических функциях интегрирование провести не удастся, однако результаты расчетов, показывают, что при малых  $\varepsilon$  интеграл вида

$$I(\varepsilon) = \int_0^{\infty} \exp(-u^2) \left( 1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon}{u}\right) \right) du, \quad (2.55)$$

возникающий в области положительных скоростей при введении обозначений

$$u = \frac{v_x}{v_t}; \quad \varepsilon = \frac{x+L}{\tau v_t} = \frac{x+L}{\lambda} \quad (2.56)$$

и в области отрицательных скоростей при введении обозначений

$$u = -\frac{v_x}{v_t}; \quad \varepsilon = \frac{L-x}{\tau v_t} = \frac{L-x}{\lambda}, \quad (2.57)$$

с хорошей точностью можно аппроксимировать простой функцией  $I(\varepsilon) \approx \varepsilon \ln(1/\varepsilon)$ . Ошибка не превышает нескольких процентов. Это обстоятельство иллюстрируется нижеприведенной таблицей

$\varepsilon$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$
$I(\varepsilon)$	$4,75 \cdot 10^{-2}$	$7,04 \cdot 10^{-3}$	$9,36 \cdot 10^{-4}$	$1,16 \cdot 10^{-4}$	$1,39 \cdot 10^{-5}$
$\varepsilon \ln(1/\varepsilon)$	$4,61 \cdot 10^{-2}$	$6,91 \cdot 10^{-3}$	$9,21 \cdot 10^{-4}$	$1,15 \cdot 10^{-4}$	$1,38 \cdot 10^{-5}$

Тогда, используя предложенную аппроксимацию, получаем распределения концентрации в следующем виде:

$$n(x) = \frac{G}{\sqrt{\pi v_t}} \left( (x+L) \ln\left(\frac{\lambda}{x+L}\right) + (L-x) \ln\left(\frac{\lambda}{L-x}\right) \right). \quad (2.58)$$

В частности, в центре системы

$$n(0) = \frac{2GL}{\sqrt{\pi v_t}} \ln\left(\frac{\lambda}{L}\right), \quad (2.59)$$

а на границе

$$n(L) = \frac{2GL}{\sqrt{\pi v_t}} \ln\left(\frac{\lambda}{2L}\right). \quad (2.60)$$

Разница между двумя этими значениями при малых  $L/\lambda$  и, соответственно, больших  $\lambda/L$  сравнительно невелика и, таким образом, распределение концентрации в случае низких давлений близко к однородному.

Учитывая, что плотность потока частиц  $n(x)v(x)$  в точке  $x$  равна  $Gx$ , для средней скорости можно получить следующее соотношение:

$$v(x) = \sqrt{\pi}v_t x \left( (x+L) \ln\left(\frac{\lambda}{x+L}\right) + (L-x) \ln\left(\frac{\lambda}{L-x}\right) \right)^{-1} \quad (2.61)$$

в частности на границе промежутка

$$v(L) = \frac{\sqrt{\pi}v_t}{2 \ln(\lambda/2L)}. \quad (2.62)$$

Отметим, что при выполнении оценки (12) было сделано допущение, что частицы покидают промежуток со средней скоростью порядка тепловой. Из выражения (22) видно, что при низких давлениях средняя скорость уходящих частиц меньше характерной тепловой скорости Максвелловского ансамбля примерно в  $\ln(\lambda/L)$  раз, что связано с уже обсуждавшимся преобладанием удельной доли низкоэнергетичных частиц в найденной функции распределения. Однако это уточнение не нарушает справедливости сделанной оценки. Также, учитывая (2.62), можно несколько уточнить условие (2.43), при получении которого использовалось это же допущение.

Проведенный анализ показал, что в случае низких давлений и в отсутствие электрического поля функция распределения ионов существенно отличается от Максвелловской и характеризуется увеличением доли долгоживущих низкоэнергетичных частиц, в то время как доля высокоэнергетичных частиц, быстро уходящих на стенки промежутка и поглощаемых ими, существенно ниже. Использование бесстолкновительного приближения для анализа ситуации может привести к существенным ошибкам вследствие появления расходимости в области малых скоростей ( $v_x \rightarrow 0$ ). Корректный расчет функции распределения должен включать учет столкновений, по крайней мере, для этих низкоэнергетичных частиц, для

которых время ухода на стенки промежутка больше характерного времени между столкновениями.

### 2.3. Функция распределения частиц в потенциальной яме

Теперь рассмотрим случай, когда частицы находятся в потенциальной яме и совершают колебательное (осцилляционное) движение. Как уже отмечалась выше, в этом случае необходимость учета столкновений, несмотря на формальное выполнение условия низкого давления  $\lambda \gg L$ , является очевидной, так как вследствие колебаний частицы пройдут путь, существенно превышающий размеры камеры и рано или поздно испытают столкновения. Для описания возникающего профиля часто используется функция Больцмана

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{e\varphi}{kT}\right), \quad (2.63)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура газа. Такая ситуация возможна при незначительной скорости ухода частиц из ямы, когда ее глубина отвечает условию  $\varphi(L) \gg \frac{kT}{e}$ . В общем случае это условие не выполняется, и поперечное распределение может существенно отличаться от Больцмановского.

#### 2.3.1. Кинетическое уравнение для частиц в потенциальной яме

Для нахождения функции распределения необходимо решение кинетического уравнения, которое в плоской геометрии в стационарном случае имеет следующий вид:

$$v_x \frac{\partial f(x, v_x)}{\partial x} - \frac{e\partial\varphi}{M\partial x} \frac{\partial f(x, v_x)}{\partial v_x} = I[x, v_x, f] \quad (2.64)$$

с граничными условиями теми же, что и в предыдущей задаче  $f(L, v_x) = 0$ , при  $v_x < 0$ ,  $f(-L, v_x) = 0$ , при  $v_x > 0$ .

При выполнении условия низкого давления

$$\lambda \gg L, \quad (2.65)$$

кинетическое уравнение можно существенно упростить. Частица, образовавшаяся в точке  $x$  со скоростью  $v_x$ , удовлетворяющей условию  $Mv_x^2/2 > e\varphi(L) - e\varphi(x)$ , с большой вероятностью уйдет из потенциальной ямы, т.к. при выполнении условия (2.65) вероятность столкновения на пути от точки образования до края ямы пренебрежимо мала и, таким образом, можно принять, что вклад в интеграл столкновений внесут только захваченные частицы, для которых  $Mv_x^2/2 < e\varphi(L) - e\varphi(x)$ . Представим функцию распределения в виде суммы

$$f(x, v_x) = f_{os}(x, v_x) + f_{es}(x, v_x), \quad (2.66)$$

где  $f_{os}$  и  $f_{es}$  – соответственно функции распределения захваченных (осциллирующих) и уходящих частиц. При сделанном допущении интеграл столкновений зависит только от вида функции  $f_{os}$  и уравнение (2.64) распадается на два уравнения для функций  $f_{os}$  и  $f_{es}$

$$v_x \frac{\partial f_{os}(x, v_x)}{\partial x} - \frac{e\partial\varphi}{M\partial x} \frac{\partial f_{os}(x, v_x)}{\partial v_x} = I[x, v_x, f_{os}] \eta(e\varphi(L) - e\varphi(x) - \frac{Mv_x^2}{2}), \quad (2.67)$$

$$v_x \frac{\partial f_{es}(x, v_x)}{\partial x} - \frac{e\partial\varphi}{M\partial x} \frac{\partial f_{es}(x, v_x)}{\partial v_x} = I[x, v_x, f_{os}] \eta(e\varphi(x) + \frac{Mv_x^2}{2} - e\varphi(L)), \quad (2.68)$$

где  $\eta(y) = 1$ , при  $y > 0$  и  $\eta(y) = 0$ , при  $y < 0$ .

Уравнение (2.67) можно подвергнуть дальнейшему упрощению при использовании следующего подхода. Оценим период колебаний частицы в потенциальной яме. Примем, что  $\varphi(x) \sim \varphi_L \frac{x^2}{L^2}$ . Тогда для частицы с любой амплитудой колебаний  $a$  период колебаний определяется соотношением

$$T = 4 \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{\frac{2e}{m}(\varphi(a) - \varphi(x))}} = \frac{4L}{\sqrt{2e\varphi_L/m}} \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{2\pi L}{\sqrt{2e\varphi_L/m}}. \quad (2.69)$$

Для достаточно глубоких ям (больших  $\varphi_L$ ) период колебаний много меньше среднего времени между столкновениями или иначе характерная частота столкновений  $\nu$  много меньше частоты колебаний в потенциальной яме  $\nu_{os}$ , т.е.

большую часть времени частицы совершают свободные колебания. Столкновения, при которых меняется энергия частицы и, соответственно, амплитуда колебаний  $a$  (переход к амплитуде  $\varepsilon = e\varphi(a)$  возможен при соблюдении симметрии,  $\varphi(x) = \varphi(-x)$ , что обычно выполняется), редки, и поэтому нахождение распределения  $f_{os}(x, v_x)$  можно разбить на два этапа, сначала рассмотреть сравнительно медленный процесс релаксации частиц по энергии или амплитуде, определить соответствующую функцию распределения  $f(a)$ , а затем выразить  $f_{os}(x, v_x)$  через  $f(a)$ , считая, что частицы совершают свободные колебания. Для функции, зависящей от амплитуды, левая часть (2.67) обращается в 0 и (2.67) принимает вид  $I[a, f(a)] \eta(e\varphi(L) - e\varphi(a)) = 0$ .

Связь между  $f_{os}(x, v_x)$  и  $f(a)$  и интегральное уравнение для  $f(a)$  получим непосредственно из физических соображений. Частица, находясь в точке  $x$ , будет иметь скорость в промежутке  $v_x \div v_x + dv_x$  в том случае, если ее амплитуда находится в промежутке  $a \div a + da$ , где  $a, da$  связаны с  $v_x, dv_x$  следующими соотношениями:

$$v_x = \pm \sqrt{\frac{2e(\varphi(a) - \varphi(x))}{M}} \equiv \pm V(a, x), \quad (2.70)$$

$$dv_x = \frac{e}{M} \frac{d\varphi}{da} \frac{da}{V(a, x)}. \quad (2.71)$$

Относительное время нахождения такой частицы в промежутке  $dx$

$$W_1(a, x) dx = \frac{dt(a, x)}{T(a)}, \quad \text{при } |x| < a, \quad (2.72)$$

где  $dt(a, x) = dx/V(a, x)$ , а  $T(a) = 4 \int_0^a dx/V(a, x)$  – период колебаний. Таким образом,

для числа частиц в элементе  $dx dv_x$  фазового пространства получаем соотношение

$$f_{os}(x, v_x) dx dv_x = \frac{f(a) da dt}{T(a)}. \quad (2.73)$$

Подставляя в (2.73) соотношения (2.70), (2.71), получим

$$f_{os}(x, v_x) = \frac{Mf(a(x, v_x))}{T(a(x, v_x))e^{\frac{d\varphi(a(x, v_x))}{da}}}, \quad (2.74)$$

где  $a(x, v_x) = \varphi^{-1}(\varphi(x) + Mv_x^2/2e)$ ,  $\varphi^{-1}$  – функция, обратная к  $\varphi(x)$ . Интегрируя  $f_{os}(x, v_x)$  по всем возможным скоростям, получим распределение по поперечной координате

$$f_{os}(x) = \int_{-V_m}^{V_m} \frac{Mf(a(x, v_x))dv_x}{T(a(x, v_x))e^{\frac{d\varphi(a(x, v_x))}{da}}} = 2 \int_{|x|}^L \frac{f(a)da}{T(a)V(a, x)}, \quad (2.75)$$

где  $V_m = V(L, x) = V(a, x)_{a=L}$ .

### 2.3.2. Кинетическое уравнение для функции распределения по амплитуде

Уменьшение числа частиц в интервале  $a \div a + da$  происходит за счет столкновений и равно  $\nu(a)f(a)da$ , где  $\nu(a)$  – усредненная по периоду колебаний частота столкновений. Новые частицы появляются как за счет столкновений, в результате которых частица, имевшая амплитуду  $a'$ , попадает в промежуток  $a \div a + da$ , так и за счет ионизации. В общем виде интегральное уравнение можно записать следующим образом:

$$-\nu(a)f(a) + G(a) + \int W(a, a')f(a')\nu(a')da' = 0, \quad (2.76)$$

где  $G(a)$  – распределение частиц, образующихся в единицу времени в результате ионизации;  $W(a, a')$  – плотность вероятности для частицы, имевшей амплитуду  $a'$  и могущего приобрести в результате столкновения амплитуду  $a$ .

Отметим, что  $\int_0^L W(a, a')da < 1$ , т.к. есть вероятность получения частицей в результате столкновения энергии, достаточной для преодоления потенциального барьера. Образование новых частиц происходит, как правило, при ионизации электронным ударом и определяется параметрами распределения быстрых электронов. Принимая, что в момент появления

частицы имеют максвелловское распределение по скоростям, для  $G_i(a)$  получаем следующее выражение:

$$G(a) = \int_{-a}^a W_2(a, x) G(x) dx = 2 \int_0^a W_2(a, x) G(x) dx, \quad (2.77)$$

где  $G(x) = v_i n_f(x)$ ,  $v_i$  – частота ионизации, отнормированная на 1 быстрый электрон, а  $n_f$  – концентрация быстрых электронов,  $W_2(a, x)$  – плотность вероятности для частицы, образовавшейся в точке  $x$  приобрести амплитуду колебаний  $a$ . Для  $W_2$  выполняется следующее соотношение:

$$W_2(a, x) = \sqrt{\frac{2}{\pi M k T}} \exp\left(-\frac{M v^2(a, x)}{2 k T}\right) \frac{e}{v(a, x)} \frac{d\varphi}{da}. \quad (2.78)$$

Изменение энергии частиц в случае слабоионизованного газа происходит в основном в результате их упругих столкновений с атомами. Используя для учета этих столкновений модельный интеграл, получим

$$W(a, a') = 2 \int_{-\min(a, a')}^{\min(a, a')} W_1(a', x) W_2(a, x) dx, \quad (2.79)$$

где  $2W_1(a', x) dx$  – вероятность для частицы с амплитудой  $a'$  испытать столкновение в слое  $dx$ , при условии, что столкновение произошло.

### 2.3.3. Функция распределения уходящих частиц

Если решение уравнения (2.76) найдено, то перейдя от  $f(a)$  к  $f_{os}(x, v_x)$  можно затем определить явный вид интеграла столкновений и проинтегрировать уравнение (2.68) для  $f_{es}(x, v_x)$ . В момент времени  $t$  в точке  $x$  скорость  $v_x$  будут иметь частицы, образовавшиеся в некоторый момент времени  $t' < t$ , в точке  $x'$  со скоростью  $v_x'$ , где  $x, v_x, t$  и  $x', v_x', t'$  связаны следующими соотношениями:

$$\frac{M v_x^2}{2} + e\varphi(x) = \frac{M v_x'^2}{2} + e\varphi(x'), \quad (2.80)$$

$$t - t' = \int \frac{d\xi}{\sqrt{v_x^2 + 2e(\varphi(x) - \varphi(\xi)) / M}}. \quad (2.81)$$

Интегрируя по всем возможным  $t'$ , получим

$$f_{es}(x, v_x, t) = \int_{t_0}^t I[x', v'_x, f_{os}] \eta\left(\frac{Mv_x'^2}{2} + e\varphi(x') - e\varphi(L)\right) dt'. \quad (2.82)$$

Переходя от интегрирования по времени к интегрированию по координате  $dt' = dx' / \sqrt{v_x^2 + 2e(\varphi(x) - \varphi(\xi)) / M}$  и используя модельный интеграл столкновений, получим в стационарном случае

$$f_{es}(x, v_x) = \int \left(G_i(x') + \frac{f_{os}(x')}{\tau}\right) \frac{f_m(\sqrt{v_x^2 + 2e(\varphi(x) - \varphi(x')) / M})}{\sqrt{v_x^2 + 2e(\varphi(x) - \varphi(x')) / M}} dx'. \quad (2.83)$$

Интеграл берется в пределах от  $-L$  до  $x$ , при  $v_x > \sqrt{2e(\varphi(L) - \varphi(x)) / M}$  и от  $x$  до  $L$ , при  $v_x < -\sqrt{2e(\varphi(L) - \varphi(x)) / M}$ ,  $f_{es}(x, v_x) = 0$  при остальных  $v_x$ .

#### 2.3.4. Кинетическое уравнение с учетом продольного движения частиц

При выполнении некоторых условий, рассматриваемых ниже, предложенный подход можно использовать и при анализе продольного движения частиц. Пусть  $\varphi(x, z) = \varphi_0(z) + \varphi_I(x)$ , где  $\varphi_0(z)$  – монотонная функция. Если расстояние  $l_T$ , проходимое частицей вдоль оси  $z$  за время равное периоду поперечных колебаний, отвечает условию  $l_T \ll L_Z$ , где  $L_Z$  – длина рассматриваемой области в продольном направлении, то от функции распределения захваченных частиц  $f_{os}(z, v_z, x, v_x)$  можно перейти, как это рассматривалось выше, к функции  $f(z, v_z, a)$ . Такой подход в определенном смысле, аналогичен диффузионному приближению (применяемому при анализе процессов, характерный пространственный масштаб которых существенно превышает длину свободного пробега, а временной характерное время между столкновениями) и может быть применен для анализа процессов, характерный продольный масштаб которых существенно превышает величину

$l_T$ , а временной среднее значение периода колебаний. Для рассматриваемой задачи, ухода частиц в продольном направлении, существенные изменения концентрации частиц и продольного электрического поля происходят обычно на длине  $l_z \sim L_z$  и можно провести следующие оценки для условий применимости предлагаемого подхода. Пусть  $\varphi_z$  – продольное изменение потенциала,  $T_{os}$  – период поперечных колебаний,

$$T_{os} \sim L / \langle v_x \rangle \sim \frac{L}{\sqrt{e\varphi_L / M}}, \quad (2.84)$$

и, следовательно, должно выполняться

$$l_T \sim \langle v_z \rangle T_{os} \sim \frac{\sqrt{e\varphi_z / M} L}{\sqrt{e\varphi_L / M}} \ll L_z. \quad (2.85)$$

Таким образом, глубина потенциальной ямы должна отвечать условию

$$\sqrt{\varphi_L} \gg \sqrt{\varphi_z} \frac{L}{L_z} \quad (2.86)$$

Если продольное поле существенно меняется на длине  $l_z$ , меньшей чем  $L_z$ , то в (2.86) вместо  $L_z$  надо подставить  $l_z$ . Кроме того, если продольное электрическое поле мало и характерная скорость частицы  $\langle v \rangle \sim (kT/M)^{1/2}$ , то в (2.86)  $\varphi_z$  следует заменить на  $kT/e$ . Предложенный подход применим при различных соотношениях между величинами  $L_z$  и  $\lambda$ , т.е его можно использовать не только при анализе распределения в области дрейфа пучка, когда  $L_z \ll \lambda$ , но и при выполнении обратного условия  $L_z \gg \lambda$ , что часто реализуется в газовых разрядах. В этом случае, очевидно, необходим учет влияния столкновений на распределение частиц. Обязательным является лишь выполнение условия низкого давления (1.1.5) для поперечного движения. Следует заметить, что при некоторых условиях учет столкновений будет необходим даже в случае  $L_z \ll \lambda$ , т.к. при большой глубине потенциальной ямы частица за счет поперечных колебаний может пройти путь, сравнимый с длиной свободного пробега. Оценим глубину потенциальной ямы в этом

случае. Характерное время ухода частицы в продольном направлении  $\tau_z \sim L_z / \langle v \rangle$ , число поперечных колебаний за это время  $\sim \tau_z / T_{os}$ , и если путь

$$l \sim \frac{L\tau_z}{T_{os}} \sim \frac{L \frac{L_z}{\sqrt{e\varphi_z/M}}}{L/\sqrt{e\varphi_L/M}} \quad (2.87)$$

составляет величину больше или порядка  $\lambda$ , то вероятностью столкновений уже нельзя пренебречь даже при формальном выполнении условий таундсеновского режима  $\lambda \gg L, R$ . Для глубины потенциальной ямы в этом случае получаем

$$\sqrt{\varphi_L} > \sqrt{\varphi_z} \frac{\lambda}{L_z}, \quad (2.88)$$

либо в случае  $\varphi_z \ll kT/e$ .

$$\sqrt{\varphi_L} > \sqrt{\frac{kT}{e}} \frac{\lambda}{L_z}. \quad (2.89)$$

При движении против продольного электрического поля ( $v_z < 0$ , если  $E_z = -d\varphi_0/dz > 0$ ) частица будет иметь скорость  $v_z$  при прохождении точки  $z$ , если она имела после ионизации или последнего столкновения в точке  $z' > z$  скорость

$$v'_z = -\sqrt{v_z^2 + \frac{2e(\varphi_0(z) - \varphi_0(z'))}{M}} = -v'(z') \quad (2.90)$$

и прошла путь от  $z'$  до  $z$  без столкновений. При движении по полю ( $v_z > 0$ ) скорость  $v_z$  в точке  $z$  могут иметь как частицы, получившие в момент образования в точке  $z'$  положительную компоненту  $v'_z = v'(z')$ , так и частицы, имевшие скорость  $v'_z = -v'(z')$ , но затормозившиеся в электрическом поле и набравшие скорость  $v_z$  при обратном движении от точки поворота  $\tilde{z}$  до  $z$ . Для  $\tilde{z}$  получаем соотношение

$$\frac{Mv_z^2}{2} + e\varphi_0(z) = e\varphi_0(\tilde{z}). \quad (2.91)$$

Если (2.91) не имеет решений в промежутке  $[0, L]$ , то очевидно, частица, имевшая в  $z'$  скорость  $v'_z = -v'(z')$ , пересекает границу  $z = 0$  и выбывает из

рассмотрения. Поэтому обладать в точке  $z$  скоростью  $v_z > 0$ , удовлетворяющей условию

$$\frac{Mv_z^2}{2} > e\varphi_0(0) - e\varphi_0(z), \quad (2.92)$$

будут лишь частицы, имевшие в точке  $z'$  положительную компоненту  $v_z'$ . Принимая распределение по скоростям, образующихся после ионизации или последнего столкновения частиц максвелловским, запишем распределение образующихся в единицу времени в точке  $z$  частиц по амплитудам и продольным скоростям в виде

$$S_0[z, v_z, a] = f_m(v_z) \left( \int_{-a}^a W_2(a, x) v_i f_e(z, x) dx + \int_{0-\infty}^{R \infty} \int W(a, a') v(v_z, a) f(z, v_z, a') dv_z da' \right), \quad (2.93)$$

где  $v(v_z, a)$  – усредненная по периоду колебаний частота столкновений частицы, имеющей скорость  $v_z$  и амплитуду  $a$ . Таким образом, для  $f(z, v_z, a)$  получаются следующие выражения:

$$\begin{cases} \int_z^L S_0[z', -v'(z'), a] \exp\left(-\int_z^{z'} \frac{v(v'(\xi), a) d\xi}{v'(\xi)}\right) \frac{dz'}{v'(z')}, & \text{при } v_z < 0; \\ \int_z^L S_0[z', -v'(z'), a] \exp\left(-\int_z^z \frac{v(v'(\xi), a) d\xi}{v'(\xi)} - \int_z^{z'} \frac{v(v'(\xi), a) d\xi}{v'(\xi)}\right) \frac{dz'}{v'(z')} + \\ + \int_z^z S_0[z', v'(z'), a] \exp\left(-\int_{z'}^z \frac{v(v'(\xi), a) d\xi}{v'(\xi)}\right) \frac{dz'}{v'(z')}, & \text{при } 0 < v_z < \sqrt{\frac{2e}{M}(\varphi_0(0) - \varphi_0(z))} \\ \int_0^z S_0[z', v'(z'), a] \exp\left(-\int_z^{z'} \frac{v(v'(\xi), a) d\xi}{v'(\xi)}\right) \frac{dz'}{v'(z')}, & \text{при } v_z > \sqrt{\frac{2e}{M}(\varphi_0(0) - \varphi_0(z))}. \end{cases} \quad (2.94)$$

Рассмотрим возможные упрощения интегрального уравнения в различных предельных случаях. Если частота ухода частиц, как в продольном, так и поперечном направлении много меньше характерной частоты столкновений (что выполняется при  $L_z \gg \lambda$ ,  $\varphi_L \gg kT/e$ ), то можно принять поперечное распределение Больцмановским

$$f_{os}(x,z) = f_0(z) \exp\left(-\frac{e\varphi_1(x)}{kT}\right). \quad (2.95)$$

Усредняя поперечное распределение, введем функцию

$$\bar{f}(z) = \frac{1}{R} \int_0^R f_0(z) \exp\left(-\frac{e\varphi_1(x)}{kT}\right) dx. \quad (2.96)$$

При выполнении условия  $eE\lambda \ll kT$  функцию  $\bar{f}(z)$  можно найти, используя диффузионное приближение

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left( -D \frac{d\bar{f}(z)}{dz} - \mu \frac{d\varphi_0}{dz} \bar{f}(z) \right) = \frac{1}{L} \int_0^L v_i f_e(x,z) dx - \\ - \frac{\bar{f}(z) \exp\left(-\frac{e\varphi_1(L)}{kT}\right) \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}}{\int_0^R \exp\left(-\frac{e\varphi_1(L)}{kT}\right) dx}. \end{aligned} \quad (2.97)$$

Первый член в правой части (2.97) представляет собой усредненную по  $x$  частоту образования частиц в результате ионизации, а второй учитывает возможный уход частиц в поперечном направлении.

Если  $eE_z\lambda \gg kT$ , то можно пренебречь тепловым разбросом продольных скоростей ( $S_0[z, v_z, a] = S_0[z, a] f_m(v_z) \rightarrow S_0[z, a] \delta(v_z)$ ) и (2.94) принимает вид:

$$f(z, v_z, a) = \begin{cases} \frac{S_0(\tilde{z}, a)}{v_z} \exp\left(-\int_{\tilde{z}}^z v(v'(\xi), a) \frac{d\xi}{v'(\xi)}\right), v_z \geq 0, \\ 0, v_z < 0 \end{cases}, \quad (2.98)$$

где  $\tilde{z}$  – корень уравнения (2.91).

Аналогичное упрощение можно провести для поперечного распределения, но следует заметить, что замена  $f_m(v_x) \rightarrow \delta(v_x)$  может привести к существенным ошибкам в расчете  $f(a)$  при малых  $a$ , так как для частицы, образовавшейся вблизи оси, потенциальная энергия мала и может быть меньше тепловой, в частности, если  $f(a=0) \neq 0$ , то  $f_{os}(x=0) = \infty$ , поскольку  $d\varphi/da_{a=0} = 0$ .

### Глава 3. ДИОД С ТЕРМОКАТОДОМ

Диодом называется устройство, пропускающее электрический ток только в одном направлении. Вольт-амперная характеристика (ВАХ) идеального диода показана на рисунке.

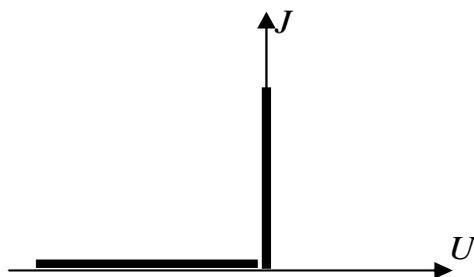


Рис. 3.1. Вольт-амперная характеристика идеального диода

При отрицательном напряжении  $U$  ток  $J$  равен 0. При достижении напряжением критического (нулевого) уровня диод резко открывается и пропускает сколь угодно большой ток.

#### 3.1. Вакуумный диод с термокатодом

Вакуумный промежуток между двумя электродами, один из которых нагрет до высокой температуры, обладает свойствами диода. При подаче положительного потенциала на холодный анод электроны, испускаемые накалившимся катодом в результате термоэмиссии, начинают двигаться в сторону анода и, таким образом, через промежуток течет ток, а при подаче на холодный электрод отрицательного потенциала эмиттируемые электроны загоняются электрическим полем обратно в накалившийся электрод, и ток через промежуток отсутствует. Однако ВАХ такого диода, разумеется, отличается от идеальной. Обсудим вид ВАХ вакуумного диода с термокатодом, причем сначала будем считать, что электроны подвергаются воздействию только внешнего

электрического поля и пренебрежем электрическим полем, создаваемым самими движущимися электронами.

### 3.1.1. ВАХ диода с термокатодом без учета пространственного заряда

Пусть в плоскости  $x=0$  расположен нагреваемый катод и каждую секунду с единичной площади вылетает  $v_0$  частиц/с·см<sup>2</sup>, распределение которых по скоростям является односторонним максвелловским

$$f(0, v_x) = \frac{m v_0}{kT} \exp\left(-\frac{m v_x^2}{2kT}\right), \text{ при } v_x > 0. \quad (3.1)$$

Плотность тока, создаваемого этими частицами,

$$j = e \int_0^{\infty} \frac{m v_0}{kT} \exp\left(-\frac{m v_x^2}{2kT}\right) v_x dv_x = e v_0 \int_0^{\infty} \exp(-z) dz = e v_0. \quad (3.2)$$

Используя известную формулу для тока термоэмиссии

$$j = AT^2 \exp\left(-\frac{e\phi}{kT}\right), \quad (3.3)$$

можно получить выражение, связывающее величину  $v_0$  и параметры катода

$$v_0 = \frac{AT^2}{e} \exp\left(-\frac{e\phi}{kT}\right). \quad (3.4)$$

При подаче положительного потенциала на анод, расположенный в плоскости  $x=d$ , все эмиттируемые электроны попадают на него. При отрицательном напряжении только наиболее быстрые частицы, обладающие при вылете из катода энергией, достаточной для преодоления потенциального барьера, достигнут анода. Для этого должно быть выполнено условие

$$\frac{m v_x^2}{2} \geq -eU \text{ или, соответственно, скорость частицы должна отвечать условию}$$

$v_x \geq \sqrt{-2eU/m}$ . Тогда плотность тока на аноде

$$j = e \int_{\sqrt{-2eU/m}}^{\infty} \frac{m v_0}{kT} \exp\left(-\frac{m v_x^2}{2kT}\right) v_x dv_x = e v_0 \int_{-eU}^{\infty} \exp(-z) dz = e v_0 \exp(eU). \quad (3.5)$$

Мы получаем, что ВАХ вакуумного диода с термокатодом является затухающей экспоненциальной функцией при отрицательных напряжениях и константой  $j = e v_0$  при положительных напряжениях. Откладывая по оси ординат не  $j$ , а  $\ln j$  имеем два прямолинейных участка.

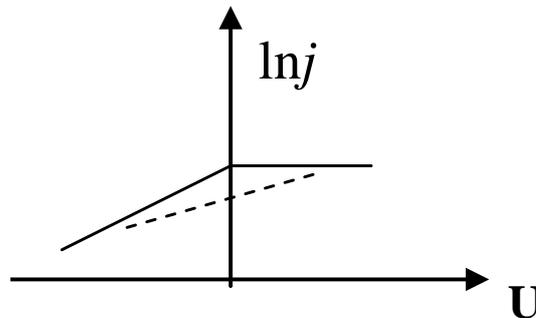


Рис. 3.2. Вольт-амперная характеристика диода с термокатодом

Реальная ВАХ находится ниже (штриховая линия на рисунке), так как сделанное допущение о пренебрежимо малом влиянии пространственного заряда электронов справедливо лишь при больших отрицательных и больших положительных напряжениях. На рисунке же характеристика проходит и через область слабых полей, в частности, через точку  $U = 0$ , когда внешнее поле никак не может считаться сильным, оно вообще отсутствует, и электрическое поле в промежутке создается только эмиттированными электронами. Это и приводит к уменьшению тока, так как электроны, находящиеся в промежутке, создают в нем немонотонное распределение потенциала и отталкивают низкоэнергетичную часть эмиттируемых электронов обратно в катод.

### 3.1.2. ВАХ диода с термокатодом при ограничении тока пространственным зарядом (Закон Чайлда-Ленгмюра)

Если катод нагрет до высокой температуры, то электрическое поле, создаваемое объемным зарядом, вблизи катода, где плотность заряда максимальна, может преобладать над полем  $E = U/d$ , создаваемым внешним

источником питания, даже при довольно больших внешних напряжениях, и распределение потенциала также является немонотонным. Однако, считая, что точка минимума потенциала близка к катоду, примем как допущение, что напряженность поля равна 0 на катоде. Считая также, что величина  $eU/kT$  является большой, будем считать, что частицы выходят из катода с нулевой тепловой скоростью  $v(0) = 0$ , и скорость частиц определяется пройденной разностью потенциалов. Тогда уравнение Пуассона принимает вид

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{env}{\varepsilon_0 v} = \frac{j}{\varepsilon_0 \sqrt{2e\varphi/m}}. \quad (3.6)$$

Умножаем на  $d\varphi/dx$  и интегрируем по  $dx$  от 0 до  $x$ . Получаем

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 = \frac{2j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m\varphi}{2e}}. \quad (3.7)$$

Умножаем на 2 обе части и извлекаем квадратный корень

$$\frac{d\varphi}{dx} = 2 \sqrt{\frac{j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m\varphi}{2e}}}. \quad (3.8)$$

Разделяя переменные (для этого слева и справа умножаем на  $dx$  и делим на  $\varphi^{1/4}$ ) и еще раз интегрируя, получаем

$$\frac{4}{3} \varphi^{3/4} = 2x \sqrt{\frac{j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}}}. \quad (3.9)$$

Делим на 2, возводим в квадрат и после преобразований получаем

$$j = \frac{4\varepsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{\varphi(x)^{3/2}}{x^2} \quad (3.10)$$

Подставляя в полученное выражение  $x = d$  и  $\varphi(d) = U$  получим ВАХ диода в случае ограничения тока пространственным зарядом

$$j = \frac{4\varepsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{U^{3/2}}{d^2}. \quad (3.11)$$

Это закон Чайльда-Ленгмюра, или закон степени  $3/2$  или просто закон  $3/2$  – основной закон вакуумной электроники, аналог закона Ома для металлов. Полученное выражение определяет плотность тока, пропускаемого диодом, или

так называемую пропускную способность вакуумного диода. Если плотность тока термоэмиссии, или иначе эмиссионная способность катода, превышает пропускную способность, то избыточные электроны возвращаются на катод, а через промежуток протекает ток, равный пропускной способности диода.

Подставляя полученное выражение для плотности тока в предыдущее соотношение (3.10), можно после несложных преобразований получить распределение потенциала в промежутке

$$\varphi(x) = \left(\frac{x}{d}\right)^{4/3} U. \quad (3.12)$$

Очевидно, что эта формула неправильно описывает распределение потенциала на начальном, прилегающем непосредственно к катоду участке промежутка, где имеет место немонотонный ход потенциала, благодаря которому низкоэнергетичная часть электронов возвращается обратно на катод. Кроме того, сделанное допущение о нулевой начальной скорости, очевидно, противоречит тому, что для реализации эффективной термоэмиссии катод должен быть нагрет до высокой температуры. Соответственно, закон 3/2, конечно, носит приближенный характер

После подстановки постоянных в закон 3/2 можно получить следующие выражения для плотности электронного тока

$$j(A/cm^2) = 2,34 \cdot 10^{-6} U(B)^{3/2} / d(cm)^2, \quad (3.13)$$

а для ионов

$$j(A/cm^2) = 5,46 \cdot 10^{-8} U(B)^{3/2} / (\sqrt{A} d(cm)^2). \quad (3.14)$$

Как видно из записанных выражений влияние объемного заряда приводит к тому, что пропустить через вакуумный промежуток большой ток является весьма затруднительным (например при ускоряющем напряжении 100 В пропускная способность диода длиной 1 см составляет 2,34 мА/см<sup>2</sup>), хотя никакие столкновения и не мешают движению частиц.

### 3.1.3. Биполярный диод

Ограничение тока, протекающего через вакуумный промежуток, связано с действием пространственного заряда электронов. В связи с этим появляется возможность увеличения пропускной способности при компенсации электронного заряда ионами. Обсудим, насколько возрастет ток при использовании в качестве анода термоэмиттера ионов. Следует сказать, что реальных эффективных твердотельных ионных эмиттеров пока не разработано, несмотря на некоторые усилия в этом направлении, но сейчас мы обсудим такую возможность в принципе. Итак, пусть в плоскости  $x = d$  расположен эмиттер ионов. Обозначим через  $j_i$  плотность ионного тока, и будем считать, что скорость ионов, поступающих в промежуток, так же как и скорость электронов, равна 0,  $v_i(d) = 0$ . Для нахождения ВАХ необходимо решить уравнение Пуассона, в правой части которого в отличие от случая чисто электронного диода появится ионный заряд.

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{\rho_i - \rho_e}{\epsilon_0}, \quad (3.15)$$

где

$$\rho_e = j_e/v_e = j_e/(2e\phi/m)^{1/2}, \quad \rho_i = j_i/v_i = j_i/(2e(U-\phi)/M)^{1/2}. \quad (3.16)$$

Введем безразмерные переменные  $y = \phi/U$ ,  $z = x/d$ , и параметр  $b = (j_e/j_i)(m/M)^{1/2}$  и перепишем уравнение Пуассона в следующем виде

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{4j_e}{9j_0} \left( \frac{1}{\sqrt{y}} - \frac{1}{b\sqrt{1-y}} \right), \quad (3.17)$$

где  $j_0$  - ток электронов через вакуумный промежуток при отсутствии ионов, определяемый законом Чайльда-Ленгмюра (3.11). Умножая на  $dy/dz$  и интегрируя по  $dz$  от 0 до  $z$ , получим

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dy}{dz} \right)^2 = \frac{4j_e}{9j_0} \left( \sqrt{y} - \frac{1}{b} (1 - \sqrt{1-y}) \right). \quad (3.18)$$

Анализируя полученное выражение, получаем, что с увеличением ионного тока и, соответственно, с уменьшением параметра  $b$  напряженность поля на аноде

(где  $y=I$ ) постепенно уменьшается, и при  $b=1$  производная  $dy/dz$  становится равной 0. Дальнейшее увеличение ионного тока, по-видимому, не имеет смысла, так как приведет к возникновению немонотонного хода потенциала вблизи анода и возврату избыточных ионов на анод, также как это происходит с электронами вблизи катода. При  $b = 1$  получаем  $j_i = (m/M)^{1/2} j_e$ .

Полагая, что  $b = 1$ , умножим обе части на 2 и, извлекая, квадратный корень, получаем

$$\left(\frac{dy}{dz}\right) = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{j_e}{j_0}} (\sqrt{y} - 1 + \sqrt{1-y})^{1/2}. \quad (3.19)$$

Разделяя переменные и интегрируя от 0 до 1, получим

$$\sqrt{\frac{j_e}{j_0}} = \frac{3}{4} \int_0^1 \frac{dy}{(\sqrt{y} - 1 + \sqrt{1-y})^{1/2}}. \quad (3.20)$$

Интеграл в правой части берется численно, и после подстановки полученного значения и возведения в квадрат получается

$$j_e/j_0 = 1,861. \quad (3.21)$$

Таким образом, существенного увеличения электронного тока в биполярном диоде не произойдет.

### 3.1.4. Закон 3/2 для промежутка между плазмой и электродом

Обсудим возможность использования закона 3/2 для описания процессов в промежутке, где роль эмиттера электронов или ионов играет граница плазмы. Оказывается, этот закон вполне может быть применен и к этой ситуации, однако необходимо отметить следующее обстоятельство. В отличие от термокатада граница плазмы является подвижной и автоматически занимает такое положение, что плотность тока, пропускаемая промежутком между границей плазмы и электродом, или, иначе говоря, пропускная способность промежутка, равна так называемой эмиссионной способности плазмы. Оценку электронно-эмиссионной способности плазмы или плотности тока электронной эмиссии в некоторых случаях можно сделать, используя известное из

молекулярно-кинетической теории выражение для числа ударов частиц об стенку  $\nu = \frac{n \langle v \rangle}{4}$ , где  $\nu$  – число ударов за единицу времени об единичную площадку,  $n$  – концентрация,  $\langle v \rangle$  – средняя скорость теплового движения.

Соответственно, плотность тока электронной эмиссии будет  $j = e\nu = \frac{en \langle v \rangle}{4}$ .

Что касается ионно-эмиссионной способности плазмы, то здесь ситуация несколько сложнее, но в некоторых случаях можно принять, что эмиссия ионов происходит не с тепловой, а с так называемой Бомовской скоростью, которая совпадает со скоростью ионного звука  $v_B = v_{is} = \sqrt{kT_e / M}$ . Обратите внимание, что под корнем стоит не ионная, а электронная температура. Тогда плотность тока ионной эмиссии  $j_i = n_b v_B$ , где  $n_b$  – концентрация плазмы на ее границе.

Отметим, также, что полученные выше характеристики биполярного диода вполне применимы к промежутку между термокатодом и эмиттирующей ионы плазмой, причем использование в качестве эмиттера ионов плазмы может способствовать существенному увеличению электронного тока через диод с термокатодом. Если в качестве анода использовать электрод, выполненный в виде сетки, то, расположив за ней некоторый генератор плазмы, можно создать ситуацию, когда плазма будет проникать через ячейки сетки и на некотором расстоянии  $L$  (меньшем, чем  $d$ ) от катода сформируется плазменная граница. Плотности ионного тока из плазмы и электронного тока с катода будут связаны соотношением  $j_i = (m/M)^{1/2} j_e$ , а величина электронного тока будет равна  $j_e = 1,861 j_0 (d/L)^2$ . Ясно, что такая ситуация возникнет при достаточно высокой ионно-эмиссионной способности плазмы, если же концентрация плазмы мала и ее ионно-эмиссионная способность не превышает  $j_i = 1,861 (m/M)^{1/2} j_0$ , то плазма не сможет проникнуть в промежуток.

Следует обратить внимание, что в рассматриваемой ситуации промежуток, очевидно, уже не будет вакуумным, так как через ячейки анодной сетки в него будет проникать плазмообразующий газ. Если электроны в

промежутке разгоняются до энергий, превышающих порог ионизации, то в этом случае ионизационные процессы и генерация плазмы могут происходить в самом промежутке.

### 3.1.5. Уточнение закона 3/2 для случая ненулевых начальных скоростей

Отказавшись от допущения о равенстве 0 начальной скорости, можно получить несколько более точное выражение для вольт-амперной характеристики вакуумного диода. Будем считать, что все частицы, пересекающие точку минимума потенциала (которую опять же будем считать практически совпадающей с катодом), имеют некоторую начальную скорость  $v_0$ . Тогда уравнение Пуассона примет вид

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{j}{\varepsilon_0 \sqrt{v_0^2 + 2e\varphi/m}}. \quad (3.22)$$

Как и ранее умножаем на  $d\varphi/dx$  и интегрируем по  $dx$  от 0 до  $x$ . Получаем

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 = \frac{2j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} (\sqrt{\varphi + \varphi_0} - \sqrt{\varphi_0}), \quad (3.23)$$

где  $\varphi_0 = \frac{mv_0^2}{2e}$  – потенциал, соответствующий начальной энергии частиц.

Умножаем на 2 обе части и извлекаем квадратный корень

$$\frac{d\varphi}{dx} = 2 \sqrt{\frac{j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} (\sqrt{\varphi + \varphi_0} - \sqrt{\varphi_0})}. \quad (3.24)$$

Разделяя переменные (для этого слева и справа умножаем на  $dx$  и делим на  $\sqrt{\sqrt{\varphi + \varphi_0} - \sqrt{\varphi_0}}$ ) и еще раз интегрируя, получаем

$$\sqrt{\sqrt{\varphi + \varphi_0} - \sqrt{\varphi_0}} [\sqrt{\varphi + \varphi_0} + 2\sqrt{\varphi_0}] = \frac{3}{2} x \sqrt{\frac{j}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}}}. \quad (3.25)$$

Подставляя в полученное выражение  $x = d$  и  $\varphi(d) = U$ , получим после некоторых преобразований ВАХ диода в следующем виде:

$$j = \frac{4\varepsilon_0}{9d^2} \sqrt{\frac{2e}{m}} \left( \sqrt{U + \varphi_0} + 2\sqrt{\varphi_0} \right)^2 \left( \sqrt{U + \varphi_0} - \sqrt{\varphi_0} \right). \quad (3.26)$$

Легко видеть, что при  $U \gg \varphi_0$  (отметим, что  $\varphi_0 \sim kT/e$ ) это выражение совпадает с уравнением Чайлда-Ленгмюра.

### 3.1.6. Закон 3/2 в цилиндрической и сферической геометриях

В случае вакуумного промежутка между коаксиальными цилиндрами потенциал является функцией только расстояния  $r$  от оси, и уравнение Пуассона можно записать в виде

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\varphi}{dr} \right) = - \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (3.27)$$

В этом случае плотность заряда определяется выражением

$$\rho = -i_l / (2\pi r v) = -i_l / (2\pi r \sqrt{2e\varphi/m}), \quad (3.28)$$

где  $i_l$  – электронный ток на единицу длины. Аналитическое решение этого уравнения не найдено, но Ленгмюр предложил записать ВАХ в виде

$$i_l = (8\pi\varepsilon_0/9) \sqrt{2e/m} U^{3/2} / r \beta^2, \quad (3.29)$$

где  $\beta^2$  – функция отношения радиуса  $r$  к радиусу эмиттера  $r_0$ . Ленгмюр и Блоджетт получили функцию  $\beta$  в виде ряда. Полученные ими значения приведены ниже в таблице. Величины  $\beta^2$  для сходящегося потока ( $r < r_0$ , т.е. эмиттером является внутренняя поверхность внешнего цилиндра) обозначены как  $(-\beta^2)$ .

В случае концентрических сфер уравнение Пуассона можно записать в виде

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dV}{dr} \right) = - \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (3.30)$$

где

$$\rho = -i/4\pi r^2 v, \quad (3.31)$$

где  $i$  - полный ток, протекающий в системе. Как и в случае коаксиальных цилиндров, аналитическое решение этого уравнения не найдено, но Ленгмюр и Блуджетт представили решение в виде

$$i = (16\pi\epsilon_0/9) \sqrt{2e/m} U^{3/2}/\alpha^2, \quad (3.32)$$

где параметр  $\alpha^2$  определялся либо в виде ряда, либо в виде интеграла. Некоторые значения  $\alpha^2$  также приведены в таблице. Там же приведены значения функции  $(-\alpha^2)$ , рассчитанной для случая сходящегося потока, когда электроны эмиттируются с внутренней поверхности сферы большего радиуса и ускоряются в сторону сферы меньшего радиуса.

*Таблица.* Поправочные функции в законе 3/2 для случаев цилиндрической и сферической геометрий.  $r_0$  - радиус эмиттера,  $r$  - радиус коллектора; параметры  $\beta^2$  и  $\alpha^2$  соответствуют расходящемуся потоку, т.е.  $r > r_0$ , а параметры  $(-\beta^2)$  и  $(-\alpha^2)$  - сходящемуся потоку, т.е.  $r < r_0$ .

$\frac{r}{r_0}$ или $\frac{r_0}{r}$	Цилиндрическая геометрия		Сферическая геометрия	
	$\beta^2$	$(-\beta^2)$	$\alpha^2$	$(-\alpha^2)$
1,0	0	0	0	0
1,1	0,00842	0,009800	0,0086	0,0096
1,2	0,02875	0,03849	0,0299	0,0372
1,3	0,05589	0,08504	0,0591	0,0809
1,4	0,08672	0,14856	0,0931	1,1396
1,5	0,11934	0,2282	0,1302	0,2118
1,6	0,1525	0,3233	0,1688	0,2986
1,8	0,2177	0,5572	0,248	0,502
2,0	0,2793	0,8454	0,326	0,750
2,5	0,4121	1,7792	0,509	1,531
3,0	0,5170	2,9814	0,669	2,512
4,0	0,6671	6,0601	0,934	4,968
5,0	0,7666	9,8887	1,141	7,976
6,0	0,8362	14,343	1,311	11,46
8,0	0,9253	24,805	1,575	19,62
10	0,9782	36,976	1,777	29,19
14	1,0352	65,352	2,073	51,86
20	1,0715	115,64	2,378	93,24
30	1,0908	214,42	2,713	178,2
50	1,0936	450,23	3,120	395,3
70	1,0878	721,43	3,380	663,3
100	1,0782	1174,9	3,652	1144
200	1,0562	2946,1	4,166	3270
500	1,0307	9502,2	4,829	13015

### 3.2. Решение задачи о вакуумном диоде с термокатодом в плоской геометрии на кинетическом уровне

Обозначим через  $x_m$  точку, в которой потенциал достигает минимального значения  $\phi_m$ . Левее этой точки поле является тормозящим, а правее ускоряющим. В самой этой точке напряженность поля обращается в 0 (см. рис. 3.3).

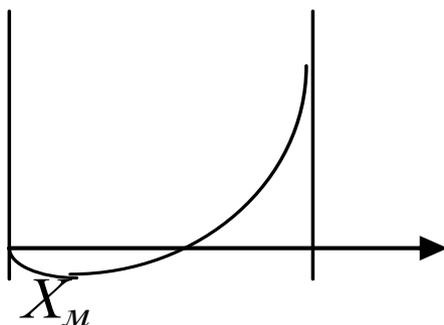


Рис. 3.3. Распределение потенциала в промежутке

#### 3.2.1. Область тормозящего поля

Определим функцию распределения и концентрацию частиц в области тормозящего поля. Кинетическое уравнение в данном случае примет вид

$$v_x \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{e}{m} \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial v_x} = 0. \quad (3.33)$$

так как в вакууме интеграл столкновений равен нулю, кроме того, считаем, что поперечные размеры электродов существенно превышают расстояние между ними, тогда задача является одномерной, и, наконец,  $F = qE = (-e)(-d\phi/dx) = ed\phi/dx$ . Нетрудно убедиться, что решением этого уравнения является любая функция, аргументом которой является комбинация  $mv_x^2/2 - e\phi(x)$ . Действительно подставляя в уравнение  $f(mv_x^2/2 - e\phi(x))$  и дифференцируя, получим,

$$-v_x f e \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{e}{m} \frac{\partial \varphi}{\partial x} f m v_x = 0, \quad (3.34)$$

но из всех возможных функций необходимо выбрать такую, которая будет удовлетворять граничному условию (3.1). В данном случае эта функция имеет вид

$$f(x, v_x) = \frac{m v_0}{kT} \exp\left(\frac{e\varphi(x)}{kT} - \frac{m v_x^2}{2kT}\right), \text{ при } v_x > v_M; f(x, v_x) = 0, \text{ при } v_x < v_M. \quad (3.35)$$

Под  $v_M$  в данном случае следует понимать величину

$$v_M = -\sqrt{\frac{2e(\varphi(x) - \varphi_M)}{m}}. \quad (3.36)$$

Такой скоростью в сечении  $x$  будут обладать частицы, энергии которых хватило на то, чтобы достигнуть точки  $x_M$  с нулевой скоростью, и отброшенные назад. Частицы же, обладавшие при вылете из накаливаемого электрода энергией, превышающей  $-e\varphi_M$ , попадут в область ускоряющего поля. Интересно отметить, что в точке  $x_M$ , т.е. после преодоления тормозящего поля, функция распределения по скоростям является полумаксвелловской, как и функция распределения эмиттированных частиц,

$$f(x_M, v_x) = \frac{m v_0}{kT} \exp\left(\frac{e\varphi_M}{kT}\right) \exp\left(-\frac{m v_x^2}{2kT}\right), \text{ при } v_x > 0, \quad (3.37)$$

но число частиц, очевидно, меньше, чем число частиц, испущенных накаленным электродом. Именно эти частицы, преодолевшие область тормозящего поля и попавшие в область ускорения, дадут вклад в ток, а частицы с меньшей энергией,двигающиеся сначала вперед, а затем назад, в итоге не дадут вклада в ток. Умножая  $f$  на  $e v_x$  и интегрируя по  $dv_x$ , получим плотность тока

$$j = e v_0 \exp(e\varphi_M/kT). \quad (3.38)$$

Для определения концентрации нужно проинтегрировать  $f$  по скоростям.

$$\begin{aligned}
n(x) &= \int_{v_m}^{\infty} f(x, v_x) dv_x = \int_{v_m}^{\infty} \frac{mv_0}{kT} \exp\left(\frac{e\varphi(x)}{kT} - \frac{mv_x^2}{2kT}\right) dv_x = \\
&= \frac{v_0}{\sqrt{kT/2m}} \exp\left(\frac{e\varphi(x)}{kT}\right) \int_{-\sqrt{(\varphi-\varphi_m)/kT}}^{\infty} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) d\left(v_x \sqrt{\frac{m}{2kT}}\right) = \\
&= \frac{v_0}{\sqrt{kT/2m}} \exp\left(\frac{e\varphi_m}{kT}\right) \exp(\eta) \int_{-\sqrt{\eta}}^{\infty} \exp(-u^2) du
\end{aligned} \tag{3.39}$$

Здесь введены безразмерные переменные

$$\eta = \frac{e(\varphi - \varphi_m)}{kT}; \quad u = \frac{v_x}{\sqrt{2kT/m}} \tag{3.40}$$

Домножив и разделив на  $2/\pi^{1/2}$  и представив интеграл в виде суммы двух интегралов, один из которых берется в пределах от 0 до  $\infty$  и равен 1, а другой в пределах от  $-\sqrt{\eta}$  до 0, а также заменяя  $v_0 \exp(e\varphi_m/kT)$  на  $j/e$  получим

$$n(x) = \frac{j/e}{\sqrt{2kT/\pi m}} \exp(\eta) (1 + \operatorname{erf}(\sqrt{\eta})), \tag{3.41}$$

где

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-z^2) dz. \tag{3.42}$$

Полученное выражение несколько отличается от хорошо известного Больцмановского распределения для частиц в тормозящем поле, которое справедливо при отсутствии тока и которое может быть получено из записанного выражения при предельном переходе  $\varphi_m \rightarrow -\infty$ , когда все эмиттированные частицы отразятся от потенциального барьера. При небольшом барьере и, соответственно, при большом токе отклонение от Больцмановского распределения может быть существенным. В то же время, несмотря на это, спад плотности тока согласно (3.38) определяется как раз законом Больцмана при любой величине тормозящего поля.

При наличии объемного заряда для нахождения распределения потенциала в промежутке необходимо решать уравнение Пуассона

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{en}{\varepsilon_0}. \quad (3.43)$$

Подставляя (3.41) в (3.43) и заменяя в левой части  $\varphi$  на  $\eta$  в соответствие с (3.40) получаем

$$\left(\frac{kT}{e}\right)^{3/2} \sqrt{\frac{2e}{\pi m}} \frac{\varepsilon_0}{j} \frac{d^2\eta}{dx^2} = \exp(\eta)(1 + \operatorname{erf}(\sqrt{\eta})). \quad (3.44)$$

Введем безразмерную координату

$$\xi = (x - x_m) \left[ 2 \left(\frac{e}{kT}\right)^{3/2} \sqrt{\frac{\pi m}{2e}} \frac{j}{\varepsilon_0} \right]^{1/2} \quad (3.45)$$

и запишем уравнение Пуассона в более компактном виде

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{1}{2} \exp(\eta)(1 + \operatorname{erf}(\sqrt{\eta})). \quad (3.46)$$

Полученное дифференциальное уравнение следует решать с граничными условиями  $\eta = 0, \eta' = 0$  при  $\xi = 0$ . Умножаем обе части на  $2\eta'$  и интегрируем по  $d\xi$  от 0 до  $\xi$ . Делая слева замену переменной интегрирования  $\eta' d\xi = d\eta$ , а справа  $\eta'' d\xi = d(\eta')$  получаем

$$(\eta')^2 = \exp(\eta)(1 + \operatorname{erf}(\sqrt{\eta})) - 2\sqrt{\eta/\pi} - 1. \quad (3.47)$$

Извлекаем квадратный корень, разделяем переменные и интегрируем

$$-\xi = \int_0^\eta d\eta [\exp(\eta)(1 + \operatorname{erf}(\sqrt{\eta})) - 2\sqrt{\eta/\pi} - 1]^{-1/2}. \quad (3.48)$$

В аналитических функциях интеграл не выражается. Связь величин  $\xi$  и  $\eta$  получена в виде таблиц.

### 3.2.2. Область ускоряющего поля

Математически задача выглядит так же как и в случае тормозящего поля, и решение выглядит аналогично

$$f(x, v_x) = \frac{mj}{ekT} \exp\left(\frac{e\varphi(x)}{kT} - \frac{mv_x^2}{2kT}\right), \text{ при } v_x > v_m, \quad (3.49)$$

$$f(x, v_x) = 0, \text{ при } v_x < v_m,$$

где  $v_m = \sqrt{2e(\varphi(x) - \varphi_m)/m}$  – скорость, которую приобретают в точке  $x$  частицы, вышедшие из точки  $x_m$  с нулевой начальной скоростью. Концентрацию заряженных частиц в точке  $x$  получим, интегрируя  $f$  по всем возможным скоростям.

$$\begin{aligned} n(x) &= \int_{v_m}^{\infty} f(x, v_x) dv_x = \int_{v_m}^{\infty} \frac{mv_0}{kT} \exp\left(\frac{e\varphi(x)}{kT} - \frac{mv_x^2}{2kT}\right) dv_x = \\ &= \frac{v_0}{\sqrt{kT/2m}} \exp\left(\frac{e\varphi(x)}{kT}\right) \int_{\sqrt{e\varphi/kT}}^{\infty} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) d\left(v_x \sqrt{\frac{m}{2kT}}\right) = \\ &= \frac{v_0}{\sqrt{kT/2m}} \exp(\eta) \int_{\sqrt{\eta}}^{\infty} \exp(-u^2) du. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Домножив и разделив на  $2/\pi^{1/2}$  и представив интеграл в виде разности двух интегралов, один из которых берется в пределах от 0 до  $\infty$  и равен 1, а другой в пределах от 0 до  $\sqrt{\eta}$ , получим

$$n(x) = \frac{v_0}{\sqrt{2kT/\pi m}} \exp(\eta) (1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\eta})). \quad (3.51)$$

Введем безразмерную координату и запишем уравнение Пуассона в следующем виде:

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{1}{2} \exp(\eta) (1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\eta})). \quad (3.52)$$

Полученное дифференциальное уравнение следует решать с граничными условиями  $\eta = 0$ ,  $\eta' = 0$  при  $\xi = 0$ . Умножаем обе части на  $2\eta'$  и интегрируем

по  $d\xi$  от 0 до  $\xi$ .

$$(\eta')^2 = \exp(\eta) (1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\eta})) + 2\sqrt{\eta/\pi} - 1. \quad (3.53)$$

Извлекаем квадратный корень, разделяем переменные и интегрируем

$$\xi = \int_0^{\eta} d\eta [\exp(\eta) (1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\eta})) + 2\sqrt{\eta/\pi} - 1]^{-1/2}. \quad (3.54)$$

В аналитических функциях интеграл не выражается, но он, как и в случае тормозящего поля, затабулирован. Можно также попытаться получить приближенную связь величин  $\xi$  и  $\eta$ . Энергия, приобретаемая электроном в электрическом поле, значительно превышает тепловую и, таким образом, в значительной части промежутка величина  $\eta$  существенно превышает 1. Воспользуемся для функции  $\operatorname{erf}(y)$  асимптотическим разложением  $\operatorname{erf}(y) = 1 - \frac{\exp(-y^2)}{y\sqrt{\pi}}$ , справедливым при больших  $y$ . Тогда, разлагая получившееся

подынтегральное выражение в ряд, производим интегрирование

$$\xi = \int_0^{\eta} \frac{d\eta}{\sqrt{2\sqrt{\frac{\eta}{\pi}} - 1 + \frac{1}{\sqrt{\pi\eta}}}} \approx \frac{\pi^{1/4}}{\sqrt{2}} \int_0^{\eta} \frac{d\eta}{\eta^{1/4}} \left( 1 + \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{\eta}} \right) = \frac{\pi^{1/4}}{\sqrt{2}} \left( \frac{4}{3} \eta^{3/4} + \eta^{1/4} \sqrt{\pi} \right) \quad (3.55)$$

Оставляя справа первый член разложения, вернемся к размерным переменным и, возводя левую и правую часть в квадрат, получим

$$x^2 2 \left( \frac{e}{kT} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{\pi m}{2e}} \frac{j}{\varepsilon_0} = \frac{8\sqrt{\pi}}{9} \left[ \frac{e\varphi}{kT} \right]^{3/2}. \quad (3.56)$$

Подставляя в полученное выражение  $x = d$  и  $\varphi(d) = U$ , получим после некоторых преобразований закон Чайльда-Ленгмюра

$$j = \frac{4\varepsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{U^{3/2}}{d^2}. \quad (3.57)$$

Чтобы оценить ошибку, удержим в (3.55) второй член разложения и получим для  $\xi$  следующее соотношение.

$$\xi = \frac{4\pi^{1/4} \eta^{3/4}}{3\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{3\sqrt{\pi}}{4\sqrt{\eta}} \right) \quad (3.58)$$

Снова вернемся к размерным переменным и, возводя левую и правую часть в квадрат, получим

$$x^2 2 \left( \frac{e}{kT} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{\pi m}{2e}} \frac{j}{\varepsilon_0} = \frac{8\sqrt{\pi}}{9} \left[ \frac{e\varphi}{kT} \right]^{3/2} \left( 1 + \frac{3\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{kT}{e\varphi}} \right). \quad (3.58a)$$

Заменяя  $\varphi$  на  $U$  при  $x = d$ , получим уточненную ВАХ диода

$$j = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{U^{3/2}}{d^2} \left( 1 + 2,66 \sqrt{\frac{kT}{eU}} \right). \quad (3.59)$$

При  $T \sim 10^3$  К величина  $kT/e \sim 0,1$  В. Даже при  $U = 10$  В, т.е на два порядка больше, погрешность закона  $3/2$  составляет 27% и лишь при  $U = 1000$  В погрешность уменьшается до 2,7%.

### 3.3. Дуговой разряд с термокатодом

Это разряд с невысоким напряжением горения  $\sim$  потенциала ионизации, горящий в газонаполненных промежутках, но со сравнительно невысоким давлением, и поддерживаемый благодаря высокой температуре катода, при которой из него возможно осуществление эффективной термоэмиссии. Если нагрев катода обеспечивается тем или иным вспомогательным устройством, то такой разряд, очевидно, является несамостоятельным. При большом токе разряда возможен переход в самостоятельный режим, в котором высокая температура катода обеспечивается за счет бомбардировки катода ионами. Переход в самостоятельный режим мы обсудим позже, а сначала поговорим о зажигании несамостоятельного разряда и его характеристиках.

#### 3.3.1. Поджиг разряда

Несмотря на разогрев катода и поступление в промежуток термоэлектронов этого еще недостаточно для зажигания разряда. При достаточно низком давлении наполняющего газа эмиттированные электроны будут уходить на анод, практически не взаимодействуя с атомами газа, в режиме свободного полета. Протекание тока через такой непробитый, не заполненный ионизованным газом, промежуток вполне можно описать, используя закон  $3/2$  для вакуумного диода

$$J_0 = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{U^{3/2}}{d^2}. \quad (3.60)$$

Записанная формула определяет предельный пропускаемый через промежуток ток, его пропускную способность. Именно такой ток и будет протекать, если эмиссионная способность термокатода

$$J_e = AT^2 \exp(-B/T) \quad (3.61)$$

превышает  $J_0$ . Избыточные электроны будут отталкиваться полем объемного электронного заряда обратно в катод. Если  $J_e < J_0$ , то все эмиттированные электроны достигнут анода и тогда  $J = J_e$ .

При повышении давления электроны на своем пути к аноду производят ионизацию, и промежуток заполняется плазмой, в которой электрическое поле невелико, а практически весь перепад потенциала сосредоточен в катодном слое, в котором навстречу друг другу движутся поток термоэмиттированных электронов и ионный поток из плазмы. Сравнивая характерный вид распределения потенциала в вакуумном промежутке, где преобладает отрицательный заряд, и в дуге, где преобладает положительный заряд, логично считать границей между ними случай, когда отрицательный и положительный заряды примерно равны между собой, и рассматривать условие

$$q_i = q_e, \quad (3.62)$$

как критерий зажигания разряда. Рассмотрим качественно, при каких давлениях газа выполнение этого условия становится возможным. Для выполнения записанного условия вовсе необязательно, чтобы каждый электрон осуществил ионизацию. Учитывая, что скорость движения ионов существенно меньше, в  $\sqrt{M/m}$  раз, достаточно чтобы плотность ионного тока составляла соответствующую долю от электронной плотности тока. Таким образом, должно выполняться следующее условие

$$\sqrt{M/m} = \sigma_i N d = \langle \sigma_i \rangle p d / k T_g, \quad (3.63)$$

где  $\langle \sigma_i \rangle$  – сечение ионизации, усредненное по промежутку. Преобразуя записанное соотношение, получим оценку величины критического давления, при котором зажигается разряд

$$p = k T_g \sqrt{M/m} / \langle \sigma_i \rangle d \quad (3.64)$$

Учитывая, что усредненное сечение не может быть больше максимального сечения ионизации, получим оценку снизу для критического давления газа, при котором становится возможным зажигание дуги

$$p_{cr} > kT_g \sqrt{M/m} / \sigma_m d \quad (3.65)$$

Критическое давление по порядку величины составляет 0,1 Па при  $d = 1$  см. В оценочную формулу (1) явно не входит напряжение, поданное на промежуток, но понятно, что с уменьшением этой величины уменьшается сечение ионизации и, соответственно, критическое давление будет возрастать с уменьшением напряжения.

Однако обычно дугу зажигают не путем увеличения давления при некотором заданном напряжении, а путем повышения напряжения при некотором заданном давлении. В этом случае говорят о напряжении зажигания. Получим зависимость  $U_{зак}(p)$ , используя следующие соображения. Предположим, что распределение потенциала является линейным

$$\varphi(x) = (x/d)U, \quad (3.66)$$

т.е. будем считать, что не только  $q_i = q_e$ , но и плотности зарядов  $\rho_i = \rho_e$  в любой точке промежутка одинаковы. Кроме того, будем считать, что напряжение незначительно превышает порог ионизации. В этом случае

$$\sigma_i = c(\varepsilon - \varepsilon_i) = ce(\varphi(x) - \varphi_i). \quad (3.67)$$

Тогда

$$\langle \sigma_i \rangle = \int_{x_i}^d \sigma_i dx / d = \int_{x_i}^d ce(\varphi(x) - \varphi_i) dx / d, \quad (3.68)$$

где  $x_i = \varphi_i d / U$  – точка, в которой энергия электронов достигает порога ионизации. Переходя от интегрирования по  $x$  к интегрированию по  $\varphi$ , получим

$$\langle \sigma_i \rangle = \int_{\varphi_{iii}}^U ce(\varphi - \varphi_i) \frac{d\varphi}{U} = \int_0^{U-\varphi_i} \frac{ce}{U} z dz = \frac{ce}{2U} (U - \varphi_i)^2 \quad (3.69)$$

Подставляя полученное выражение в (3.64) и вводя безразмерные переменные

$$\eta = U/\varphi_i; \quad y = (M/m)^{1/2} ce\varphi_i p d / kT \quad (3.70)$$

получим следующее уравнение:

$$2\eta / y = (\eta - 1)^2. \quad (3.71)$$

Раскрывая скобки, деля на 2 и группируя слагаемые, получаем следующее квадратное уравнение

$$\frac{\eta^2}{2} - \left(1 + \frac{1}{y}\right)\eta + \frac{1}{2} = 0. \quad (3.72)$$

Решение квадратного уравнения дает зависимость  $\eta(y)$ , т.е. фактически зависимость  $U_{\text{зж}}(p)$

$$\eta = 1 + 1/y + ((1 + 1/y)^2 - 1)^{1/2}. \quad (3.73)$$

Знак + перед квадратным корнем выбран из физических соображений, т.к. ясно, что потенциал зажигания должен быть больше  $\phi_i$  или в безразмерных переменных  $\eta > 1$ . Функция  $\eta(y)$  монотонно падает и при больших  $y$ , т.е. при повышении давления стремится к 1.

Следует обратить внимание на проблему выбора критерия поджига. В ряде работ в качестве такого критерия выбирается условие обращения  $E$  в 0 на аноде. Интегрируя уравнение Пуассона с граничным условием  $E_k = 0$  можно показать, что такое условие ( $E_a = 0$ ) соответствует условию  $q_i = q_e$ . Считается, что при выполнении такого условия вблизи анода зарождается плазма, которая затем распространяется к катоду. Но, по-видимому, наиболее правильным является расчет ВАХ диода и выявление точки, в которой  $dU/dj$  меняет знак. Соответственно в этой точке  $dj/dU$  обращается в бесконечность. Результаты точных расчетов, которые проводились с использованием кинетического уравнения, показывают, что это происходит еще до того, как напряженность электрического поля на аноде обратится в 0. Эти результаты подтверждают сделанные предположения, что распределение потенциала близко к линейному (исключением, очевидно, является область непосредственно вблизи катода, где  $E = 0$ , но здесь ионизация еще не идет, поэтому это не сильно влияет на проведенные оценки), и что поджиг происходит приблизительно, когда отношение электронного и ионного тока достигает величины  $(M/m)^{1/2}$ .

### 3.3.2. Характеристики разряда

После зажигания поле сосредотачивается в прикатодном слое толщиной  $L$ , а остальное пространство заполнено плазмой, на которой перепад потенциала незначителен. Величина тока, который может пропустить такой промежуток существенно выше, чем для вакуумного промежутка, но тем не менее при высокой температуре катода вполне возможно, что ток разряда будет меньше тока эмиссии  $I_d < I_e$ . Такой режим работы называют свободным. При выполнении обратного условия  $I_d > I_e$  режим называется несвободным.

Реализация того или иного режима может быть достигнута путем варьирования температуры катода, ЭДС источника питания и сопротивления балластного резистора  $R$ . Нетрудно сообразить, что реализации, например, свободного режима способствовало бы увеличение  $T$  и  $R$  и уменьшение ЭДС. Впрочем, что касается увеличения  $R$  и уменьшения ЭДС, то здесь не следует слишком увлекаться, т.к. можно и перестараться и погасить разряд, вернув его в режим, характерный для вакуумного диода. Рассмотрим характеристики катодного слоя в обоих указанных режимах.

### 3.3.3. Свободный режим катода

В этом случае напряженность поля на катоде  $E_k = 0$ . Если быть более точным, то на самом деле вблизи катода имеется минимум потенциала, отражающий избыточные электроны, которые вылетают из катода, имея некоторую скорость  $E = 0$  в точке минимума, но, как и при рассмотрении задачи о вакуумном диоде, сделаем упрощающее предположение и положим  $E_k = 0$  и  $v = 0$  при  $x = 0$ . На другой границе катодного слоя КС, где начинается плазма со слабым электрическим полем также можно принять  $E(L) = 0$  и положить скорость ионов, входящих в слой из плазмы, также равной 0,  $v_i(L) = 0$ . Для нахождения ВАХ КС при этих допущениях можно воспользоваться результатами решения задачи о биполярном диоде и получить связь между

плотностью тока в катодном слое, напряжением на нем и длиной прикатодного слоя, поскольку  $j_0$  связана с  $U_c$  и  $L$ . Но для получения вольтамперной характеристики необходимо определить  $L$ .

Если принять что все ионы, образованные в плазме, т.е. на участке длиной  $d-L$  поступают в катодный слой, то получаем

$$j_i = ce(U_c - \phi_i)N(d-L)j_e. \quad (3.74)$$

С другой стороны,

$$j_i = (m/M)^{1/2} j_e. \quad (3.75)$$

Сравнивая записанные соотношения, получим

$$L = d - \frac{\sqrt{m/M}}{ceN(U - \phi_i)}. \quad (3.76)$$

Окончательно для ВАХ получаем

$$j_d = \frac{1,861}{9\pi} \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{U_c^{3/2}}{d - \frac{\sqrt{m/M}}{(ceN(U_c - \phi_i))^2}}. \quad (3.77)$$

Поскольку перепад потенциала на плазме мал, и если можно пренебречь анодным падением потенциала, то  $U_d \approx U_c$ . ВАХ имеет падающий характер, но при больших токах, когда  $L \ll d$  напряжение должно выйти на постоянный уровень, который можно определить из (3.74) и (3.75), если пренебречь величиной  $L$ . Сравнивая, получаем

$$ce(U_c - \phi_i)Nd = (m/M)^{1/2}. \quad (3.78)$$

Следовательно,

$$U_c = \phi_i + \frac{\sqrt{m/M}}{Ndce}. \quad (3.79)$$

Мы получили ВАХ, используя простейшие предположения. Обсудим возможность их применения и возможные уточнения. Результаты экспериментов показывают, что при достаточно больших токах ВАХ становится растущей. Это может быть связано с увеличением анодного падения, которое начинает вносить существенный вклад в разрядное напряжение. Отметим также, что сделанное предположение о том, что все ионы

достигают КС скорей всего применимо, когда продольный размер промежутка  $d$  существенно меньше поперечных размеров. Если это не так, то значительная доля ионов может, например, уйти на стенки камеры. В таком случае вводится коэффициент  $\sigma$ , зависящий от геометрии системы и давления и показывающий, какая доля от полного ионного тока  $I_i$  попадает в КС

$$I_{kc} = \sigma I_i. \quad (3.80)$$

В свою очередь для нахождения  $I_i$  вводится коэффициент  $\alpha$ , характеризующий полную ионизацию газа, отнесенную к току пучка электронов

$$\alpha = I_i/I_e. \quad (3.81)$$

Записанное нами ранее соотношение для ионизации в плазме справедливо лишь при самых низких давлениях, когда большая часть электронов пролетает промежутки в бесстолкновительном режиме и лишь незначительная доля успевает испытать ионизирующее столкновение. При более высоких давлениях, когда пробег много меньше длины промежутка  $d$ , практически все электроны успевают многократно провзаимодействовать с атомами газа и растратить свою энергию. В этих условиях коэффициент  $\alpha$  перестает зависеть от геометрии и давления, но конечно зависит от начальной энергии электронов, а также от рода газа.

Что касается КС, то его толщина незначительна и в нем предположение о свободном пролете частиц справедливо в широком диапазоне условий. Однако с увеличением ионизации и увеличением ионного тока, поступающего в КС, из плазмы температура катода может оказаться недостаточной, для того чтобы обеспечить эмиссию из катода электронного тока, превосходящего ионный в  $(M/m)^{1/2}$  раз. Тогда как уже отмечалось, катод начинает работать в несвободном режиме.

### 3.3.4. Несвободный режим

В этом случае  $E_k$  уже отлична от 0, но на границе плазмы по-прежнему можно принять  $E = 0$ . Введенный коэффициент  $b = (j_e/j_i)(m/M)^{1/2}$  будет равен

$$b = \frac{\sqrt{m/M}}{\sigma\alpha}. \quad (3.82)$$

Само уравнение Пуассона не изменится

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{\rho_i - \rho_e}{\varepsilon_0}, \quad (3.83)$$

где  $\rho_e = j_e/v_e = j_e/(2e\varphi/m)^{1/2}$ ,  $\rho_i = j_i/v_i = j_i/(2e(U_c - \varphi)/M)^{1/2}$ . Используя те же безразмерные переменные  $y = \varphi/U_c$ ,  $z = x/L$ , перепишем уравнение Пуассона в несколько ином виде:

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{4j_i}{9j_0} \left( \frac{b}{\sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{1-y}} \right), \quad (3.84)$$

где через  $j_0$  теперь обозначен ток ионов через вакуумный промежуток толщиной  $L$  и с падением напряжения  $U_c$ . Умножая на  $dy/dz$  и интегрируя по  $dz$  от  $z$  до 1, получим

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dy}{dz} \right)^2 = 2 \frac{4j_i}{9j_0} (b(1 - \sqrt{y}) - \sqrt{1-y}). \quad (3.85)$$

Умножая на 2 и извлекая квадратный корень, получаем

$$\left( \frac{dy}{dz} \right) = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{j_i}{j_0}} (-b(1 - \sqrt{y}) + \sqrt{1-y})^{1/2}. \quad (3.86)$$

Чтобы выражение под корнем было положительным при  $y = 0$  необходимо, чтобы  $b$  изменялось от 0 до 1. Коэффициент  $b$  не может быть отрицательным по своему физическому смыслу, а при  $b = 1$  происходит переход к свободному режиму.

Разделяя переменные и интегрируя от 0 до 1, получим

$$\sqrt{\frac{j_i}{j_0}} = \frac{3}{4} \int_0^1 \frac{dy}{(-b(1 - \sqrt{y}) + \sqrt{1-y})^{1/2}} = \frac{3}{4} F(b) = \sqrt{\kappa(b)}. \quad (3.87)$$

В отличие от ранее рассмотренного случая подынтегральное выражение содержит параметр  $b$  и интеграл будет не просто каким-то числом, а некоторой функцией от  $b$ . Функции  $F$  и  $\kappa$  затабулированы. Тогда

$$j_i = \kappa(b)j_0, \quad (3.88)$$

$$j_e = b\kappa(b)j_0(M/m)^{1/2}. \quad (3.89)$$

Мы опять же получили связь тока с напряжением и длиной слоя, хотя поступление ионов из плазмы уже учтено. В данном случае для исключения  $L$  и получения ВАХ необходимо определить поле на катоде и воспользоваться выражениями для автотермоэлектронной эмиссии. Ограничимся вычислением поля. Подставляя в (3.86)  $y = 0$  получим для безразмерной переменной

$$\left(\frac{dy}{dz}\right)_{y=0} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{j_i}{j_0}} (1-b)^{1/2}. \quad (3.90)$$

Возвращаясь к размерным переменным, получим

$$E_k = \frac{4}{3} \sqrt{(1-b)\kappa(b)} \frac{U_c}{L}. \quad (3.91)$$

Ясно, что в несвободном режиме для увеличения тока понадобится увеличение  $E_k$  и соответственно напряжения на промежутке.

### 3.3.5. Экспериментальные результаты

В целом результаты экспериментов подтверждают выявленные закономерности. При очень низких давлениях характеристика мало отличается от вакуумного промежутка. При повышении давления до значений  $\sim 10^{-3}$  Торр становится возможным зажигание разряда, причем напряжение зажигания уменьшается по мере увеличения  $p$ . После зажигания на ВАХ появляется падающий участок, затем ток растет практически без изменения напряжения на промежутке или имеется некоторый рост напряжения при пониженных давлениях. Промежуток заполнен светящейся плазмой, за исключением тонкого темного прикатодного слоя толщиной  $\sim 0,1$  мм. После того как ток разряда достигнет тока эмиссии, то для дальнейшего роста тока необходимо существенное увеличение напряжения.

При давлениях  $\sim 0,1 - 1$  Торр при достаточно высокой температуре катода при увеличении тока в свободном режиме возможен переход к так называемой низковольтной дуге, напряжение горения которой даже меньше, чем потенциал

ионизации. Зондовые измерения показывают, что в этом случае в промежутке распределение потенциала является немонотонным, имеется максимум, в котором  $\varphi$  больше потенциала ионизации, а плазма оказывается неоднородной. В этом режиме, по-видимому, существенно ступенчатая ионизация атомов. Для низковольтной дуги также характерен практически постоянный уровень напряжения, который сменяется ростом  $U$  после достижения током разряда тока эмиссии.

### *3.3.6. Переход в самостоятельный режим*

Как и при пониженных давлениях с повышением тока наступает момент, когда ток разряда сравнивается по величине с током эмиссии и происходит переход в несвободный режим и повышение напряжения. По мере увеличения тока и напряжения увеличивается энергия, приносимая на катод ионами. В результате температура катода начинает повышаться и термоэмиссия усиливается. Рост напряжения замедляется и при достижении некоторого тока начинается уменьшение напряжения. На этом участке ВАХ нагрев катода от вспомогательного нагревателя уже перестает играть существенную роль. Нагрев катода до высокой температуры может быть обеспечен благодаря ионной бомбардировке, а накальная цепь может быть отключена. Таким образом, происходит переход к самостоятельной дуге с накаливаемым катодом. Температуру, до которой разогревается катод в результате ионной бомбардировки, можно оценить, приняв, что энергия, приносимая ионами на катод рассеивается в результате излучения  $j_i U_c = \sigma T^4$ . Это допущение справедливо, если можно пренебречь теплоотводом в глубь катода.

## Глава 4. ТАУНСЕНДОВСКИЙ И ТЛЕЮЩИЙ РАЗРЯДЫ

### 4.1. Процессы в газоразрядном промежутке низкого давления

#### 4.1.1. Начальный участок ВАХ газового промежутка

Пусть катод нагрет, но не очень сильно, так что эмиттируемые им электроны практически не искажают внешнее электрическое поле  $E=U/d$ . Если считать, что заряженные частицы не возвращаются на катод, то плотность тока в промежутке  $j$  равна плотности эмиссионного тока

$$j = j_{em}. \quad (4.1)$$

Это выражение и является фактически вольт-амперной характеристикой. Выражение для полного тока в системе можно получить, умножив обе части на площадь поперечного сечения промежутка.

Найдем также концентрацию электронов в промежутке. Пренебрегая диффузией, запишем для плотности тока

$$j = en_e\mu_e E. \quad (4.2)$$

Следовательно, для концентрации получается

$$n_e = j_{em} / e\mu_e E. \quad (4.3)$$

Более точное решение, по-видимому, можно получить, если учесть, что некоторые из заряженных частиц вследствие рассеяния на атомах (не вследствие наличия потенциального барьера) могут приобрести скорость в направлении катода и вернуться на него. Вспоминая известное выражение для числа ударов частиц об стенку, для плотности тока на катоде можно записать следующее соотношение:

$$j(0) = j_{em} - en_e\langle v \rangle / 4. \quad (4.4)$$

Далее в промежутке электроны никуда не исчезают и

$$j(x) = j(0) = j. \quad (4.5)$$

Тогда для концентрации получаем следующее уравнение

$$n_e = (j_{em} - en_e\langle v \rangle / 4) / e\mu_e E. \quad (4.6)$$

Умножая на  $\mu_e E$  и собирая члены с  $n_e$  в левой части получим

$$n_e(\bar{v}/4 + \mu_e E) = j_{em}/e. \quad (4.7)$$

Отсюда находим концентрацию

$$n_e = \frac{j_{em}}{e(\bar{v}/4 + \mu_e E)}. \quad (4.8)$$

Умножив обе части на  $e\mu_e E$ , получим

$$j = \frac{j_{em}\mu_e E}{(\bar{v}/4 + \mu_e E)} = \frac{j_{em}}{(\bar{v}/(4\mu_e E) + 1)}. \quad (4.9)$$

Наконец умножая на площадь поперечного сечения и подставляя  $E=U/d$ , получим вольтамперную характеристику

$$i = \frac{i_{em}}{(\bar{v}d/4\mu_e U + 1)} = \frac{i_{em} U}{(\bar{v}d/4\mu_e + U)}. \quad (4.10)$$

При небольшом напряжении  $U \ll \bar{v}d/4\mu_e$  получаем линейную зависимость

$$i = \frac{4\mu_e i_{em} U}{\bar{v}d}. \quad (4.11)$$

При высоком напряжении  $U \gg \bar{v}d/4\mu_e$  ток выходит на насыщение

$$i = i_{em}. \quad (4.12)$$

Полученная зависимость качественно описывает начальный участок ВАХ газового промежутка.

#### 4.1.2. Первый коэффициент Таунсенда

Насыщение несамостоятельного тока на уровне равном току эмиссии сохраняется лишь в некотором ограниченном диапазоне напряжений. При дальнейшем повышении электрического поля ток снова начинает возрастать, а это означает, что начинает действовать новый механизм появления заряженных частиц в газовом промежутке. Он связан с ионизацией газа электронами, которые в сильном электрическом поле начинают приобретать энергию, достаточную для осуществления ионизации. Для характеристики этого процесса Таунсенд ввел коэффициент  $\alpha$ , равный числу новых электронов,

образуемых движущимся в электрическом поле электроном при прохождении им расстояния, принятого за единицу длины. С  $\alpha$  связана другая величина, которую называют ионизационной способностью

$$\eta = \alpha/E. \quad (4.13)$$

Она также характеризует интенсивность процесса ионизации и определяет среднее число актов ионизации, совершаемых одним электроном при прохождении им разности потенциалов 1 В. Соответственно, величина обратная к  $\eta$  есть средняя энергия (в эВ), затрачиваемая на одну ионизацию.

Таунсенд вводил также коэффициент, который определял среднее число ионизаций, осуществляемых на единичном пути положительным ионом, однако дальнейшие исследования показали, что этот процесс существенной роли не играет, кроме, быть может, так называемого высоковольтного тлеющего разряда (ВТР).

Давайте обсудим, чему же равен коэффициент  $\alpha$  или первый коэффициент Таунсенда. Воспользуемся ранее введенным понятием – частота ионизации. Если в некоторый момент времени имеется  $N_e$  электронов, то за время  $dt$  они произведут

$$dN_e = \nu_i N_e dt \quad (4.14)$$

новых электронов. Если  $\nu_i \sim \text{const}$ , то происходит экспоненциальное размножение

$$N_e(t) = N_e(0)\exp(\nu_i t). \quad (4.15)$$

Поскольку при ионизации электроны теряют энергию, то средняя энергия электронного ансамбля и частота ионизации должны уменьшаться со временем, если конечно электроны одновременно не получают энергию от некоторого источника, например от электрического поля. Но в электрическом поле возникает дрейф и таким образом процесс размножения развивается не только во времени, но и в пространстве. Заменяя  $dt$  на  $dx/v$ , получим

$$dN_e = \nu_i N_e dx/v. \quad (4.16)$$

Отнормировав  $dN_e$  на единичную длину и на один электрон, мы и получим коэффициент  $\alpha$

$$\alpha = dN_e / N_e dx = v_i / v. \quad (4.17)$$

Ранее мы получали выражение для частоты ионизации в случае максвелловского спектра, но, по всей видимости, в сильных полях распределение электронов далеко от максвелловского. При проведении расчетов пользуются той или иной аппроксимацией экспериментальных данных. В частности, сам Таунсенд предложил следующую эмпирическую формулу

$$\alpha = A p \exp(-Bp/E), \quad (4.18)$$

где  $p$  – давление газа,  $E$  – напряженность электрического поля,  $A$  и  $B$  некоторые постоянные величины, зависящие от рода газа. Существуют и другие эмпирические соотношения, более или менее правильно описывающие ход экспериментальных зависимостей.

#### 4.1.3. Закон подобия для $\alpha$ и $\eta$ . Эффект и константа Столетова

Следует отметить, что результаты экспериментов. показывают, что отношение  $\alpha/p$  в широком диапазоне является функцией от отношения  $E/p$ , т.е. имеет место закон подобия

$$\alpha/p = F(E/p). \quad (4.19)$$

Для ионизационной способности

$$\eta = \alpha/E = (p/E)F(E/p) = G(E/p) \quad (4.20)$$

также выполняется закон подобия, причем результаты экспериментов показывают, что  $\eta$  является немонотонной и при некотором отношении  $E/p$  достигает максимума. Соответственно, при этом  $E/p$  на проведение ионизации затрачивается минимальная энергия. Этот эффект получил название эффекта Столетова, а значение  $E/p$ , при котором  $\eta$  достигает максимума, называется постоянной Столетова.

Используя Таунсендовскую аппроксимацию  $\alpha = A \exp(-Bp/E)$  можно показать, что значение  $E/p$ , при котором достигается максимум, равно  $B$ . Действительно, вводя обозначение  $y = E/p$ , запишем  $\eta = (A/y) \exp(-B/y)$ , и дифференцируя, получим

$$d\eta / dy = -(A/y^2) \exp(-B/y) + (A/y) \exp(-B/y) (B/y^2) = -(A/y^2) \exp(-B/y) (1-B/y). \quad (4.21)$$

Нетрудно видеть, что производная действительно обращается в 0 при  $y = B$ .

#### 4.1.4. Усиление тока

Ясно, что при наличии ионизации ток, протекающий через промежуток, больше, чем в ее отсутствие, и это характеризуют коэффициентом ионизационного или газового усиления

$$\kappa = i(U)/i_{нас}. \quad (4.22)$$

При эмиссии электронов из катода  $i_{нас} = i_{em}$ . Определим, какой ток будет протекать в промежутке, и каким будет коэффициент усиления при наличии  $\alpha$  - процесса. Запишем систему уравнений

$$dj_e / dx = \alpha j_e, \quad (4.23)$$

$$dj_i / dx = -\alpha j_e, \quad (4.24)$$

$$j = j_e + j_i. \quad (4.25)$$

Граничные условия имеют следующий вид:

$$j_e(0) = j_{em}, \quad j_i(d) = 0. \quad (4.26)$$

Разделяя переменные и интегрируя от 0 до  $x$ , получим

$$\ln(j_e/j_{em}) = \alpha x. \quad (4.27)$$

Следовательно,

$$j_e(x) = j_{em} \exp(\alpha x). \quad (4.28)$$

Уравнение для ионного тока интегрируем в пределах от  $d$  до  $x$  и получаем

$$j_i(x) = j_{em} (\exp(\alpha d) - \exp(\alpha x)). \quad (4.29)$$

Суммируя, получим полную плотность тока

$$j = j_e + j_i = j_{em} \exp(\alpha d). \quad (4.30)$$

Следовательно,

$$\kappa = \exp(\alpha d) = \exp((\alpha/E)Ed) = \exp(\eta U). \quad (4.31)$$

## 4.2. Таунсендовский разряд

### 4.2.1. Условие самостоятельности

С увеличением параметра  $\alpha d$  несамостоятельный ток резко, экспоненциально, нарастает, но, тем не менее, как бы ни был велик коэффициент усиления, ток, по-прежнему, имеет несамостоятельный характер. Если прекратить накачивание катода, то  $j_{em}$  станет практически равным 0, и ток прекратится. Переход к самостоятельному разряду становится возможным благодаря следующему процессу: хотя ионы практически не производят ионизацию в промежутке, но при уходе из промежутка на катод, ударяясь об него ионы вызывают выход из катода так называемых  $\gamma$ -электронов. Коэффициент  $\gamma$  или третий коэффициент Таунсенда равен вероятности этого процесса. Он невелик  $\sim 10^{-2} - 10^{-1}$ , но именно благодаря наличию  $\gamma$ -процесса ток может стать самостоятельным. Рассмотрим прежнюю систему уравнений (4.23)-(4.25), но граничное условие на катоде запишем в следующем виде:

$$j_e(0) = j_{em} + \gamma j_i(0). \quad (4.32)$$

Для электронного тока интегрирование дает

$$j_e(x) = j_e(0)\exp(\alpha x). \quad (4.33)$$

Для ионов

$$j_i(x) = j_e(0)(\exp(\alpha d) - \exp(\alpha x)), \quad (4.34)$$

В частности, при  $x = 0$

$$j_i(0) = j_e(0) (\exp(\alpha d) - 1). \quad (4.35)$$

Полная плотность тока равна

$$j = j_e(0)\exp(\alpha d), \quad (4.36)$$

но мы пока еще не нашли, чему равно  $j_e(0)$ . Подставляя полученное выражение для  $j_i(0)$  в граничное условие на катоде получаем

$$j_e(0) = j_{em} + \gamma j_e(0)(\exp(\alpha d) - 1). \quad (4.37)$$

Отсюда получаем

$$j_e(0) = j_{em} / (1 - \gamma(\exp(\alpha d) - 1)), \quad (4.38)$$

а для плотности тока окончательно получаем

$$j = j_{em} \exp(\alpha d) / (1 - \gamma(\exp(\alpha d) - 1)). \quad (4.39)$$

Казалось бы, и здесь  $j \sim j_{em}$ , и при прекращении накаливания катода ток прекратится. Это рассуждение верно, но до определенного момента, а именно до тех пор, пока знаменатель не обратится в 0. Тогда мы будем иметь неопределенность типа 0/0, которая вовсе не обязательно будет равна 0. Это обстоятельство было истолковано Таунсендом таким образом, что при выполнении условия

$$\gamma(\exp(\alpha d) - 1) = 1 \quad (4.40)$$

становится возможным переход к самостоятельному разряду, а это условие так и называют условием самостоятельности. Его можно записать в более простом виде

$$\gamma N_i = 1, \quad (4.41)$$

где  $N_i$  – число ионов, возникших в промежутке в результате развития лавины, образованной одним стартовавшим с катода электроном. Нетрудно убедиться, что  $\exp(\alpha d) - 1$  это и есть число возникших в лавине ионов. Действительно, из полученного выражения для электронного тока в промежутке, полагая  $x = d$ , получаем

$$j_e(d) = j_e(0) \exp(\alpha d), \quad (4.42)$$

т.е. в среднем в результате выхода с катода одного электрона на анод приходит  $\exp(\alpha d)$  электронов. Один из них это и есть тот самый стартовавший с катода, а остальные  $\exp(\alpha d) - 1$  образовались в промежутке, и поскольку появление в результате ионизации электрона означает и возникновение иона, то получаем

$$N_i = \exp(\alpha d) - 1, \quad (4.43)$$

что и требовалось доказать.

#### 4.2.2. Напряжение зажигания разряда

Выполнение условия самостоятельности достигается при некотором напряжении  $U$ , которое зависит от длины промежутка и давления газа в нем. Попробуем установить эту зависимость, используя для коэффициента  $\alpha$  Таунсендовскую аппроксимацию  $\alpha = A p \exp(-B p / E)$ . Запишем условие самостоятельности (4.40) в несколько иной форме

$$\exp(\alpha d) = 1/\gamma + 1. \quad (4.44)$$

Логарифмируя правую и левую часть, получаем

$$\alpha d = \ln(1/\gamma + 1). \quad (4.45)$$

Подставляя выражение для  $\alpha$ , и, заменяя в нем  $E$  на  $U/d$ , получаем

$$A p d \exp(-B p d / U) = \ln(1/\gamma + 1). \quad (4.46)$$

Еще раз прологарифмируем

$$\ln(A p d) - B p d / U = \ln(\ln(1 + 1/\gamma)) = C. \quad (4.47)$$

Тогда

$$\ln(A p d) - C = B p d / U, \quad (4.48)$$

и отсюда для напряжения зажигания получаем

$$U_{br} = B p d / (\ln(A p d) - C). \quad (4.49)$$

Поделив на  $p d$  получим выражение для пробивной напряженности поля, отнормированной на единичное давление

$$(E/p)_{br} = B / (\ln(A p d) - C). \quad (4.50)$$

Как видно из полученного соотношения (4.49) напряжение зажигания зависит от давления и длины промежутка не порознь, а от их произведения. Таким образом, мы имеем еще один закон подобия - закон Пашена

$$U_{br} = F(p d), \quad (4.51)$$

а сами эти зависимости для различных газов называются кривыми Пашена. Качественный вид полученных зависимостей вполне согласуется с экспериментом, а в некоторых случаях имеется и неплохое количественное

согласие. При больших  $pd$  напряжение зажигания растет почти линейно с  $pd$ , так как логарифмическая зависимость довольно слабая. При малых  $pd$  напряжение растет с уменьшением  $pd$ , причем этот рост становится очень резким при приближении  $\ln(Apd)$  к  $C$ . Тогда знаменатель устремляется к 0, а напряжение к  $\infty$ . Таким образом напряжение зажигания возрастает как при малых  $pd$ , так и при больших  $pd$ . Этот рост можно объяснить следующим образом: при больших давлениях частицы часто испытывают упругие столкновения и теряют в них энергию, и чтобы сообщить им энергию, достаточную для ионизации, необходимо увеличивать напряжение. При уменьшении давления упругие столкновения редки и частицы набирают энергию достаточную для ионизации, но не могут в полной мере реализовать свою способность к ионизации, так как частота ионизации с уменьшением давления также падает. Итак, и при уменьшении и при увеличении давления  $U_{br}$  растет. Следовательно, при некотором  $pd$  должен наблюдаться минимум, при котором для ионизации возникают оптимальные условия. Упругие столкновения не настолько часты, чтобы помешать набору энергии, а ионизирующие столкновения еще не очень редки, и электроны реализуют свою способность к ионизации. Найдем, когда осуществляются эти оптимальные условия, при которых  $U_{br}$  достигает минимума. Обозначим  $y = pd$  и продифференцируем зависимость  $U_{br}(y) = By/(\ln(Ay) - C)$ . Получаем

$$U_{br}' = [B(\ln Ay - C) - By/y]/(\ln Ay - C)^2. \quad (4.52)$$

Полученное выражение обращается в 0, если  $\ln(Ay) - C = 1$ . Следовательно,

$$(pd)_m = \exp(1+C)/A. \quad (4.53)$$

Практически для всех газов минимум наблюдается при  $pd \sim 1$  торр·см, а  $U_{br}$  в этой точке порядка нескольких сотен вольт. При  $y = (pd)_m$  для пробивной напряженности поля (4.50) получается

$$E/p = B/(\ln(\exp(1+C)) - C) = B/(1+C-C) = B. \quad (4.54)$$

Таким образом, значение  $E/p$  в минимуме кривой Пашена как раз равно постоянной Столетова, когда условия для ионизации действительно оптимальны.

### 4.2.3 Предельный ток Таунсендовского разряда

При уменьшении  $R$  или при увеличении ЭДС ток, пропускаемый через промежуток, растет, возрастает плотность заряженных частиц, и они начинают искажать внешнее поле. Давайте рассмотрим этот процесс. Сначала получим распределение зарядов в промежутке в нулевом приближении, считая  $E = U/d$ . Снова воспользуемся уже рассматривавшейся системой уравнений (4.23)-(4.25), но уже не будем считать, что из катода эмитируется какой-то начальный ток и, таким образом, граничные условия следующие:

$$j_e(0) = \gamma j_i(0), \quad (4.55)$$

$$j_i(d) = 0. \quad (4.56)$$

Уравнения легко интегрируются и, используя граничные условия, получаем

$$j_e = \frac{\gamma j \exp(\alpha x)}{1 + \gamma}, \quad (4.57)$$

$$j_i = \left(1 - \frac{\gamma \exp(\alpha x)}{1 + \gamma}\right) j. \quad (4.58)$$

Поскольку  $\gamma \ll 1$ , то в большей части промежутка  $j_i$  превышает  $j_e$  и близок к  $j$ . Кроме того, поскольку скорость дрейфа ионов на два порядка меньше скорости дрейфа электронов, то можно сделать вывод, что практически во всем промежутке, за исключением очень малой прианодной области преобладает ионный заряд. Положим

$$\rho \cong \frac{j}{v_i} = \frac{j}{\mu_i E_0}, \quad (4.59)$$

и определим чему равно электрическое поле в первом приближении  $E(x) = E_0 + E_1(x)$ . Решаем уравнение Пуассона

$$dE_1/dx = -\rho_i/\epsilon_0 = -\frac{j}{\epsilon_0 \mu_i E_0}. \quad (4.60)$$

Интегрируя, получаем

$$E_1(x) - E_1(0) = -\frac{jx}{\epsilon_0 \mu_i E_0}. \quad (4.61)$$

Напряженность электрического поля линейно уменьшается с ростом  $x$ . Существенное искажение внешнего поля произойдет, когда добавка станет величиной того же порядка, что и  $E_0$ . Положим

$$E_I(0) - E_I(d) = \frac{jd}{\varepsilon_0 \mu_i E_0} \sim E_0. \quad (4.62)$$

Отсюда получаем оценку для предельной плотности тока таунсендовского разряда

$$j_m \sim \frac{\varepsilon_0 \mu_i E_0^2}{d} = \frac{\varepsilon_0 \mu_i U_{br}^2}{d^3} \quad (4.62a)$$

#### 4.2.4. Переход от таунсендовского разряда к тлеющему

При  $j \sim j_m$  поле в промежутке существенно отличается от постоянного. Но тогда и коэффициент  $\alpha$  не будет постоянной величиной, и условие самостоятельности, одной из форм записи которого является соотношение

$$\alpha d = \ln(1/\gamma + 1), \quad (4.63)$$

следует видоизменить

$$\int_0^d \alpha(x) dx = \ln(1/\gamma + 1). \quad (4.64)$$

Поскольку зависимость  $\alpha(x) = \alpha(E(x))$  является достаточно сложной функцией, то довольно трудно сказать к чему приведет искажение поля, к увеличению или уменьшению напряжения необходимого для самоподдержания разряда, либо наконец уменьшение и увеличение поля и коэффициента  $\alpha$  в разных точках промежутка в точности компенсируют друг друга и напряжение не изменится. Для того чтобы проанализировать возможное развитие ситуации, разложим коэффициент  $\alpha$  в ряд в окрестности точки  $E_0 = E_{br}$

$$\alpha(E(x)) = \alpha(E_0) + \alpha'(E_0)(E(x) - E_0) + \alpha''(E_0)(E(x) - E_0)^2/2 \quad (4.65)$$

и проинтегрируем (4.64). Получаем

$$\alpha(E_0)d + \alpha'(E_0)(U - U_{br}) + \alpha''(E_0) \int_0^d (E(x) - E_0)^2/2 dx = \ln(1/\gamma + 1). \quad (4.66)$$

Учитывая, что  $\alpha(E_0)d = \ln(1/\gamma + 1)$ , получаем

$$\alpha'(E_0)\Delta U + \alpha''(E_0)S = 0, \quad (4.67)$$

где  $\Delta U = U - U_{br}$ ,  $S = \int ((E(x) - E_0)^2/2) dx$ . Производная  $\alpha'$  всегда положительна

$$\alpha' = A p \exp(-Bp/E) (Bp/E^2) = \alpha Bp/E^2. \quad (4.68)$$

Величина  $S$  также положительна, поэтому  $\Delta U$  будет отрицательным, если вторая производная положительна, и, наоборот,  $\Delta U > 0$ , если  $\alpha'' < 0$ . Вычисляем вторую производную

$$\alpha'' = \alpha' Bp/E^2 - 2\alpha Bp/E^3 = \alpha B^2 p^2/E^4 - 2\alpha Bp/E^3 = (\alpha Bp/E^3)(Bp/E - 2). \quad (4.69)$$

Отсюда видно, что  $\alpha'' > 0$ , если  $E < Bp/2$  и наоборот. Вспоминая, что для напряженности поля справедливо соотношение  $E/p = B/(\ln(Apd) - C)$ , получаем, что  $\alpha'' > 0$  при

$$\ln(Apd) - C > 2. \quad (4.70)$$

Тогда, перенося  $C$  вправо, взяв экспоненту от обеих частей, и поделив на  $A$  получаем

$$pd > \exp(2+C)/A = \exp(1)(pd)_m. \quad (4.71)$$

Итак, при выполнении этого условия искажение поля пространственным зарядом приведет к уменьшению напряжения на промежутке. Полученное значение в 2,71 раза больше, чем значение, при котором кривая Пашена достигает минимума, но в целом не будет грубой ошибкой, если сказать, что уменьшение напряжения при росте тока происходит на правой ветви кривой Пашена, а увеличение на левой. В первом случае Таунсендовский разряд переходит в нормальный тлеющий разряд. Во втором Таунсендовский разряд трансформируется в высоковольтный тлеющий разряд.

### 4.3. Катодная область тлеющего разряда

#### 4.3.1. Структура тлеющего разряда

Искажение поля пространственным зарядом приводит к переходу Таунсендовского разряда в различные формы тлеющего разряда. Впрочем, для

обоих вариантов характерно усиление поля вблизи катода и уменьшение вблизи анода. Эта тенденция после завершения перехода приводит к формированию следующей структуры: Практически все приложенное к промежутку напряжение сосредотачивается в прикатодной области - так называемой области катодного падения потенциала, а в остальной части промежутка за исключением небольшого прианодного слоя возникает плазма, перепад потенциала на которой очень небольшой.

Механизм поддержания тлеющего разряда тот же, что и в таунсендовском разряде:  $\gamma$ -эмиссия из катода и ионизация электронным ударом, но структура, возникающая в промежутке при горении этого разряда, существенно более сложная. Давайте вкратце обсудим ее, мысленно двигаясь от катода к аноду. Вылетевшие из катода электроны не могут возбуждать газ, и непосредственно вблизи катода имеется т.н. темное астоново пространство. После достижения электронами энергии порядка энергии возбуждения первого уровня появляется полоска т.н. катодного свечения. Иногда бывает 2 - 3 полосы, что соответствует различным уровням возбуждения. При дальнейшем увеличении энергии сечение возбуждения довольно резко падает и появляется область темного катодного пространства (ТКП), называемого также Круксовым или Гитторфовым. В этой области происходит размножение частиц и здесь сосредоточен объемный ионный заряд. К концу катодного слоя электрическое поле ослабевает, и энергия электронов уменьшается. В результате снова резко повышается вероятность возбуждения, и появляется область так называемого отрицательного тлеющего свечения ОС. Электрическое поле в ОС мало и может даже быть отрицательным, т.е. направленным в другую сторону, по сравнению с направлением поля во всем остальном промежутке. Ток в этой части промежутка протекает благодаря тем скоростям, которые электроны приобрели ещё в катодном падении, и возбуждение, соответственно, идет благодаря той энергии, которая получена в области темного катодного пространства. Однако по мере уменьшения энергии эффективность возбуждения уменьшается и снова имеется темная область, называемая Фарадеевым темным пространством

(ФТП), в котором поле снова начинает возрастать, чтобы обеспечить дальнейшее продвижение электронов к катоду. За ФТП находится так называемый положительный столб (ПС). Электрическое поле в нем невелико, но достаточно, чтобы обеспечить возникновение свечения и дальнейшее продвижение электронов к аноду. В прианодной области иногда имеет место темное анодное пространство, а непосредственно вблизи анода видна узкая пленка анодного свечения. При увеличении давления все слои сжимаются (кроме ПС, который удлиняется). При уменьшении давления наоборот. Длина области ПС может уменьшиться до 0 и тогда светится только область отрицательного тлеющего свечения, от которой и произошло название разряда.

#### *4.3.2. Модель Энгеля - Штеенбека*

К катодным частям разряда относят все от катода до положительного столба, т.е. сюда входят катодное падение потенциала, область отрицательного свечения и Фарадеево темное пространство. В катодных частях преобладает направленное движение заряженных частиц, и роль боковых стенок, на которые частицы, вообще говоря, могут уходить, невелика. В связи с этим разрабатываемые теории КП, как правило, одномерные. Запишем полную систему уравнений, решив которую можно будет определить все характеристики катодного слоя, представляющие интерес с точки зрения физики газового разряда, а именно – распределение в пространстве при некотором падении напряжения на катодном слое  $U_c$  потенциала  $\varphi(x)$ , напряженности  $E(x)$ , заряда  $\rho(x)$ , концентрации ионов  $n_i(x)$  и электронов  $n_e(x)$ , плотности тока ионов  $j_i(x)$  и электронов  $j_e(x)$ , средние скорости направленного движения  $v_i(x)$  и  $v_e(x)$  (для получения более детальной картины необходимо знать функцию распределения по скоростям), а также полную плотность тока  $j$  и длину катодного слоя  $l_c$ , всего 9 функций и 2 параметра. Ясно, что требуемая система должна состоять из 11 уравнений.

$$E(x) = - \frac{d\varphi}{dx} \quad (4.72)$$

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (4.73)$$

$$\rho = e(n_i - n_e) \quad (4.74)$$

$$j_i = en_i v_i \quad (4.75)$$

$$j_e = en_e v_e \quad (4.76)$$

$$v_i = \mu_i E \quad (4.77)$$

$$v_e = \mu_e E \quad (4.78)$$

$$\frac{dj_e}{dx} = \alpha(x) j_e(x). \quad (4.79)$$

$$\frac{dj_i}{dx} = -\alpha(x) j_i(x). \quad (4.80)$$

$$j = j_i + j_e. \quad (4.81)$$

$$\int_0^{l_c} \alpha(x) dx = \ln\left(\frac{1}{\gamma} + 1\right), \quad (4.82)$$

где  $\alpha$  – первый коэффициент Таунсенда. Уравнение самостоятельности записано в форме, соответствующей наличию в катодном слое неоднородного поля. Из 11 уравнений четыре дифференциальных 1-го порядка. К ним необходимо поставить 4 граничных условия:  $\varphi(0) = 0$ ,  $\varphi(l_c) = U_c$ ,  $j_e(0) = \gamma j_i(0)$ ,  $j_i(l_c) = 0$ . Последнее условие достаточно сомнительно, так как в область ТКП могут попадать ионы из ОС и если учесть это обстоятельство, то нужно также изменить условие самостоятельности (4.82). Но даже в записанном простейшем виде система не имеет аналитического решения. Чтобы получить его приходится делать дополнительные упрощающие допущения. В теории, разработанной Энгелем и Штеенбеком, предполагается, что напряженность электрического поля линейно уменьшается от некоторого  $E_c$  на катоде до 0 на границе с ОС.

$$E(x) = E_c(1 - x/l_c). \quad (4.83)$$

Кроме того, принимается, что  $n_i \gg n_e$ . Тогда из уравнения Пуассона получаем

$$\frac{E_c}{l_c} = \frac{en_i}{\epsilon_0}. \quad (4.84)$$

Отсюда для плотности ионного тока на катоде получается

$$j_i(0) = en_i v_i = \frac{\epsilon_0 E_c}{l_c} \mu_i E_i = \frac{\epsilon_0 \mu_i E_c^2}{l_c}, \quad (4.85)$$

а для плотности полного тока

$$j = (1+\gamma)j_i(0) = (1+\gamma) \frac{\epsilon_0 \mu_i E_c^2}{l_c}. \quad (4.86)$$

Однако, мы пока еще не знаем чему равно  $E_c$  и  $l_c$ . Интегрируя (4.72), получим

$$U_c = \int_0^{l_c} E(x) dx = E_c \left( x - \frac{x^2}{2l_c} \right) \Big|_0^{l_c} = \frac{E_c l_c}{2}. \quad (4.87)$$

Следовательно,

$$E_c = 2U_c / l_c. \quad (4.88)$$

Осталось выяснить, как связаны между собой  $U_c$  и  $l_c$ . Это можно сделать, используя условие самостоятельности. Берем интеграл

$$\begin{aligned} \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) &= \int_0^{l_c} A p \exp(-Bp/E(x)) dx = \int_0^{l_c} A p l_c \exp\left(-\frac{Bp}{E_c(1-x/l_c)}\right) dx / l_c = \\ &= \int_0^1 A p l_c \exp\left(-\frac{Bp l_c}{2U_c(1-t)}\right) dt = A p l_c \left(\frac{Bp l_c}{2U_c}\right) S\left(\frac{2U_c}{Bp l_c}\right) = (p l_c)^2 \left(\frac{AB}{2U_c}\right) S\left(\frac{2U_c}{Bp l_c}\right), \end{aligned} \quad (4.89)$$

где 
$$S(x) = \int_0^x \exp(-1/y) dy. \quad (4.90)$$

Полученное выражение в неявном виде представляет собой зависимость  $U_c(p l_c)$ . Качественно эта кривая выглядит аналогично кривой Пашена, но конечно имеются некоторые количественные отличия, например минимум, достигается в точке  $p l_c = 1,4(pd)_m$ , и в этой точке  $U = 1,1U_m$ .

Получим также выражение для вольтамперной характеристики катодного слоя. Вспоминая соотношение для плотности тока (4.86), преобразуем его к виду

$$\frac{j}{p^2} = (1 + \gamma) \frac{4\varepsilon_0(\mu_i p)U_c^2}{(pl_c)^3}. \quad (4.91)$$

Отсюда получим выражение для  $pl_c$

$$pl_c = \sqrt[3]{\frac{4(1 + \gamma)\varepsilon_0(\mu_i p)U_c^2}{j/p^2}}, \quad (4.92)$$

подставляя которое в соотношение (4.89), связывающее  $U_c$  и  $l_c$  получим ВАХ в следующем виде:

$$\ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) = \frac{AB}{2U_c} \left(\sqrt[3]{\frac{4(1 + \gamma)\varepsilon_0(\mu_i p)U_c^2}{j/p^2}}\right)^2 S(2U_c/B) \sqrt[3]{\frac{4(1 + \gamma)\varepsilon_0(\mu_i p)U_c^2}{j/p^2}}. \quad (4.93)$$

Качественно эта неявная зависимость  $U_c(j)$  также представляет собой кривую с минимумом. Можно, исключив из записанных выражений  $U_c$ , получить взаимосвязь  $j/p^2$  и  $pl_c$ . Эта кривая никаких особенностей не имеет, с ростом  $j$  происходит монотонное уменьшение длины катодного слоя.

### 4.3.3. Нормальный и аномальный тлеющие разряды

Теперь обсудим следующий момент: поскольку  $U(j)$  немонотонна, то обратная зависимость  $j(U)$  является двузначной. Учитывая также, что напряжение на катодном слое практически равно напряжению на разрядном промежутке, то возникает вопрос: если мы подаем на промежуток некоторое фиксированное напряжение, то какой же плотности ток будет протекать в промежутке. Результаты экспериментов позволяют сделать однозначный вывод, что реализуется растущая правая ветвь кривой  $U(j)$ . А что же произойдет, если мы будем уменьшать ток и пытаться все же забраться на левую ветвь. Оказывается, что после достижения точки минимума уменьшить разрядный ток можно и дальше, но это осуществляется не вследствие уменьшения плотности тока в катодном слое, а в результате уменьшения площади поперечного сечения катодного слоя и площади поверхности катода, участвующей в разряде, плотность же тока остается постоянной. Ток протекает не через все сечение промежутка, а через какую-то его часть, хотя никто это ему не предписывает.

Таким образом, точке минимума  $U(j)$  соответствует целый диапазон значений разрядного тока, и эта область есть не что иное, как область так называемого нормального тлеющего разряда (НТР). Растущая ветвь соответствует аномальному тлеющему разряду (АТР). Хотя не совсем понятно, что же аномального в этой ветви. Странные вещи, с точки зрения обычного человека, творятся как раз в нормальном тлеющем разряде. Но поскольку эти странности наблюдались не один и не два раза, то в них не приходится сомневаться, а надо искать какое-то объяснение. Это делают, используя те или иные соображения о неустойчивости падающей ветви ВАХ. Самые простые рассуждения таковы: предположим, что мы каким-то образом попали на левую ветвь. Вследствие того, что процессы, происходящие в разрядах, носят статистический характер, все время происходят флуктуации тока, в некоторых местах ток возрастает, в других убывает. Там, где плотность тока возросла, напряжение, имеющееся на катодном слое, оказывается больше того, чем нужно для выполнения условия самостоятельности, и избыток напряжения приводит к усилению ионизационных процессов и дальнейшему росту тока. Там же, где плотность тока уменьшилась, напряжение оказывается меньше, чем нужно для поддержания разряда, и ток продолжает падать. Таким образом, даже если состояние, соответствующее левой ветви, как-то возникнет, то оно действительно является неустойчивым и будет немедленно разрушено. Эти рассуждения можно расценить как доказательство того, что состояния, соответствующие левой ветви, не реализуются. Но возникает вопрос, а почему при уменьшении тока возникают токовые пятна с плотностью, соответствующей именно точке минимума, а, например, не какой-то точке с правой ветви зависимости  $U(j)$ . Такие состояния, казалось бы, вполне устойчивы, по крайней мере, при проведении рассуждений, аналогичных вышеприведенным, мы пришли бы к такому выводу. Однако, на краю такого пятна, где эквипотенциальные линии отклоняются от катода, и длина слоя увеличивается, там имеющееся напряжение оказывается избыточным, и происходит пробой. Рост токового пятна приводит к росту полного тока, и

снижению напряжения на промежутке, а, значит, к уменьшению плотности тока в центральной однородной части пятна. Этот процесс будет идти до тех пор, пока плотность тока не упадет до величины, соответствующей точке минимума кривой  $U(j)$ .

Результаты последних экспериментов и расчетов показывают, что на самом деле нормальному разряду соответствует точка немного выше минимума на правой ветви, т.е. плотность тока падает не совсем до минимума. Это не приводит к пробую, т.к. в процессе горения происходит диффузионное перетекание зарядов в крайнюю зону, где поддерживается несамостоятельный ток, а это требует повышенного размножения в области, примыкающей к этой крайней зоне. Поэтому спуск по правой ветви прекращается, когда напряжение уменьшается до такого уровня, что уже не может привести к пробую, но как раз обеспечивает необходимое повышенное размножение.

#### *4.3.4. Нелокальные эффекты в катодных частях тлеющего разряда*

При построении теории Энгеля-Штеенбека использовалась локальная связь  $\alpha(E)$  и формула для  $\alpha$ , полученная из экспериментов, проводившихся в однородном поле. В то же время для описания изменения напряженности в катодном слое использовалась линейно спадающая функция, которая хорошо согласуется с данными эксперимента. При таком виде функции достаточно очевидно, что, вообще говоря, ионизацию в некоторой точке  $x$  осуществляют электроны, набравшие энергию в более сильном поле, чем поле в этой точке, и обладающие, соответственно, более жестким спектром. Эта особенность до поры до времени не играет существенной роли, так как градиент  $E$  невелик, но в сильно аномальных режимах, когда  $l_c$  уменьшается, а  $U_c$  возрастает, и, соответственно, происходит резкое увеличение градиента

$$\frac{dE}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \frac{2U_c}{l_c} \left( 1 - \frac{x}{l_c} \right) \right) = \frac{2U_c}{l_c^2}, \quad (4.94)$$

частицы, попадающие в точку  $x$ , «хорошо помнят», что только что они двигались в более сильном поле. В этих режимах использовать локальную связь  $\alpha(E)$  уже нельзя, необходим учет распределения потенциала в пространстве. Соответствующая теория разработана Ноем, который получил следующее выражение для коэффициента размножения, зависящее не только от напряженности, но и от потенциала

$$\frac{\langle \alpha \rangle}{p} = \left\{ A' \frac{\langle E \rangle}{E^*} \exp\left(\frac{E^*}{2\langle E \rangle} - \frac{\langle E \rangle}{2E^*}\right) + \frac{\langle \Sigma_i \rangle}{p} \right\} \exp(-E^* / \langle E \rangle), \quad (4.95)$$

где  $\langle E \rangle = U_c / l_c$ ,  $\langle \Sigma_i \rangle = \frac{1}{l_c} \int_0^{l_c} \Sigma_i(eU(x)) dx$ ,  $\Sigma_i = N\sigma_i$  – макроскопическое сечение

ионизации. Для  $U(x)$  использовалось выражение

$$U(x) = 2\langle E \rangle \left(x - \frac{x^2}{2l_c}\right), \quad (4.96)$$

которое вытекает из той же линейной аппроксимации для  $E(x)$  использовавшейся Энгелем и Штеенбеком. Что касается  $A'$  и  $E^*$ , то это некоторые константы, зависящие от рода газа. При выполнении условия  $\langle E \rangle \geq 5E^*$ , с хорошей точностью можно считать, что  $\langle \alpha \rangle = \langle \Sigma_i \rangle$ , т.е. в сильных полях ионизация определяется уже практически только разностью потенциалов. Используя полученное выражение, Ною удалось получить неплохое согласие с экспериментом в сильноаномальном режиме.

#### 4.3.5. Численное моделирование катодного слоя

В настоящее время учету нелокальных эффектов уделяется повышенное внимание, так как без этого невозможно создание точной теории катодного слоя. Во многих работах проводится численное решение кинетического уравнения, что стало возможно благодаря появлению мощных ЭВМ и более надежной информации о сечениях различных процессов. Для решения часто используется так называемый метод Монте-Карло или как еще его называют метод статистического моделирования. Применительно к рассматриваемой

задаче о движении заряженной частицы через газ в электрическом поле метод Монте-Карло сводится к последовательному розыгрышу возможных событий: разыгрываются длина свободного пробега частицы, затем вид взаимодействия и характеристики движения частицы (скорость, направление) после столкновения. Если в ходе столкновения образовались новые частицы, то они принимают участие в дальнейшей игре. Что касается процедуры розыгрыша, то она достаточно проста. С помощью специальной программы генерируется случайное число  $y$  в промежутке  $[0;1]$  и с его помощью определяются требуемые характеристики, например, длина свободного пробега  $\lambda$  определяется из решения следующего уравнения

$$y = \exp\left(-\int_0^{\lambda} N\sigma(x)dx\right), \quad (4.97)$$

или, эквивалентного ему,

$$1-y = \exp\left(-\int_0^{\lambda} N\sigma(x)dx\right), \quad (4.98)$$

где  $N$  – концентрация нейтрального газа,  $\sigma$  – полное сечение, равное сумме сечений всех возможных процессов. Ясно, что если  $y$  равномерно распределен в промежутке от 0 до 1, то и значение  $1-y$  также равномерно распределено в этом промежутке, и вполне можно использовать и ту и другую форму, но второе выражение более удобно, так как при малых  $y$  получается и малый пробег и, соответственно, при больших  $y$  большой пробег. При вычислении интеграла необходимо следить за изменением скорости частицы вдоль траектории, так как сечение любого процесса, а значит, и полное зависит от скорости.

После определения координаты столкновения необходимо решить: какое именно столкновение произошло. Допустим, что возможны три вида столкновений: упругое рассеяние, ионизация и возбуждение, сечения которых при скорости, имеющейся у частицы в точке столкновения,  $\sigma_{el}$ ,  $\sigma_i$ ,  $\sigma_{ex}$ , соответственно. Генерируется еще одно случайное число  $y$ , и если оно окажется в промежутке  $[0; \sigma_{el}/\sigma]$ , то считается, что произошло упругое столкновение.

Если  $y$  окажется в промежутке  $[\sigma_{el}/\sigma; (\sigma_{el} + \sigma_i)/\sigma]$ , то считается, что произошла ионизация, и, наконец, при попадании  $y$  в промежуток  $[(\sigma_{el} + \sigma_i)/\sigma; 1]$  произойдет возбуждение. В последнем случае следует определить: на какой уровень перейдет возбужденный электрон. Делается это очевидным способом. Затем разыгрываются полярный и азимутальный углы отклонения  $\theta$  и  $\phi$ , при этом используется дифференциальное сечение  $d\sigma/d\Omega$ , а  $\phi$  обычно просто полагается равным  $2\pi y$ , где  $y$  - очередное случайное число.

В результате расчетов получают энергетическое распределение электронов в различных сечениях, эффективный коэффициент размножения и другие требуемые характеристики.

#### *4.3.6. Отрицательное свечение и Фарадеево темное пространство*

Представляет интерес энергетическое распределение электронов на выходе из катодного падения или на входе в ОС. И результаты расчетов и результаты экспериментов показывают, что здесь имеется так называемый пучок, состоящий из электронов с энергией соответствующей катодному падению, вышедших из катода и пролетевших весь катодный слой без столкновений, имеется группа вторичных электронов с энергией несколько десятков эВ и группа так называемых медленных электронов, которые возникли в самом конце катодного слоя или уже в ОС. Ионизационные процессы и процессы возбуждения в ОС являются одной из наиболее наглядных иллюстраций важности учета нелокальных эффектов. Действительно, электрическое поле в ОС практически нулевое и при использовании локальной теории отсюда получалась бы нулевая интенсивность ионизации и возбуждения, но поскольку имеется группа частиц, попавших в ОС с запасом энергии, приобретенной в КС, то именно эти частицы и обеспечивают протекание этих процессов. Эксперименты показывают, что длина ОС возрастает с увеличением напряжения на катодном слое. Данный факт легко объясняется при использовании нелокальных моделей. Действительно с

увеличением  $U$  электронный спектр на выходе из КП становится более жестким, и необходимо большее расстояние, чтобы растратить имеющуюся энергию. С потерей этой энергии и кончается и область ОС и начинается ФТП. Что касается механизма переноса тока, то поскольку электрическое поле в ОС мало, то дрейфовый механизм не работает и перенос электронов, судя по-всему, происходит благодаря диффузии. Результаты экспериментов подтверждают, что имеется резкое уменьшение концентрации в сторону анода. В области ФТП градиент концентрации уменьшается вплоть до 0 на границе ФТП и ПС, а электрическое поле начинает нарастать вплоть до значения, имеющегося в положительном столбе.

#### 4.3.7. Переход тлеющего разряда в дуговой

Причиной перехода тлеющего разряда низкого давления в дугу является разогрев катода ионной бомбардировкой. Теория такого перехода развита Энгелем и Штенбеком. Фактически эта теория совпадает с теорией катодного падения тлеющего разряда, которую мы рассматривали, но с одним существенным дополнением, в ней вводится некий эффективный коэффициент ион-электронной эмиссии  $\gamma'$ , учитывающий как ион-электронную эмиссию саму по себе, так и дополнительную эмиссию, возникающую вследствие нагрева катода ионами. Процедура введения эффективного  $\gamma'$  производится следующим образом: Полный электронный ток с катода равен

$$I_e = \gamma I_i + I_t, \quad (4.99)$$

где  $\gamma$  – истинный коэффициент ион-электронной эмиссии, а  $I_t = AT^2 \exp(-B/T)$ . Поделив обе части на  $I_i$ , мы и получим выражение для  $\gamma'$

$$\gamma' = I_e/I_i = \gamma + I_t/I_i. \quad (4.100)$$

Для расчета ВАХ удобнее получить связь  $\gamma'$  с полным током разряда

$$I_d = I_e + I_i = \gamma I_i + I_t + I_i = (\gamma+1) I_i + I_t. \quad (4.101)$$

Выражая ионный ток

$$I_i = (I_d - I_t) / (\gamma + 1), \quad (4.102)$$

и подставляя в формулу для  $\gamma'$ , получаем

$$\gamma' = \gamma + I_t(\gamma + 1) / (I_d - I_t). \quad (4.103)$$

Для расчета  $I_t$  необходимо знать температуру катода, которая была определена по закону Стефана-Больцмана

$$S\sigma T^4 = I_d U_c. \quad (4.104)$$

В правой части у Энгеля и Штеенбека стоит не ионный ток, а полный ток разряда. Это оправдано для тлеющего разряда, т.к.  $\gamma$  мал, но выглядит некорректно для переходного режима, когда значительная часть разрядного тока образуется термоэлектронами, не приносящими энергию на катод, а наоборот уносящими ее. Тем не менее, проведенные расчеты, по крайней мере, качественно совпадают с экспериментальными результатами, из которых следует, что при использовании тугоплавких материалов после достижения некоторого тока рост напряжения горения сменяется постепенным спадом вплоть до напряжений, характерных для дуги ~ нескольких десятков вольт. На легкоплавких материалах постепенного плавного перехода не получается, здесь наблюдается резкий срыв в дугу с катодным пятном.

#### 4.3.8. Высоковольтный тлеющий разряд (ВТР)

При зажигании Таунсендовского разряда в области левой ветви кривой Пашена с увеличением тока и появлением искажения внешнего электрического поля объемным зарядом для поддержания самостоятельности разряда необходимо увеличение напряжения на промежутке. В этом случае Таунсендовский разряд переходит не в нормальный тлеющий разряд, а в так называемый высоковольтный тлеющий разряд (ВТР). Название говорит само за себя, напряжение горения такого разряда очень высокое – несколько десятков и даже сотен киловольт. Как и все прочие тлеющие разряды ВТР поддерживается благодаря  $\gamma$ -процессам на катоде. Однако следует отметить, что при характерных для ВТР высоких энергиях, бомбардирующих катод ионов,

определяющим становится механизм кинетической, а не потенциальной ион-электронной эмиссии. С увеличением энергии  $\gamma$  растет и может достигать величины  $\sim 1-10$ , но при энергии  $\sim$  нескольких сотен кэВ зависимость  $\gamma(\epsilon)$  имеет максимум и, по-видимому, именно этим обстоятельством ограничивается область возможного горения ВТР. Таким образом, в отличие от ранее рассматривавшегося классического тлеющего разряда, в ВТР электроны для обеспечения самостоятельности разряда не должны производить большое число ионизаций. При  $\gamma = 10$  вообще ионизацию должен произвести только один из 10 электронов. Остальные могут двигаться в бесстолкновительном режиме. (Это обстоятельство делает зажигание ВТР одним из наиболее простых способов получения электронных пучков с энергией соответствующей напряжению горения ВТР.) Кроме того, особенностью ВТР является то, что опять же благодаря высокой энергии ионов существенную роль начинает играть ионизация ионным ударом, а также ионизация ударами быстрых атомов, которые возникли в результате перезарядки быстрых ионов, в то время как вероятность ионизации электронным ударом уменьшается, так как в области энергий, характерной для электронов в ВТР, сечение ионизации уже давно перевалило через максимум и довольно быстро уменьшается с энергией.

Результаты экспериментальных исследований ВТР показывают, что возрастающий участок ВАХ объясняется не только образованием между электродами положительного объемного заряда и связанным с этим перераспределением электрического поля, но также, и причем даже в большей степени, с появлением и постепенным по мере роста тока утолщением слоя плазмы вблизи анода. Это утолщение приводит к уменьшению слоя катодного падения. При давлениях, соответствующих левой ветви кривой Пашена, это приводит к уменьшению ионизации и возрастанию напряжения. Зондовые измерения показали, что сформировавшийся разряд можно разделить на три области: анодное падение, область плазмы и катодное падение. Перепад потенциала на первых двух областях очень небольшой  $\sim 10$  В и почти все напряжение сосредоточено в катодной части.

В работе Мак-Клюра приводится эмпирическое соотношение, связывающее ток, давление и напряжение ВТР

$$I \sim P^m U^k. \quad (4.105)$$

В случае использования в качестве рабочего газа дейтерия  $m = 2,6$ ,  $k = 2,9$ .

Аналогичного рода зависимости получены и в других экспериментах.

## **Глава 5. РАЗРЯД С ПОЛЫМ КАТОДОМ**

### **5.1. Разряды с осциллирующими электронами. Высоковольтная и сильноточная формы разряда**

При переходе в кнудсеновский газовый режим поддержание разряда в "классических" газоразрядных трубках становится затруднительным, напряжение горения резко возрастает. Сохранить невысокий уровень напряжения при работе в области левой ветви кривой Пашена и даже в области намного левее левой ветви удается при использовании специфических газоразрядных камер, в которых электроны находятся в электростатической (разряд с полым катодом [3]) или в магнитной ловушках (Пеннинговский разряд [4], разряды в системах магнетронного типа [5,6] и т.д.). Во втором случае газоразрядная камера представляет собой некоторое сочетание магнитной и электростатической ловушек, так как при использовании только магнитного поля электроны могут быстро покинуть газоразрядный промежуток, двигаясь вдоль силовых линий магнитного поля.

В результате осцилляций в магнитном поле и/или в электростатической потенциальной яме электроны проходят путь, существенно превышающий размеры газоразрядной камеры, и могут достаточно эффективно ионизовать газ даже при низких давлениях, обеспечивая тем самым выполнение условия самостоятельности. Наличие осцилляционного движения электронов является общим как для разряда с полым катодом, так и для разрядов с магнитным полем, и это, а также наличие других общих закономерностей послужило основанием для использования по отношению к ним термина "тлеющие разряды с осциллирующими электронами".

Интерес к изучению характеристик тлеющих разрядов низкого давления с осциллирующими электронами обусловлен в основном возможностью их применения при разработке источников пучков заряженных частиц. В таких источниках для сохранения электрической прочности ускоряющего

промежутка необходимо обеспечить в нем пониженное давление и, соответственно, низкое давление должно поддерживаться и в газоразрядной системе источника, которая сообщается с ускоряющим промежутком через эмиссионное отверстие или через некоторый набор отверстий в случае генерации пучка с большим поперечным сечением.

Из сказанного выше о разрядах с осциллирующими электронами вытекает, казалось бы, очевидный вывод, впервые явно сформулированный в работе [7], что для того, чтобы понизить рабочее давление, необходимо всемерно повышать эффективность удержания электронов в ловушке. В условиях работы [7], в которой экспериментально исследовалась система с полым катодом и проволочным анодом, это достигалось за счет уменьшения размеров анода и отверстий, через которые анод вводился в полый катод. Однако дальнейшие исследования показали, что горение тлеющих разрядов с осциллирующими электронами возможно в двух формах [1], для одной из которых, отличающейся сравнительно небольшой силой тока и высоким напряжением горения, характерно отсутствие в промежутке сколько-нибудь заметных объемных зарядов или преобладание отрицательного заряда, а для второй, сравнительно более сильноточной и горящей при меньших напряжениях, характерно, что практически весь промежуток заполнен плазмой, имеющей потенциал, близкий к потенциалу анода. Во втором случае разрядное напряжение почти целиком сосредоточено в прикатодном ионном слое, и формирующаяся в разрядном промежутке структура обладает в целом положительным зарядом.

Относительно высоковольтной формы разряда сделанный в работе [7] вывод о необходимости повышения эффективности ловушки представляется справедливым. Что же касается сильноточной формы, а следует отметить, что для разработки мощных и энергетически эффективных ионных и электронных источников целесообразно использовать именно ее [8], то здесь применимость этого вывода представляется сомнительной, так как из самых общих соображений очевидно, что для реализации разряда с положительно

заряженной структурой необходимо облегчить уход из разряда отрицательно заряженных частиц. Справедливость этих сомнений подтвердили результаты экспериментов, в которых уменьшение размеров выходной апертуры полости ниже некоторого значения, привело не к уменьшению, а к резкому увеличению напряжения горения или даже к погасанию разряда, что обусловлено трудностями с транспортировкой электронов к аноду.

## 5.2. Схема и результаты эксперимента

В эксперименте изучались два варианта тлеющего разряда с полым катодом, когда анод выполнен в форме диска, перекрывающего катодное отверстие (рис. 5.1) или в виде стержня, введенного в катодную полость (рис. 5.2), образованную цилиндрическим и двумя торцевыми электродами. Длина и диаметр использовавшейся в экспериментах газоразрядной камеры составляли 8 см. Все электроды были выполнены из нержавеющей стали, за исключением стержня, выполненного из вольфрама.

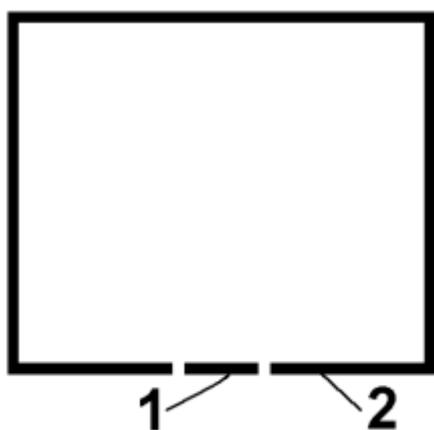


Рис. 5.1. Газоразрядная система с анодным диском 1 и полым катодом 2

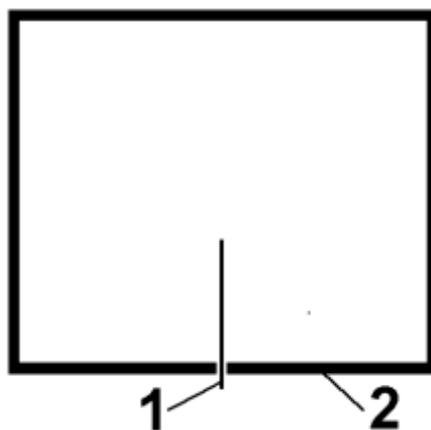


Рис. 5.2. Газоразрядная система со стержневым анодом 1 и полым катодом 2

Газ (аргон) напускался непосредственно в газоразрядную камеру через осевое отверстие в одном из торцевых электродов и откачивался через зазоры между цилиндрическим и торцевыми электродами. Давление менялось изменением напуска газа и измерялось ионизационным датчиком,

размещенным в вакуумной камере, внутри которой устанавливается разрядная система. Были проведены оценки перепада давлений между разрядной и вакуумной камерой. Взаимосвязь между давлением в вакуумной камере  $p_v$  и давлением в разрядной камере  $p_d$  иллюстрируется следующей таблицей.

$p_v$ , (мПа)	10	20	30	50
$p_d$ , (мПа)	40	85	140	240

В ходе экспериментов при заданном токе разряда измерялись зависимости  $U_d$  от диаметра анодного диска  $d_a$  и длины анодного стержня  $l_a$ . Измерения проводились при различных давлениях вплоть до минимальных, достигнутых в экспериментах. Полученные зависимости приведены на рис. 5.3 и 5.4.

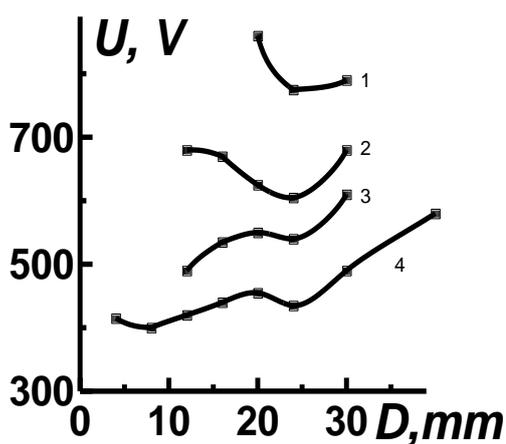


Рис. 5.3. Зависимости  $U_d$  от диаметра анодного диска  $D$

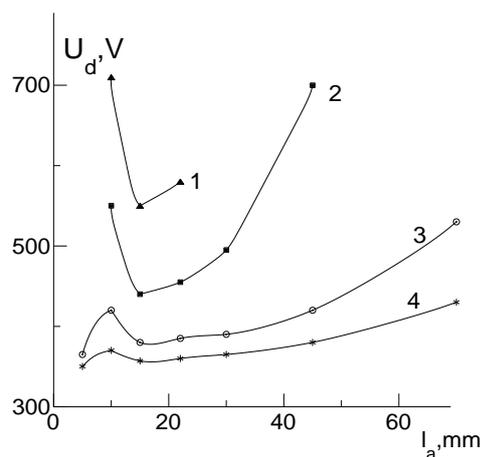


Рис. 5.4. Зависимости  $U_d$  от длины анодного стержня  $l_a$   
 $P$  (мПа): 1 - 9, 2 - 18, 3 - 27, 4 - 54

При уменьшении размеров анода сначала происходит снижение напряжения горения, но после того как отношение площади анода  $S_a$  к площади катода  $S_c$  достигало величины  $\sim 4\sqrt{m/M}$ , где  $m$  и  $M$  - массы электрона и иона, соответственно, для дискового анода и  $\sim \sqrt{m/M}$  для стержневого анода, напряжение горения начинало возрастать. Ухудшение условий горения при уменьшении отношения площадей ниже указанной величины можно объяснить

возникновением трудностей с транспортировкой электронов к аноду, так как именно при выполнении условия  $S_a / S_c \leq \sqrt{m/M}$  уход электронов на анод, происходящий благодаря их тепловому движению с характерной скоростью  $\sqrt{kT_e/m}$ , где  $k$  – постоянная Больцмана,  $T_e$  – электронная температура, уже не может обеспечить баланс анодного и катодного токов, поскольку ионы уходят на катод не с тепловой, а с боровской скоростью  $v_b = \sqrt{kT_e/M}$ . Эти результаты согласуются с экспериментальными данными, приведенными в работе Метеля, в которой исследовался разряд с полым цилиндрическим катодом, горящий на анод большой площади, но через сравнительно небольшое выходное отверстие в торце полого катода. В этой работе понижение давления и напряжения наблюдалось при уменьшении отношения площадей апертуры и катода также лишь до величины  $\sim \sqrt{m/M}$ . При меньших размерах выходного отверстия рабочее давление и напряжение горения возрастали. Таким образом, на основании полученных результатов можно сделать вывод, что в разряде с полым катодом увеличение эффективности электронной ловушки выше некоторого оптимального значения приводит к ухудшению условий горения разряда, что обусловлено трудностями с замыканием электронного тока на аноде.

Следует, однако, отметить, что при повышенных давлениях использование анода с площадью в несколько раз меньшей, чем  $S_c \sqrt{m/M}$  снова приводило к уменьшению напряжения горения (см. кривые 3 и 4 на рис. 3 и 4). Для более детального выяснения причин неоднозначного влияния размеров анода на характеристики разряда была разработана упрощенная аналитическая модель разряда с полым катодом, которая будет изложена ниже.

### 5.3. Модель разряда. Условие самостоятельности

Мы рассмотрим условия реализации сильноточной формы. Механизм ее поддержания следующий: ионы из разрядного промежутка поступают на катод и вызывают эмиссию из него электронов, которые ускоряются в катодном слое,

а затем растрчивают приобретенную энергию в столкновениях с нейтральными атомами, в частности на их ионизацию, обеспечивая тем самым самоподдержание разряда. Следует отметить, что при больших разрядных токах, когда степень ионизации газа достаточно велика, релаксация быстрых катодных электронов может идти и за счет кулоновских столкновений с плазменными электронами, но этот случай не будет рассматриваться.

При торможении быстрой частицы в газе ее энергия расходуется на возбуждение и ионизацию атомов, а также в упругих столкновениях. При этом оказывается, что в широком диапазоне начальных энергий на образование одной пары заряженных частиц требуется затратить некоторое постоянное для каждого рода газа количество энергии  $W$  (например, для воздуха 34 эв, для аргона 26 эв и т.д.). Учитывая также, что в характерном для быстрых частиц тлеющего разряда диапазоне энергий несколько сотен электрон-вольт частоту ионизации  $\nu_i$  можно считать величиной постоянной, можно записать следующее соотношение для времени релаксации быстрых частиц

$$\tau_r = \frac{e U_c}{\nu_i W}, \quad (5.1)$$

где  $e$  – заряд электрона,  $U_c$  – катодное падение потенциала, практически равное напряжению горения разряда. По истечении времени  $\tau_r$  быстрая частица утрачивает способность к ионизации. Кроме того, часть быстрых частиц еще до истечения времени  $\tau_r$  перестаёт участвовать в ионизации вследствие ухода из газоразрядного промежутка на анод. Число быстрых частиц, попадающих на анод в единицу времени, можно оценить как  $n_f \langle v_f \rangle S_a / 4$ , где  $n_f$  – концентрация быстрых частиц,  $\langle v_f \rangle$  их средняя скорость, а  $S_a$  – площадь анода. Учитывая, что скорость быстрых частиц уменьшается от  $\sqrt{2eU_c/m}$  практически до 0, среднюю скорость можно положить равной

$$\langle v_f \rangle = \sqrt{2eU_c/m} / 2. \quad (5.2)$$

В целом уравнение баланса для быстрых частиц имеет следующий вид:

$$\frac{\gamma I_c}{e} - \frac{n_f V}{\tau_r} - \frac{n_f v S_a}{4} = 0. \quad (5.3)$$

Первый член описывает генерацию новых быстрых частиц в результате катодных процессов; здесь  $\gamma$  – коэффициент ионно-электронной эмиссии;  $I_c$  – ионный ток на катоде. Второй и третий члены описывают уменьшение концентрации быстрых частиц вследствие их релаксации и ухода на анод. Предполагается, что быстрые частицы равномерно распределяются по объёму разрядного промежутка  $V$ . Такое предположение вполне допустимо, так как имеющееся в плазме слабое электрическое поле практически не влияет на движение быстрых частиц. Из уравнения баланса нетрудно получить выражение для ионного тока.

$$I_c = \frac{en_f}{\gamma} \left( \frac{V}{\tau_r} + \frac{\langle v_f \rangle S_a}{4} \right). \quad (5.4)$$

С другой стороны, считая, что все образованные в промежутке ионы поступают на катод, для ионного тока можно записать следующее соотношение:

$$I_c = e v_i V n_f. \quad (5.5)$$

Приравняв правые части (5.5) и (5.4) и сокращая на  $en_f V$ , получаем

$$v_i = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{1}{\tau_r} + \frac{\langle v_f \rangle S_a}{4V} \right). \quad (5.6)$$

Умножая обе части на  $\gamma \tau_r$  и перенеся второй член из правой части в левую, получим условие самостоятельности в следующем виде:

$$\gamma v_i \tau_r - \langle v_f \rangle \tau_r S_a / 4V = 1. \quad (5.7)$$

Вводя обозначения

$$U_0 = W/e\gamma \quad (5.8)$$

и

$$P_0 = 3^{3/2} k T S_a / (16 \gamma V \sigma (e U_0)), \quad (5.9)$$

и используя соотношения  $v_i = N \sigma(\varepsilon) v(\varepsilon) = N \sigma(e U_0) \sqrt{2e U_0 / m}$  и  $N = P/kT$ , где  $N, P$  и  $T$  концентрация, давление и температура газа, соответственно;  $\sigma$  – сечение ионизации;  $v$  и  $m$  – скорость и масса частицы;  $k$  – постоянная Больцмана, а

также записанные ранее соотношения (5.1) и (5.2) для времени релаксации и средней скорости быстрых частиц, преобразуем условие самостоятельности к следующему виду:

$$\frac{U_c}{U_0} - \frac{2P_0}{3^{3/2}P} \left( \frac{U_c}{U_0} \right)^{3/2} = 1. \quad (5.10)$$

Перейдем в (5.10) к безразмерным переменным

$$u = U_c/U_0, \quad (5.11)$$

$$p = P/P_0 \quad (5.12)$$

и получим соотношение, связывающее безразмерные напряжение и давление

$$p = \frac{2}{(u-1)} \left( \frac{u}{3} \right)^{3/2}, \quad (5.13)$$

Полученное выражение имеет физический смысл, если знаменатель больше 0, т.е. при выполнении условия

$$u > 1 \quad (5.14)$$

или  $U > U_0$ . Физический смысл введенной величины  $U_0$  вполне ясен.  $U_0$  это напряжение горения разряда при условии, что быстрые электроны полностью теряют свою энергию в разрядном промежутке и только после этого уходят на анод. В указанной области ( $u > 1$ ) функция  $p(u)$  является немонотонной и имеет в точке  $u = 3$  минимум, равный единице. Следовательно, обратная к  $p(u)$  зависимость  $u(p)$  имеет область определения  $p \geq 1$  и является в этой области двужначной (см. рис. 5.5)

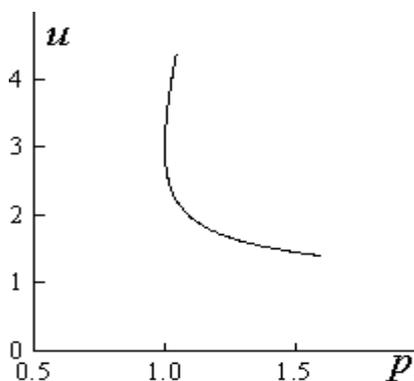


Рис.5.5. Зависимость напряжения от давления

При  $p < 1$  или при  $P < P_0$  выполнение условия самостоятельности недостижимо ни при каком значении напряжения и, таким образом, стационарное горение рассматриваемой формы разряда является невозможным. Таким образом введенная величина  $P_0$  есть критическое давление, ниже которого горение рассматриваемой формы разряда прекращается.

При  $P > P_0$  условие самостоятельности выполняется при двух различных значениях напряжения. Физический смысл возникновения двузначности функции  $u(p)$ , по-видимому, следующий: в условиях, соответствующих нижней ветви, средняя скорость быстрых частиц сравнительно невелика и, соответственно, электроны сравнительно медленно уходят на анод и успевают растратить почти всю свою энергию на ионизацию, а в условиях, соответствующих верхней ветви, быстрые частицы обладают высокой энергией и могут осуществить большое число ионизаций, но они и быстрее уходят на анод и успевают растратить лишь незначительную часть своей энергии.

Следует отметить, что верхняя ветвь зависимости  $u(p)$  не наблюдается в экспериментах и, по-видимому, является неустойчивой. Чтобы убедиться в этом, можно провести следующее рассуждение: Кривая  $u(p)$  разграничивает две области. Левее кривой  $u(p)$  находится область пониженного размножения  $\gamma N_i < 1$ , а правее область усиленного размножения  $\gamma N_i > 1$ , где  $N_i$  – среднее число ионов, образованных в полости одним быстрым электроном. На самой этой кривой выполняется условие самоподдержания  $\gamma N_i = 1$ . Если горение разряда происходит на верхней ветви, то при случайном уменьшении интенсивности ионизационных процессов и уменьшении разрядного тока происходит увеличение напряжения на разрядном промежутке, что приводит к попаданию системы в область пониженного размножения, дальнейшему уменьшению ионизации и к погасанию разряда. Если же горение происходит на нижней ветви, то в аналогичной ситуации при уменьшении тока увеличение напряжения на разрядном промежутке приводит к попаданию системы в область повышенного размножения, которое компенсирует случайно возникшее уменьшение интенсивности ионизации. Таким образом,

устойчивыми являются нижние ветви приведенных зависимостей, и их вид качественно согласуется с измеряемыми в экспериментах зависимостями  $U(P)$ .

Величина  $P_0$  пропорциональна площади анода и, казалось бы, уменьшая  $S_a$ , можно сделать рабочее давление сколь угодно малым, однако при выполнении условия  $S_a \sim S_c \sqrt{m/M}$ , где  $M$  – масса иона, а  $S_c$  – площадь катода, тепловой ток электронов на анод и бомовский ток ионов на катод сравниваются друг с другом. При дальнейшем уменьшении площади анода замыкание электронного тока становится затруднительным, и разряд начинает переходить в высоковольтную форму, что связано с формированием положительного анодного падения. Таким образом, наименьшее критическое рабочее давление для сильноточной формы горения разряда, которое достигается при  $S_a \approx \sqrt{m/M} S_c$ , можно определить по следующему выражению:

$$P_{cr} = \frac{3^{3/2} k T S_c \sqrt{m/M}}{16 \gamma V \sigma_i (e U_0)}. \quad (5.15)$$

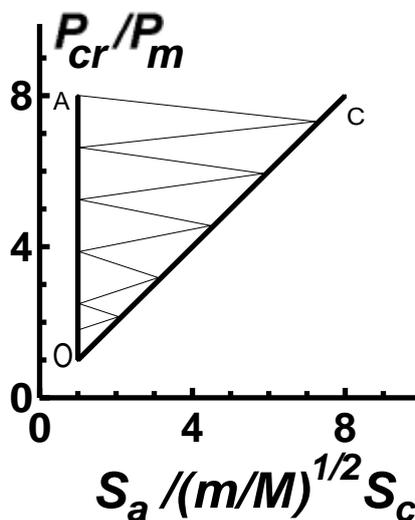


Рис.5.6. Область реализации сильноточной формы тлеющего разряда с полым катодом

В координатах  $(P/P_{cr}, S_a / \sqrt{m/M} S_c)$  реализация сильноточной формы разряда возможна внутри области, ограниченной лучами OA и OC (см. рис. 5.6). Ниже OC в силу высокой скорости ухода быстрых электронов на анод и недостаточной ионизации невозможно выполнение условия самостоятельности

разряда, а левее ОА вследствие трудностей с замыканием электронного тока на аноде начинается переход к высоковольтной форме горения разряда.

Интересно отметить, что рис. 5.6, несмотря на свою простоту, иллюстрирует, тем не менее, закономерности, характерные для уровня живых систем. Одно из основных положений биологии утверждает, что каждый вид может существовать в своем ареале, а выход за пределы этого ареала приводит к гибели вида или к необходимости видоизменения. Также и рассматриваемая форма разряда существует в определенном диапазоне условий и выход за пределы этого диапазона приводит либо к погасанию (гибели) разряда, либо к переходу в другую форму горения (видоизменению).

Следует сказать, что было бы неправильным утверждать, что линия ОА является границей между сильноточной и высоковольтной формами разряда, так как в типичном высоковольтном разряде практически все разрядное напряжение сосредоточено в анодном слое, в то время как в области немного левее ОА прианодный слой только появляется. Напряжение на нем небольшое, и здесь реализуется некоторая переходная форма горения разряда, промежуточная между сильноточной и высоковольтной.

#### **5.4. Режим горения с положительным анодным падением и прианодной плазмой**

При  $S_a < \sqrt{m/M} S_c$  вблизи анода имеется слой отрицательного пространственного заряда, и анодное падение является положительным. Обозначим через  $S_0$  площадь анода, при которой анодное падение равно 0. Будем считать, что с уменьшением размеров анода ниже величины  $S_0$  площадь эмитирующей электроны поверхности плазмы не меняется и остается равной  $S_0$ , а величина положительного анодного падения  $U_a$  и длина прианодного слоя  $l_a$  возрастают. При пренебрежении ионизационными процессами в анодном слое величину  $U_a$  можно оценить, используя известные формулы для "закона 3/2" в различных геометриях. Величина  $U_a$  может внести существенный вклад в

полное падение напряжения на разрядном промежутке, которое в этом случае следует считать равным  $U_d = U_c + U_a$ .

При увеличении  $l_a$  и  $U_a$  возрастает вероятность ионизационных процессов, что может при не очень низком давлении привести к пробое приэлектродного слоя и образованию вблизи электрода вторичной плазмы, отделенной от основной разрядной плазмы двойным электростатическим слоем. Оценим, при каких условиях это возможно. В двойном слое отношение потока ионов и электронов составляет величину  $(m/M)^{1/2}$ . Поэтому, для того чтобы системы "плазма-двойной слой" вблизи анода могла существовать, электроны, поступающие в двойной слой из основной плазмы, должны произвести ионизацию в области прианодной плазмы с вероятностью

$$P_i = (m/M)^{1/2}. \quad (5.16)$$

Рассмотрим, при каких условиях выполнение этого соотношения является возможным в случае сферической геометрии анода. Пренебрегая толщиной двойного слоя, можно записать следующее соотношение для вероятности ионизации в прианодной плазме:

$$P_i = N\sigma_i(eU_l)(R_0 - R_a), \quad (5.17)$$

где  $U_l$  – напряжение на двойном слое;  $\sigma_i(eU_l)$  – сечение ионизации для электронов, набравших в двойном слое энергию  $eU_l$ ;  $R_0 = \sqrt{S_0/4\pi}$  – радиус эмиттирующей поверхности плазмы;  $R_a$  – радиус анода. Приравнивая правые части (5.16) и (5.17) и используя соотношение  $P = NkT$ , получим связь между  $U_l$  и  $P$  в следующем неявном виде:

$$\sigma_i(eU_l) = kT(m/M)^{(1/2)}/P(R_0 - R_a). \quad (5.18)$$

Поскольку вид сечения ионизации хорошо известен, то расчет  $U_l$  по приведенному выражению не представляет трудностей и можно определить напряжение горения разряда по формуле  $U_d = U_c + U_l$ . Поскольку функция  $\sigma_i(\varepsilon)$  является немонотонной, то, вообще говоря, возможны два решения уравнения (5.18): одно на участке возрастания, второе на участке убывания. Состояния системы "плазма-двойной слой", описываемые вторым решением, по-

видимому, являются неустойчивыми. Действительно, предположим, что произошло случайное уменьшение интенсивности ионизационных процессов, которое привело к уменьшению компенсации пространственного заряда электронов в двойном слое ионами, поступающими в него из анодной плазмы. В результате напряжение на двойном слое возрастет, что на падающем участке  $\sigma(\varepsilon)$  приведет к дальнейшему уменьшению ионизации и уходу системы от состояния равновесия, а на растущем участке увеличение  $U_I$  приведет к усилению ионизации, компенсирующему случайное отклонение.

Поскольку сечение ионизации имеет максимум, то при заданном  $R_a < R_0$  система "плазма-двойной слой" вблизи анода не может существовать, если давление меньше величины

$$P_I = kT(m/M)^{1/2}/\sigma_m(R_0-R_a), \quad (5.19)$$

где  $\sigma_m$  – максимальное значение сечения ионизации. Соответственно, при заданном  $P$  увеличение  $R_a$  выше значения  $R_I = R_0 - kT(5 m/M)^{1/2}/P\sigma_m$  приведет к распаду системы "плазма-двойной слой" вблизи анода. Устремляя в (5.19)  $R_a$  к 0, можно получить следующее выражение для критического давления  $P_m$ , ниже которого существование системы "плазма-двойной слой" является невозможным при любой сколь угодно малой площади анода

$$P_m = kT(m/M)^{1/4}/(\sigma_m \sqrt{S_c / 4\pi}). \quad (5.20)$$

В этом случае зависимость  $U_d(S_a)$  имеет только 2 характерных участка, соответствующих режимам с отрицательным и положительным анодным падением. При больших давлениях при уменьшении площади анода на экспериментальных зависимостях появляется третий характерный участок (см. кривые 3 и 4 на рис. 5.3 и 5.4).

Оценки, выполненные с использованием полученных соотношений, согласуются с результатами экспериментов. Отметим, что точка, в которой кривая  $U_d(S_a)$  достигает минимума, необязательно должна совпадать с  $S_0$ , так как при уменьшении  $S_a$  ниже  $S_0$  величина  $U_c$  продолжает уменьшаться, и это

уменьшение может на некотором участке перевесить начавшийся рост величины  $U_a$ .

Отметим, что режим горения разряда с двойным слоем и вторичной плазмой можно рассматривать как разновидность сильноточечной формы разряда. Формирующаяся в этом режиме структура также обладает в целом положительным зарядом и напряжения горения разряда сравнительно невелико, так как вклад в него от напряжения на двойном слое составляет всего лишь несколько десятков вольт, что существенно меньше катодного падения потенциала. Поскольку давления, необходимые для ее реализации лишь немного выше и того же порядка, что и те, которые необходимы для реализации сильноточечной формы в "обычном" виде, то эту разновидность разряда также вполне можно использовать в источниках заряженных частиц.

### **5.5. Разряд с полым катодом в длинных трубках**

Ранее были проанализированы процессы, протекающие при горении тлеющего разряда с осцилляцией электронов в полном катоде, и разработана модель, удовлетворительно согласующаяся с результатами экспериментов, выполненных с использованием катодов, длина  $L$  и диаметр  $D$  которых являются величинами одного порядка. Однако сравнение предсказываемых этой моделью результатов с экспериментальными данными, полученными при использовании длинных катодных трубок ( $L \gg D$ ), показывает, что имеется значительное расхождение при определении оптимальной геометрии полого катода. Было показано, что минимальное напряжение горения достигается при выполнении соотношения  $S_a/S_c \sim \sqrt{m/M}$ , где  $S_a, S_c$  – площади анода и катода и  $m, M$  – массы электрона и иона соответственно. При выполнении этого соотношения быстрые электроны успевают произвести достаточное число ионизаций, и в то же время еще не возникает трудностей с транспортировкой к аноду плазменных электронов. Исходя из полученного соотношения, следует

ожидать, что в длинной трубке ( $S_c \approx \pi DL$ ) с торцевым анодом ( $S_a \approx \pi D^2/4$ ) оптимальные условия для горения разряда в среде наиболее широко применяемых газов, таких как аргон, азот, кислород, будут реализованы при выполнении условия  $L/D \approx 0,25\sqrt{M/m} \sim 10^2$ . Однако, в экспериментах Крейнделя и сотрудников [2] минимум напряжения или максимум разрядного тока (при поддержании заданного напряжения) наблюдался при  $L/D \sim 10$ . Ниже будет проведен анализ особенностей горения разряда в длинных трубках с целью выявления причин отмеченного расхождения.

### 5.6. Механизм потерь частиц

В работах Ткаченко и сотрудников [20] проводились эксперименты с трубками различной длины. На основании полученных результатов авторы предположили, что уход быстрых электронов на анод (а именно эти потери учитывались в изложенной модели) затрудняет горение разряда лишь при небольших  $L$ . В длинных трубках основным фактором, ограничивающим горение разряда, является, по их мнению, уход эмиттированных катодом электронов на противоположный участок катода, и погасание разряда происходит при выполнении условия  $\lambda \approx D$ , где  $\lambda$  - длина свободного пробега электрона. Однако это предположение не подтверждается проведенным анализом, результаты которого приведены ниже.

Вероятность  $P_D$  для электрона пролететь расстояние, равное диаметру трубки без столкновений, определяется следующим соотношением:

$$P_D = \exp(-N\sigma D). \quad (5.21)$$

Пренебрегая вероятностью отражения электрона от катода и вероятностью вторичной электрон-электронной эмиссии будем считать, что в ионизационных процессах будут участвовать только те частицы, которые успели испытать столкновение во время первого пролета через полость. Тогда доля этих частиц равна  $1 - P_D$ , и ситуация выглядит таким образом, как будто произошло

уменьшение коэффициента ион-электронной эмиссии. Для эффективного коэффициента ион-электронной эмиссии  $\gamma^*$  в этом случае можно записать следующее выражение:

$$\gamma^* = \gamma(1-P_D) = \gamma(1-\exp(-N\sigma D)) \quad (5.22)$$

Пренебрегая уходом частиц через выходное отверстие, будем считать, что все частицы, начавшие участвовать в ионизационных процессах, полностью растрчивают приобретенную в катодном падении потенциала энергию на ионизацию. Тогда, каждая из этих частиц образует в среднем  $N_i = eU_c / W$  ионов, и можно записать условие самостоятельности в следующем виде

$$\gamma(1-\exp(-N\sigma D)) \frac{eU_c}{W} = 1. \quad (5.23)$$

Рассмотрим случай  $\nu \sim \sigma\nu \sim \sigma\sqrt{\varepsilon} \sim \text{const}$ . В этом случае можно переписать условие самостоятельности в следующем виде

$$(1-\exp(-N\sigma(eU_0) \sqrt{\frac{U_0}{U_c}} D)) \frac{U_c}{U_0} = 1, \quad (5.24)$$

где  $U_0 = \frac{W}{e\gamma}$ . Разлагая экспоненту в ряд и ограничиваясь первыми двумя членами разложения, преобразуем (5.24) к следующему виду

$$ND\sigma(eU_0) \sqrt{\frac{U_c}{U_0}} = 1. \quad (5.25)$$

Отсюда получаем зависимость  $U_c(N)$  в следующем виде

$$U_c = \frac{U_0}{(ND\sigma(eU_0))^2}. \quad (5.26)$$

Нетрудно видеть, что напряжение обратится в бесконечность только при  $N=0$ .

Таким образом, в результате проведенного анализа показано, что потери частиц на стенках полости не могут привести к нарушению условия самостоятельности при некотором, отличном от нуля давлении. Определяющую роль в погасании разряда и в случае длинных катодных трубок все же должны играть потери частиц через апертуру полости. Этот вывод был подтвержден результатами эксперимента. В ходе этого эксперимента

разряд в длинной ( $L/D=10$ ) катодной трубке 1 (см. рис. 5.7) инициировался Пеннинговским разрядом, возбуждавшимся в ячейке, образованной торцевыми катодами 2,3, анодом 4 и магнитом 5. Напротив выходного отверстия полости располагался зонд 6. Зонд находился под плавающим потенциалом, либо присоединялся к катоду. В первом случае быстрые электроны, вылетевшие из полости, поглощались зондом, а во втором отражались от него и с высокой вероятностью возвращались обратно в полость, поскольку их уходу в радиальном направлении препятствовало магнитное поле. На рис 5.8. приведены зависимости напряжения горения разряда от напуска газа для обоих случаев. Измерения проводились при постепенном уменьшении напуска вплоть до критического, при котором происходило погасание разряда в полости. Если бы основным механизмом, ограничивающим горение разряда, были потери электронов на стенках самой полости, то различие в потенциале зонда не должно было бы существенно повлиять на получаемые результаты. Однако, как видно из рисунка, во втором случае напуск газа удалось понизить почти на порядок по сравнению с первым случаем. Полученный результат позволяет сделать вывод, что и в длинных трубках основным механизмом, затрудняющим горение разряда при низких давлениях, являются потери быстрых частиц через апертуру полости. На рис. 5.8 приведена также кривая, снятая для случая, когда зонд находится под потенциалом анода, и на него уходят не только быстрые, но и медленные электроны. Как видно из рисунка, уход медленных электронов практически не изменил величину критического напуска по сравнению со случаем, когда на зонд уходили только быстрые частицы.

Таким образом, отмеченное выше расхождение теории и эксперимента не связано с тем, что в разработанной модели не учитываются потери электронов на стенках полости. В то же время экспериментальные результаты показывают, что в длинных трубках реализуются такие газовые условия, при которых режим движения быстрых электронов в продольном направлении не является кнудсеновским. Это противоречит другому использованному допущению, что электроны свободно перемещаются по всему объему полости.

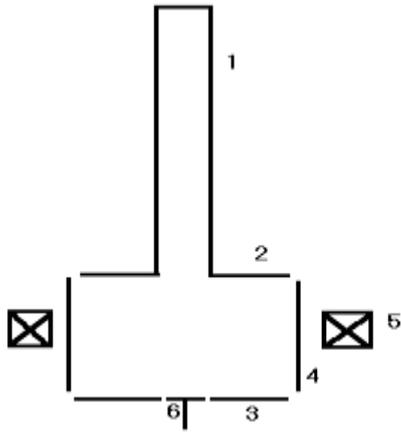


Рис.5.7. Электродная схема эксперимента

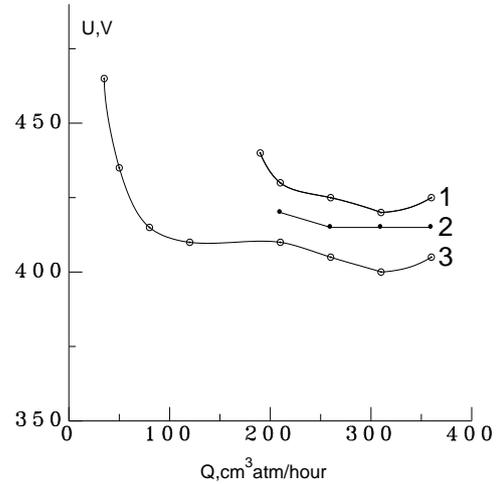


Рис.5.8. Напряжение горения от напуска газа.

- 1 - зонд под плавающим потенциалом,
- 2 - зонд закорочен с анодом,
- 3 - зонд закорочен с катодом

Проанализируем условия поддержания разряда, считая, что перенос быстрых электронов вдоль полости происходит в диффузионном режиме, а влиянием на движение быстрых частиц слабого электрического поля, имеющегося в плазме, можно пренебречь. Запишем уравнения движения и непрерывности в следующем виде:

$$j_f = -D_f \frac{dn_f}{dx}; \quad (5.27)$$

$$\frac{dj_f}{dx} = \gamma v_i n_f - \frac{n_f}{\tau_r}. \quad (5.28)$$

Для коэффициента диффузии быстрых частиц можно использовать следующее соотношение

$$D_f = \frac{\langle v_f^2 \rangle}{3\nu_f} = \frac{eU_c}{3m\nu_f}. \quad (5.29)$$

При записи этого соотношения учтено, что квадрат скорости быстрой частицы меняется от  $2eU_c/m$  до 0 и в среднем составляет величину порядка  $eU_c/m$ . Введенное обозначение  $\nu_f$  это эффективная частота столкновений быстрых электронов. В характерном для быстрых частиц диапазоне энергий транспортное сечение, так же как и ионизационное, с приемлемой для

оценочных расчетов точно можно аппроксимировать зависимостью вида  $1/\sqrt{\epsilon}$ , что позволяет считать эффективную частоту константой.

В уравнении (5.28) первый член в правой части описывает генерацию новых быстрых электронов за счет ионно-электронной эмиссии, здесь  $v_i n_f$  - плотность генерируемых в единицу времени ионов и использовано допущение, что ионы быстро уходят на катод в радиальном направлении, не успев переместиться на значительное расстояние в продольном направлении. Вторым членом учитывается, что по истечении времени релаксации быстрый электрон теряет способность к ионизации и переходит в группу медленных плазменных электронов. Подставляя (5.28) в (5.27), получаем уравнение второго порядка для  $n_f$

$$\left( \gamma v_i - \frac{1}{\tau_r} \right) n_f + D_f \frac{d^2 n_f}{dx^2} = 0. \quad (5.30)$$

Считая, что вблизи поглощающего быстрые частицы анода в точке  $x=0$  их концентрация близка к 0, запишем решение уравнения в виде

$$n_f = n_{f0} \sin \left( x \sqrt{\frac{\gamma v_i \tau_r - 1}{D_f \tau_r}} \right). \quad (5.31)$$

Постоянная  $n_{f0}$  связана с величиной разрядного тока  $I_d$  и ее можно определить из следующего условия:

$$I_d = (1 + \gamma) e \pi \frac{D_f^2}{4} \int_0^L v_i n_f(x) dx. \quad (5.32)$$

На противоположном конце трубки торец находится под катодным потенциалом, и от него электроны отражаются, поэтому в точке  $x = L$  близка к 0 плотность потока быстрых частиц, т. е. производная концентрации. Тогда получаем следующее уравнение

$$L \sqrt{\frac{\gamma v_i \tau_r - 1}{D_f \tau_r}} = \frac{\pi}{2}. \quad (5.33)$$

Вводя в рассмотрение параметр

$$P_0 = \frac{\pi}{\gamma L} \sqrt{\frac{W}{3m v_{f0} v_{i0}}}, \quad (5.34)$$

где  $\nu_{fo}$ ,  $\nu_{i0}$  – эффективная и ионизационная частоты при давлении 1 Тор, и используя введенные ранее обозначения

$$u = U/U_0, \quad p = P/P_0, \quad (5.35)$$

перепишем полученное уравнение в следующем виде

$$2p \frac{\sqrt{u-1}}{u} = 1. \quad (5.36)$$

Зависимость напряжения горения разряда от давления, определяемая в неявном виде этим соотношением, приведена на рис. 5.9. При  $p > 1$  зависимость является двузначной. Аналогичный результат был получен ранее для случая сравнимых  $L$  и  $D$  и было показано, что устойчивыми и реализуемыми в эксперименте являются состояния, соответствующие нижней ветви.

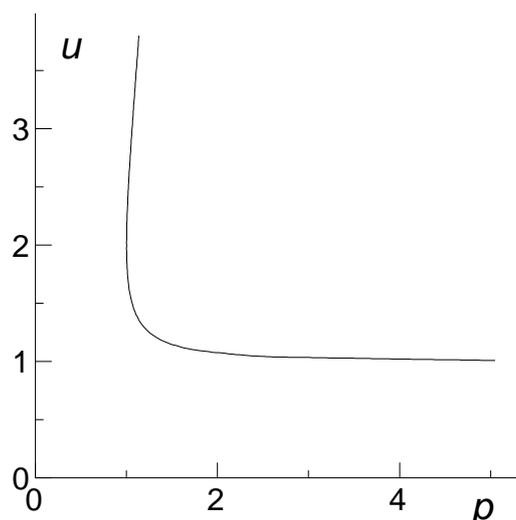


Рис. 5.9. Зависимость напряжения горения разряда от давления

При  $p < 1$ , т.е. при  $P < P_0$  поддержание разряда невозможно ни при каком напряжении. Таким образом, введенный параметр  $P_0$  это критическое давление, ниже которого горение разряда становится невозможным. Расчеты величины  $P_0$  по приведенному выше выражению согласуются по порядку величины с экспериментальными результатами Ткаченко. Таким образом, эти результаты вполне могут быть объяснены исходя из представлений о потерях электронов через апертуру полости, а то, что в этой работе разряд гас при давлениях, соответствующих выполнению условия  $\lambda \sim D$ , является в какой-то мере

случайным. При другой геометрии полости погасание разряда возможно и при условии  $\lambda > D$  и  $\lambda < D$ .

Итак при  $P \geq P_0$  обеспечивается выполнение условия самостоятельности разряда. Однако, для того чтобы разряд горел в сильноточной форме с невысоким разрядным напряжением, необходимо еще, чтобы при этих давлениях не возникало трудностей с транспортировкой плазменных электронов к аноду. Поддержание квазинейтрального состояния по всей длине полости и замыкание электронного тока на аноде в отсутствие прианодного слоя отрицательного заряда может быть обеспечено, если время движения электронов вдоль плазменного столба меньше времени выноса ионов в радиальном направлении на катод. Будем считать, что характерное время ухода иона из разряда равно  $D/v_b$ , где  $v_b = \sqrt{kT_e/M}$  – боровская скорость,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T_e$  – электронная температура. Условия для поддержания сильноточного разряда будут обеспечены, если плазменный электрон за это же время успеет продиффундировать на расстояние больше длины трубки, т.е. при выполнении неравенства

$$\sqrt{D_e \frac{D}{v_b}} > L, \quad (5.37)$$

где  $D_e$  – коэффициент диффузии плазменных электронов. Преобразуя записанное соотношение можно получить, что поддержание сильноточной формы разряда будет обеспечено при  $P$  меньше некоторого  $P_1$ , определяемого следующим выражением:

$$P_1 = \sqrt{\frac{M}{m}} \sqrt{\frac{kT_e}{m}} \frac{D}{L^2 v_{e0}}, \quad (5.38)$$

где  $v_{e0}$  – эффективная частота столкновений для плазменных электронов при давлении 1 Тор. Следует отметить, что в отличие от быстрых частиц на перенос медленных электронов вдоль полости существенным образом влияет и электрическое поле, имеющееся в плазме, но если принять, что перенос электронов к аноду идет не благодаря диффузии, а вследствие дрейфа в электрическом поле, причем перепад потенциала на плазме является величиной

порядка  $kT_e/e$ , и средняя напряженность электрического поля  $\sim kT_e/eL$ , то для  $P_1$  мы получим в точности такое же выражение. В целом же картина распределения электрического поля и концентрации частиц в плазменном столбе полого катода является достаточно сложной, и на одних участках перенос электронов осуществляется преимущественно благодаря диффузии, а на других вследствие дрейфа.

Схематично область реализации сильноточной формы разряда изображена на рис. 5.10. Это область выше кривой 1 и ниже кривой 2. Ниже кривой 1 ( $P=P_0(L)$ ) горение разряда в этой форме невозможно вследствие невыполнения условия самостоятельности, а выше кривой 2 ( $P=P_1(L)$ ) вследствие возникновения трудностей с замыканием электронного тока на аноде. При увеличении давления выше  $P_1$  вблизи анода начинает формироваться электронный слой, перепад потенциала на котором вносит существенный вклад в разрядное напряжение, и разряд переходит в высоковольтную форму. Если анод расположен не на торце катодной трубки, а вдали от него, то перенос электронов в области вблизи выходного отверстия может быть обеспечен благодаря возникновению двойного слоя. Для его устойчивого существования необходимо, чтобы внешняя плазма обладала достаточной ионно-эмиссионной способностью.

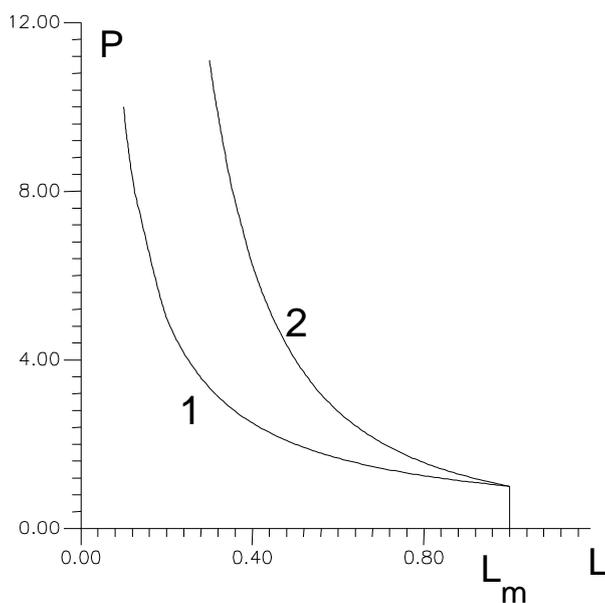


Рис. 5.10. Область реализации разряда в длинной трубке

С увеличением длины катода до значения

$$L = L_m \approx \frac{\gamma D}{\pi} \sqrt{\frac{3kT_e}{W}} \sqrt{\frac{M}{m}} \frac{\sqrt{v_{f0} v_{i0}}}{v_{e0}} \quad (5.39)$$

величины  $P_0$  и  $P_I$  сравниваются между собой и в этой точке достигается наименьшее рабочее давление  $P_m$ , которое может быть достигнуто для рассматриваемой конфигурации газоразрядной системы при использовании катодной трубки с диаметром  $D$

$$P_m \approx \frac{\pi}{\gamma L_m} \sqrt{\frac{W}{3m v_{f0} v_{i0}}} \approx \frac{\pi^2 W v_{e0}}{3\gamma^2 D v_{f0} v_{i0} \sqrt{3kT_e M}}. \quad (5.40)$$

Учитывая, что все входящие в (5.39) частоты являются величинами одного порядка и пренебрегая множителями порядка единицы, можно получить следующее выражение для оптимального отношения  $L/D$

$$\left(\frac{L}{D}\right)_0 \approx \gamma \sqrt{\frac{kT_e}{W}} \sqrt{\frac{M}{m}} \sim 10, \quad (5.41)$$

что согласуется с результатами Крейндела [2].

В целом все же следует отметить, что конфигурация разрядной системы в виде длинной катодной трубки с торцевым анодом даже при  $L/D \sim 10$  не является идеальной с точки зрения обеспечения горения сильноточного разряда при как можно более низких давлениях, к чему обычно стремятся при использовании полокатодных систем в источниках заряженных частиц. Существенно более низкие рабочие давления могут быть обеспечены при перекрытии выходного отверстия катодной трубки диафрагмой, также находящейся под катодным потенциалом.

На рис. 5.11 приведены зависимости критического напуска газа от длины катода для трубок различного диаметра, но с заданным размером выходной апертуры. В этом случае уменьшается вероятность ухода из разряда быстрых ионизирующих частиц, которые частично отражаются от торцевой части катода и продолжают осциллировать в катодной полости. В результате при использовании катодных трубок большего диаметра удается поддерживать разряд при меньших напусках газа.

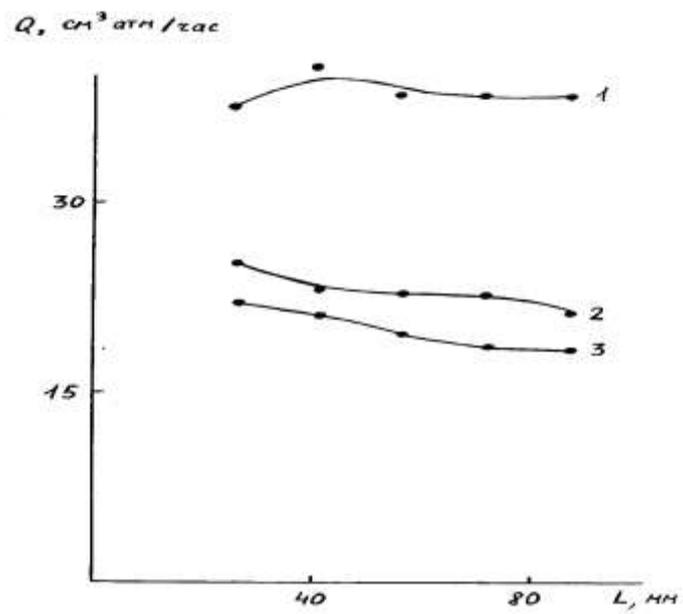


Рис. 5.11. Зависимости критического напуска газа от длины полости при различных диаметрах,  $d$  (мм): 1 - 4; 2 - 8; 3 - 12

## **Глава 6. ТЛЕЮЩИЙ РАЗРЯД С ПОЛЫМ КАТОДОМ ПРИ МАЛОМ РАЗРЯДНОМ ТОКЕ**

Выше была проанализирована возможность реализации положительно заряженной структуры в типичных для сильноточного разряда условиях, когда практически весь промежуток заполнен плазмой, а протяженность прикатодного слоя существенно меньше длины промежутка. Однако, для ряда приложений необходимо использование сравнительно слаботочных режимов. В связи с этим возникает вопрос о том, как будет вести себя положительно заряженная структура при уменьшении тока разряда.

Очевидно, что по мере уменьшения тока будет происходить увеличение длины прикатодного слоя и, соответственно, уменьшение размеров плазменной области. Если плазма используется, например, для получения пучка с большим поперечным сечением, сравнимым с поперечным сечением газоразрядной системы источника, то тогда сразу возникает естественное ограничение на уменьшение тока разряда. Его можно осуществлять до тех пор, пока протяженность катодного слоя  $d_c$  остается величиной, по крайней мере, на порядок меньшей, чем диаметр газоразрядной камеры  $D$ . При выполнении такого условия рассмотрение характеристик слоя с вполне достаточной для проведения качественных оценок точностью можно провести, используя закон  $3/2$  в плоской геометрии. Считая, что напряжение на слое является величиной порядка  $U_0$ , можно получить следующее ограничение снизу на плотность ионного тока на катоде, которая практически совпадает с плотностью разрядного тока

$$j_c \geq \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{M}} \frac{U_0^{3/2}}{0,01D^2}. \quad (6.1)$$

Умножая полученное значение на площадь катода, получим оценку нижней границы величины разрядного тока, а, умножив на суммарную площадь эмиссионных отверстий, можно получить нижнюю оценку тока ионного пучка.

Если же плазма используется для получения сравнительно узкого пучка с диаметром, намного меньшим, чем размеры газоразрядной системы (такая ситуация является вполне обычной для электронных источников и может иметь место и при получении ионных пучков), то полученные выше ограничения перестают быть справедливыми и вполне возможно продолжать уменьшать плотность тока ниже величины, определяемой соотношением (6.1). При таком уменьшении длина прикатодного слоя может стать сравнимой с размером плазменной области. Казалось бы, возможно даже возникновение ситуации, когда практически всю газоразрядную камеру будет заполнять область катодного падения потенциала за исключением тонкой приосевой области плазмы с размером в несколько Дебаевских радиусов, поскольку при меньших размерах говорить о плазме уже вообще нельзя. Однако, как будет показано ниже, еще гораздо раньше, чем возникновение ограничений, связанных с величиной Дебаевского радиуса, возникают ограничения, связанные с неустойчивостью границы плазменной области при малых радиальных размерах этой области.

Другой особенностью разрядной структуры при наличии большого прикатодного слоя, причем существенно облегчающей горение разряда, является вклад в ионизацию быстрых вторичных электронов, генерируемых в катодном слое осциллирующими первичными  $\gamma$ -электронами. Учет этого фактора позволил объяснить ряд специфических свойств тлеющего разряда с полым катодом и выполнить расчет ВАХ разряда, результаты которого согласуются с экспериментом при плотностях тока  $10^{-4}$  -  $10^{-5}$  А/см<sup>2</sup>. При меньших величинах тока расчет дает значения, которые меньше найденных экспериментально. Возможно, это расхождение связано с использованием в расчете ряда допущений (в частности, принималось, что все ионы поступают в слой из плазмы), справедливых лишь в том случае, если протяженность слоя много меньше диаметра полости, что выполняется при больших величинах разрядного тока.

Кроме того, при малых токах в тлеющем разряде с полым катодом возможно возникновение режима с частичным заполнением катодной полости плазмой и, соответственно, в этом случае лишь часть катодной поверхности принимает участие в разряде [3]. С уменьшением тока происходит уменьшение величины площади той части катода, которая участвует в разряде, что внешне аналогично режиму нормального тлеющего разряда (НТР), реализующегося в плоской геометрии. Однако в режиме НТР при уменьшении давления и поддержании постоянного тока разряда площадь участвующей в разряде катодной поверхности увеличивается, в то время как в полном катоде при низких давлениях она уменьшается. Это отличие указывает на существование, по крайней мере в области низких давлений, иного, чем в НТР, механизма, обуславливающего возникновение такого режима.

Перечисленные особенности придают проведению исследований параметров газоразрядной структуры, формирующейся в полном катоде при малых разрядных токах и, соответственно, при большой протяженности области катодного падения потенциала, определенный интерес.

## **6.1. Анализ устойчивости системы плазма-слой**

В настоящем параграфе проводится анализ устойчивости структуры, состоящей из плазмы и слоя пространственного заряда между границей плазмы и внутренней поверхностью электрода. Рассматривается идеализированная модель, не учитывающая процессы генерации частиц.

### *6.1.1 Анализ устойчивости системы плазма-слой в цилиндрической и сферической геометриях в бесстолкновительном приближении*

В характерном для разряда низкого давления бесстолкновительном ионном слое с пренебрежимо малым электронным зарядом связь между ионным током  $I_i$ , катодным падением потенциала  $U_c$  и геометрией

стационарного слоя определяется законом “степени 3/2” для вакуумного диода. Для цилиндрической и сферической катодных полостей этот закон представляется, соответственно, следующими соотношениями:

$$I_i = \frac{8\pi\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{M}} \frac{LU_c^{3/2}}{R\beta^2(R/r_0)}, \quad (6.2)$$

$$I_i = \frac{16\pi\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2e}{M}} \frac{U_c^{3/2}}{\alpha^2(R/r_0)}, \quad (6.3)$$

где  $\epsilon_0$  – диэлектрическая постоянная;  $r_0$  – радиус границы плазмы;  $R$  и  $L$  – радиус и длина полости;  $\alpha^2$  и  $\beta^2$  – трансцендентные табулированные функции [13]. В отличие от двухэлектродных промежутков с фиксированным расстоянием между электродами, в системе, где роль одного из электродов играет граница плазмы, величина промежутка устанавливается такой, что его пропускная способность соответствует эмиссионной способности плазмы. В рассматриваемой ситуации удельную (на единицу площади эмиттирующей поверхности) эмиссионную способность плазмы можно оценить, используя формулу Бома [1] для плотности выходящего из плазмы ионного тока  $j = 0,4en(2kT_e/M)^{1/2}$ . Приравнявая эмиссионные токи через сферическую поверхность  $4\pi r_0^2$  и цилиндрическую поверхность  $2\pi r_0 L$  к токам, которые способны пропустить промежутки, получим после некоторых преобразований для сферической полости

$$n = \frac{4,4\epsilon_0 U_c^{3/2} f_s(\xi)}{R^2 \sqrt{ekT_e}}, \quad (6.4)$$

и для цилиндрической полости

$$n = \frac{1,1\epsilon_0 U_c^{3/2} f_c(\xi)}{R^2 \sqrt{ekT_e}}, \quad (6.5)$$

где  $f_s(\xi) = (\xi^2 \alpha^2 (1/\xi))^{-1}$ ,  $f_c(\xi) = (\xi \beta^2 (1/\xi))^{-1}$ ,  $\xi = r_0/R$ . Индексы  $s$  и  $c$  здесь и ниже указывают, соответственно, на сферическую и цилиндрическую геометрию.

Зависимости  $f_s(\xi)$ ,  $f_c(\xi)$ , представленные на рис. 6.1, характеризуют изменение удельной (на единичную площадь эмиттера) пропускной

способности промежутка  $d_c=R-r_0$  при заданном  $R$ . Немонотонный характер зависимостей связан с различием радиусов кривизны внешней и внутренней поверхностей диодов и обусловлен тем, что при малых  $r_0$  значение напряженности вакуумного поля на внутренней поверхности диода велико вследствие ее большой кривизны, при больших  $r_0$  напряженность поля возрастает вследствие уменьшения протяженности диодного промежутка. В обоих случаях, чтобы скомпенсировать это сильное внешнее поле необходима, соответственно, высокая плотность эмиссионного тока и пространственного заряда

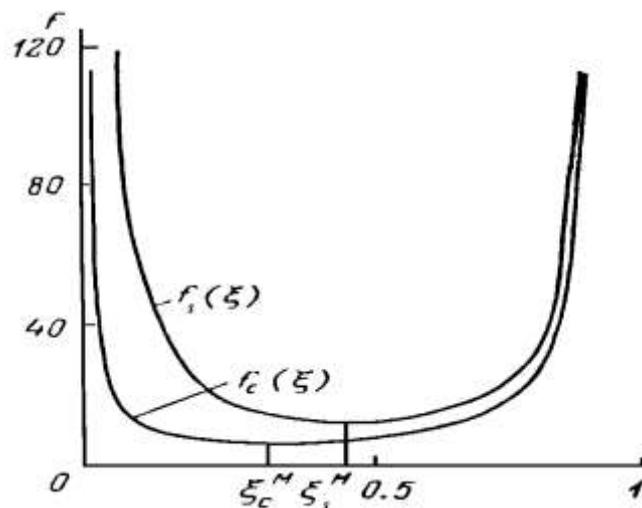


Рис. 6.1. Зависимости  $f_c$  и  $f_s$  от  $\xi$

Следствием немонотонной зависимости удельной пропускной способности промежутков от их протяженности являются два состояния плазмы, характеризующиеся разными радиусами  $\xi_1$  и  $\xi_2$  ( $\xi_1$  на участке убывания  $f_{s,c}(\xi)$   $[0; \xi_m]$ , и  $\xi_2$  на участке возрастания  $[\xi_m; 1]$ , где  $\xi_{mc} = 0,31$ ,  $\xi_{ms} = 0,45$ ) плазменного образования в полости, и отличающиеся токами, эмиттируемыми плазмой и протекающими через промежутки при одних и тех же  $U_c$ ,  $T_e$ ,  $n$ , причем отношение токов определяется выражением

$$\frac{I_2}{I_1} = \left( \frac{\xi_2}{\xi_1} \right)^{m_{s,c}}, \quad (6.6)$$

где  $m_c = 1$ ;  $m_s = 2$ . Возможность практической реализации этих состояний, зависящая от устойчивости границы плазмы к изменению величины  $\xi$ , влияет, в частности, на условия горения и параметры разряда с полым катодом.

Рассмотрим вопрос об устойчивости границы плазменного образования с постоянной концентрацией  $n$  и радиусом  $\xi$  при случайном малом возмущении  $\delta\xi$ . В результате расширения плазмы сокращается промежуток между ее границей и электродом, что приводит к изменению его пропускной способности и нарушению необходимого для выполнения соотношений (6.4), (6.5) условия  $\varphi'(r_0) = 0$ . Если  $\xi$  соответствует участку возрастания  $f_{c,s}(\xi)$ , то возмущение  $\delta\xi$  приведет к увеличению удельной пропускной способности промежутка, и она станет больше, чем эмиссионная способность плазмы. При этом на границе плазма-слой со стороны ионного слоя появится нескомпенсированное пространственным зарядом поле, вызывающее разделение зарядов на границе и возврат плазмы в исходное состояние. Если же  $\xi$  находится на участке убывания, то случайное расширение плазмы приведет к тому, что пропускная способность промежутка станет меньше, чем эмиссия из плазмы, и в нем появится избыточный ионный заряд. В результате на границе возникает поле, ускоряющее электроны плазмы в сторону внутренней поверхности полого электрода, что приведет к нарастанию возмущения.

Таким образом, устойчивое существование в полости системы плазма-слой возможно не при любых  $\xi$ , а лишь при выполнении в сферической полости соотношения

$$\xi > 0,45, \quad (6.7)$$

а в цилиндрической полости

$$\xi > 0,31. \quad (6.8)$$

Из наличия у функций  $f_{c,s}(\xi)$  минимума ( $\min f_c(\xi) = 5,8$ ,  $\min f_s(\xi) = 12$ ) с учетом (6.4), (6.5) следует вывод о том, что разность потенциалов между

катодом и плазмой с известной концентрацией и температурой должна отвечать условию:

$$U \leq A_{c,s} n^{2/3} T_e^{1/3} R^{4/3}, \quad (6.9)$$

где  $A_s = 2,15 \cdot 10^{-8}$  в сферической и  $A_c = 8,79 \cdot 10^{-8}$  в цилиндрической геометриях. При увеличении разности потенциалов выше предела, определяемого (6.9), будет происходить распад плазмы в полости, либо разделение зарядов на входе в полость с формированием двойного слоя. В последнем случае плазма внутри полости приобретает потенциал, отличный от потенциала плазмы вне полости.

Преобразуя (6.9), можно получить оценку нижней границы для концентрации плазмы в разряде с полым катодом

$$n_{cr} \sim A_{c,s}^{3/2} T_e^{1/2} R^2 U^{3/2}. \quad (6.10)$$

Поскольку эмиссионная способность плазмы пропорциональна концентрации, то полученное соотношение в свою очередь определяет минимальную возможную плотность тока в ионных и электронных источниках на основе разряда с полым катодом

### *6.1.2 Анализ устойчивости плазмы в цилиндрической геометрии в столкновительном режиме*

Учитывая, что во многих ситуациях, возникающих в газоразрядных структурах, реализуется столкновительный режим, представляется целесообразным провести обобщение предложенной модели на случай столкновительной системы плазма-слой. При проведении анализа ограничимся характерным для разрядов низкого давления случаем сильных полей, когда тепловая энергия атомов мала по сравнению с энергией, приобретаемой ионом на длине свободного пробега  $\lambda$ . Рассмотрение проведем только в цилиндрической геометрии.

В ряде работ рассматривались характеристики столкновительного ионного слоя в плоской и цилиндрической геометриях для случая сильных

полей при использовании допущений, что основным процессом взаимодействия ионов с атомами является перезарядка, сечение которой не зависит от скорости иона, поле на границе плазма-слой равно нулю. При этих допущениях уравнение Пуассона для ионного слоя в цилиндрической геометрии имеет вид

$$\frac{d}{rdr} \left( r \frac{d\varphi}{dr} \right) = \frac{I_1 \sqrt{\frac{M}{2e}}}{2\pi r \epsilon_0} \left( \frac{\exp\left(-\frac{r-r_0}{\lambda}\right)}{\sqrt{\varphi(r_0) - \varphi(r)}} + \frac{\int_{r_0}^r \exp\left(-\frac{r'-r_0}{\lambda}\right) \frac{dr'}{\lambda}}{\sqrt{\varphi(r') - \varphi(r)}} \right) \quad (6.11)$$

с граничными условиями

$$\varphi(r_0) = 0, \quad \varphi'(r_0) = 0, \quad (6.12)$$

где  $I_1$  – ток, протекающий в слое с единичной длиной в продольном направлении.

Аналитическое решение (6.11) возможно лишь в некоторых предельных случаях. При малых расстояниях  $\delta r = r - r_0$  от поверхности эмиттера, где выполняются условия

$$\delta r \ll r_0, \quad \delta r \ll \lambda, \quad (6.13)$$

можно пренебречь вторым членом в скобках в правой части (6.11), а в первом члене положить  $\exp(-(r-r_0)/\lambda) = 1$ . Полагая также в левой части

$$r \frac{d\varphi}{dr} \approx r_0 \frac{d\varphi}{dr} \quad (6.14)$$

получим уравнение

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} = \frac{I_1 \sqrt{\frac{M}{2e}}}{2\pi r_0 \epsilon_0 \sqrt{\varphi(r_0) - \varphi(r)}}, \quad (6.14a)$$

решение, которого

$$\varphi(r) = - \left( \frac{9j}{4\epsilon_0} \right)^{2/3} \left( \frac{M}{2e} \right)^{1/3} (r - r_0)^{4/3}, \quad (6.15)$$

где  $j = I_1/2\pi r_0$  – плотность тока ионной эмиссии из плазмы, соответствует бесстолкновительному случаю в плоской геометрии.

При выполнении условия  $\delta r/\lambda \gg 1$  можно пренебречь первым членом в правой части (6.11) и разложить  $\varphi(r')$  в подынтегральном выражении в ряд в окрестности точки  $r$

$$\varphi(r') = \varphi(r) + \varphi'(r)(r' - r). \quad (6.16)$$

Учитывая также, что при больших  $x$

$$\int_0^x \sqrt{t} \exp(-t) dt = \sqrt{\pi}, \quad (6.17)$$

получим

$$\frac{d}{dr} \left( r \frac{d\varphi}{dr} \right) = \frac{I_1}{2\pi r \epsilon_0 b' \sqrt{-d\varphi/dr}}, \quad (6.18)$$

где

$$b' = \left( \frac{2e\lambda}{\pi M} \right)^{1/2}. \quad (6.19)$$

Как видно из (6.19), проведенная процедура соответствует принятию допущения, что средняя скорость ионов определяется законом подвижности в сильных полях  $v = b' \sqrt{E}$ .

Уравнение (6.18) имеет решение

$$\varphi(r) = \left( \frac{I_1}{2\pi r \epsilon_0 b'} \right)^{2/3} r_0 h(z), \quad (6.20)$$

где

$$h(z) = z^2 + \frac{1}{3} \ln \left( \frac{(z+1)^2}{z^2 - z + 1} \right) - \frac{2}{\sqrt{3}} \left( \operatorname{arctg} \left( \frac{2z-1}{\sqrt{3}} \right) + \frac{\pi}{6} \right), \quad (6.21)$$

$$z = \left( \left( \frac{r}{r_0} \right)^{3/2} - 1 \right)^{1/3}. \quad (6.22)$$

Переходя к рассмотрению общего случая, введем безразмерные величины

$$y = \frac{r}{r_0}, y_0 = \frac{r_0}{\lambda}, g = - \left( \frac{r_0 I_1}{2\pi \epsilon_0} \right)^{-2/3} \left( \frac{2e}{M} \right)^{1/3} \varphi \quad (6.23)$$

и запишем (6.2) в виде

$$\frac{d}{dy} \left( y \frac{dg}{dy} \right) = \frac{\exp(y_0(1-y))}{\sqrt{g(y)}} + \int_1^y \frac{y_0 \exp(y_0(y'-y)) dy'}{\sqrt{g(y) - g(y')}} \quad (6.24)$$

при граничных условиях

$$g(1) = 0, \quad g'(1) = 0. \quad (6.25)$$

Уравнение (6.24) решалось численно и результаты расчетов для различных параметров  $y_0$  приведены на рис. 6.2. При  $y_0 = 0$ , т.е. в бесстолкновительном режиме,

$$g(y, y_0) = g_0(y) = (9y\beta^2(y)/4)^{2/3}. \quad (6.26)$$

Функция  $g_0(y)$  изображена на рис. 6.2 штриховой линией.

Возвращаясь к прежним переменным, получим связь между током, протекающим в слое, и распределением потенциала в виде

$$I_1 = \frac{2\pi\epsilon_0}{r_0} \sqrt{\frac{2e}{M} \left( -\frac{\varphi(r)}{g(r/r_0, r_0/\lambda)} \right)^{3/2}} \quad (6.27)$$

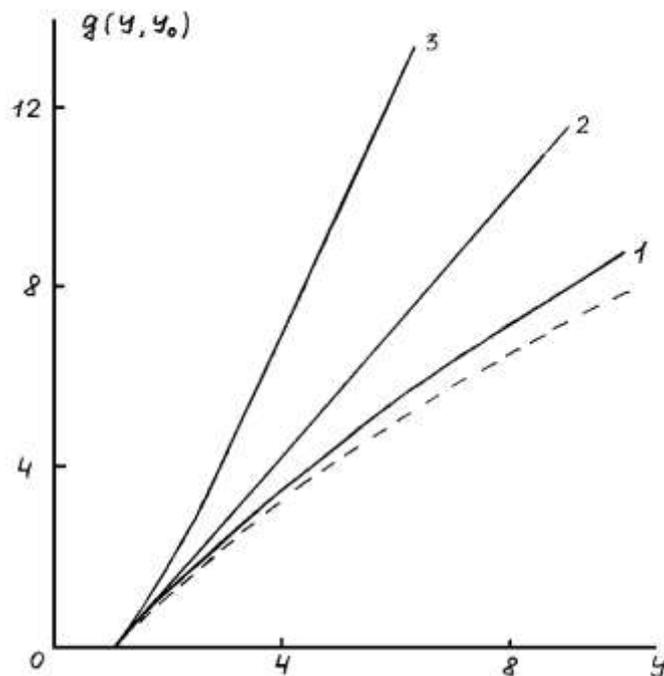


Рис. 6.2. Зависимости  $g(y, y_0)$  для различных параметров  $y_0$   
1 -  $y_0 = 0,1$ ; 2 -  $y_0 = 1$ ; 3 -  $y_0 = 10$

Используя (6.27), запишем выражение для первеанса

$$P = jU^{3/2}, \quad (6.28)$$

характеризующего пропускную способность цилиндрического промежутка между плазмой и электродом с единичной площадью на поверхности плазменного эмиттера,

$$P = \frac{\varepsilon_0}{r_0^2} \sqrt{\frac{2e}{M}} \left( g \left( \frac{R}{r_0}, \frac{r_0}{\lambda} \right) \right)^{-3/2} = \frac{\varepsilon_0}{R^2} \sqrt{\frac{2e}{M}} \tilde{P}(\xi, y_1), \quad (6.29)$$

где

$$\tilde{P}(\xi, y_1) = \xi^{-2} (g(\xi^{-1}, \xi y_1))^{-3/2}. \quad (6.30)$$

При заданном  $R$  функции  $\tilde{P}(\xi, y_1)$ , приведенные на рис. 6.3 для различных параметров  $y_1$ , определяют вид зависимости удельной пропускной способности промежутка  $d_c = R - r_0$  от величины  $\xi$ . При  $y_1 \rightarrow 0$ ,  $\tilde{P}(\xi, y_1) \rightarrow \tilde{P}_0(\xi)$ , где

$$\tilde{P}_0(\xi) = \frac{4}{9\xi\beta^2(1/\xi)} \quad (6.31)$$

есть удельная пропускная способность промежутка в бесстолкновительном случае (см. штриховую линию на рис. 6.3).

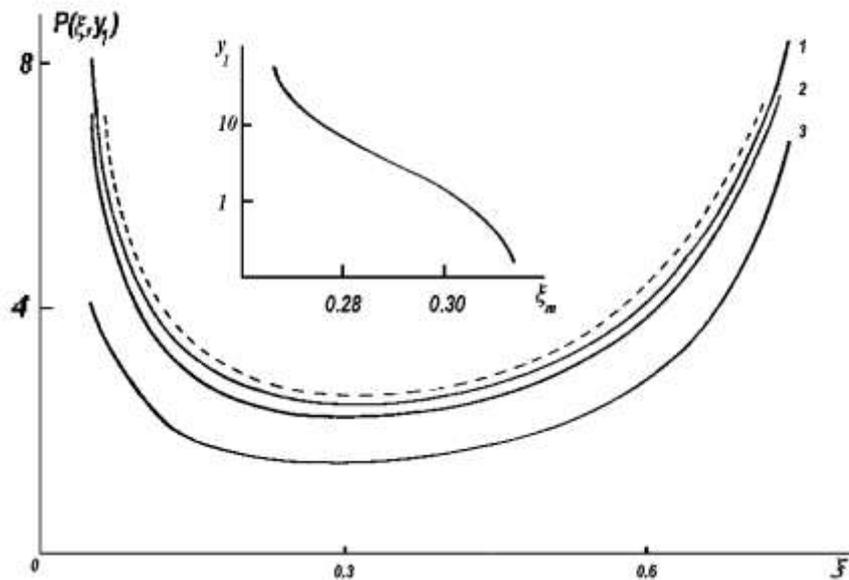


Рис. 6.3. Зависимости  $P(\xi, y_1)$  для различных параметров  $y_1$   
 1 -  $y_1 = 0,1$ ; 2 -  $y_1 = 1$ ; 3 -  $y_1 = 10$

Как видно из рисунка, в столкновительном режиме сохраняется выявленный выше немонотонный характер зависимости  $P(\xi)$ , который обуславливает неустойчивость системы плазма-слой при  $\xi < \xi_m$ , где  $\xi_m$  - точка, в которой  $P(\xi)$  достигает минимума. Однако положение этого минимума несколько смещается с изменением параметра  $y_1$ , т.е. с изменением давления газа. При  $y_1 \gg 1$ , используя (6.20), для  $\tilde{P}(\xi, y_1)$  можно записать

$$\tilde{P}(\xi, y_1) = \frac{1}{\sqrt{\pi y_1 \xi^5 h^3(z(\xi))}} \quad (6.32)$$

где  $z(\xi) = (\xi^{-3/2} - 1)^{1/3}$ . Функция (6.32) имеет минимум в точке 0,263. Таким образом,  $\xi_m \rightarrow 0,263$  с увеличением давления. С уменьшением давления  $\xi_m$  несколько возрастает и при  $y_1 \rightarrow 0$ ,  $\xi_m \rightarrow 0,316$ .

## **6.2. Экспериментальное исследование характеристик тлеющего разряда с цилиндрическим полым катодом**

### *6.2.1. Условия эксперимента*

В экспериментах использовался тлеющий разряд с цилиндрическим полым катодом, выполненным из нержавеющей стали, и плоским анодом, расположенным на расстоянии 3 мм от выходного катодного отверстия. Исследовалась формирующаяся в катодной полости система, состоящая из плазмы и слоя пространственного ионного заряда, образующего область катодного падения потенциала. В ходе эксперимента измерялось продольное распределение тока по катоду, который для этой цели собирался из изолированных друг от друга цилиндрических секций длиной 2 см. Положение границы плазма-слой оценивалось с помощью введенного в одну из секций одиночного зонда, который можно было перемещать в радиальном направлении. Величина  $r_0$  определялась по положению зонда, в котором происходило резкое изменение наклона зависимости потенциала зонда  $\phi_p$  от

радиуса, т.е. вторая производная  $\varphi_p''(r)$  достигала максимума. Использовались катоды с различным радиусом ( $R = 14; 16,5; 21$  мм) и различным числом секций ( $N_s=10-20$ ). В качестве рабочего газа применялись аргон, азот и воздух. Давление газа изменялось в диапазоне 1-10 Па.

### 6.2.2. Результаты эксперимента

На рис. 6.4.-6.7 показаны распределения тока по катоду  $I_n(n)$  для различных токов разряда, где  $I_n$  – ток на  $n$ -ую секцию,  $n=1,3...N_s$  – порядковый номер секции, считая от анода. При токе разряда больше некоторого  $I_{d1}$ , зависящего от рода газа и величин  $P, N_s, R$ , в разряде участвуют все секции, и с убыванием  $I_d$  происходит уменьшение тока на каждую из секций, а также сокращение радиуса плазмы (см. рис. 6.8).

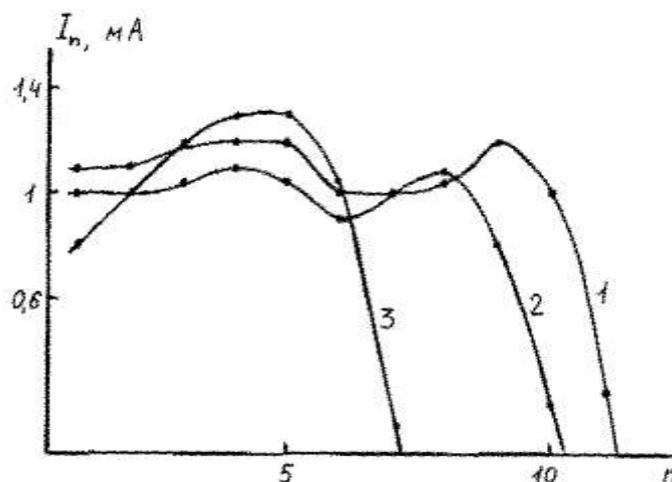


Рис. 6.4. Воздух,  $N_s=12$ ,  $R=16.5$  мм,  $I_d$ (мА): 1 - 11, 2 - 9, 3 - 7

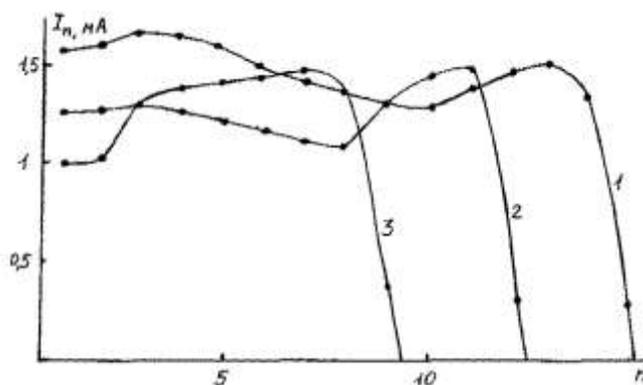


Рис. 6.5. Аргон,  $N_s=15$ ,  $R=16.5$  мм,  $I_d$ (мА): 1 - 20, 2 - 14, 3 - 10

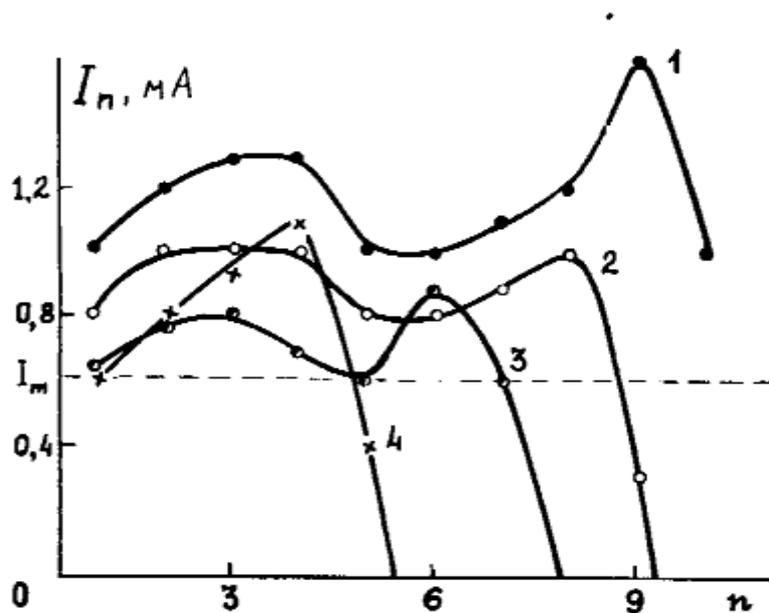


Рис. 6.6. Азот,  $N_s = 10$ ,  $R = 14$  мм,  $I_d$  (мА): 1 - 12, 2 - 8, 3 - 5, 4 - 4

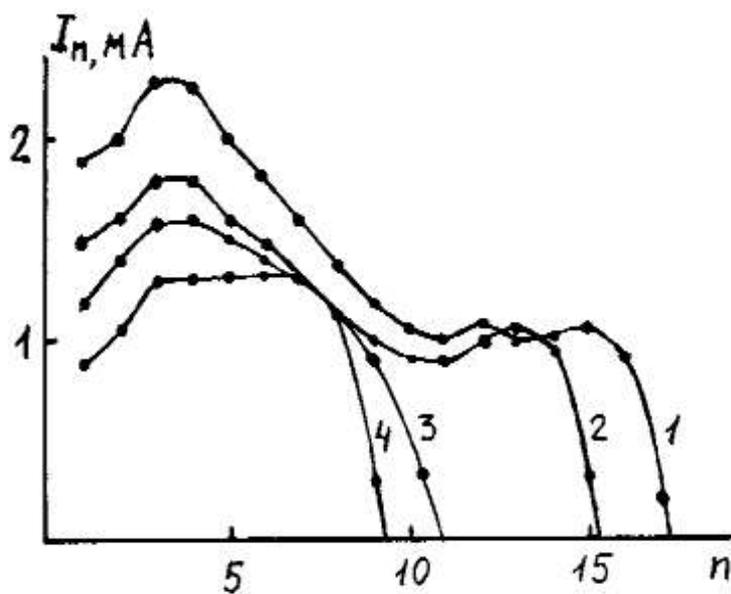


Рис. 6.7. Воздух,  $N_s = 18$ ,  $R = 16.5$  мм,  $I_d$  (мА) = 1 - 24, 2 - 18, 3 - 14, 4 - 10

При дальнейшем уменьшении  $I_d$  ( $I_d < I_{d1}$ ) ток на дальние от анода секции падал до нуля, однако в области, где продолжалось горение разряда значения  $I_n$ , (за исключением крайних секций) не опускалось ниже некоторой минимальной величины  $I_m$ . При  $I_n = I_m$  значение  $r_0$  также достигало некоторой минимальной величины  $r_m$ . Отношения  $r_m / R$ , полученные в различных экспериментах, составляют величину  $\sim 0,25$ , что удовлетворительно

согласуется с расчетными значениями  $\xi_m$  (в исследованном диапазоне давлений  $\xi_m = 0,28 - 0,30$ ).

Учитывая полученное совпадение, можно дать следующее объяснение наблюдаемого эффекта сокращения поверхности катода, участвующей в разряде. При  $I_d < I_{d1}$  реализация стационарного режима горения разряда с участием всех секций невозможна, т.к. происходящее с убыванием  $I_d$  уменьшение радиуса плазмы приводит к тому, что состояние системы плазма-слой становится неустойчивым. В результате происходит сокращение протяженности плазменного столба, которое идет до тех пор, пока не установится стационарное состояние, отвечающее условию устойчивости  $\xi > \xi_m$ .

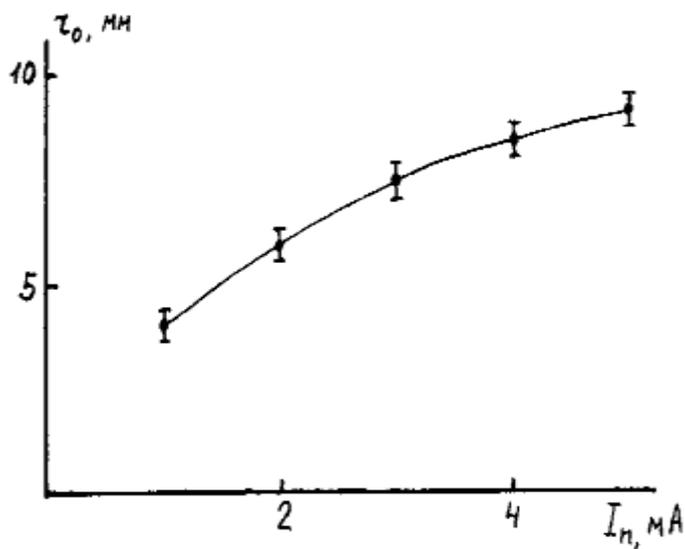


Рис. 6.8. Зависимость радиуса границы плазмы от тока на секцию. Аргон,  $R = 16,5$  мм

Уменьшение числа секций, участвующих в разряде, можно также наблюдать при поддержании постоянного тока разряда и снижении давления при  $P$  меньше некоторого  $P_1$ , зависящего от рода газа и размеров катода (см. рис. 6.9). Этот эффект также можно объяснить на основании рассмотренной модели, если учесть то, что с уменьшением давления растет пропускная способность промежутка между границей плазмы и электродом. При поддержании постоянного тока этот рост компенсируется увеличением протяженности слоя и, соответственно, уменьшением  $r_0$ . В результате

состояние системы плазма-слой становится неустойчивым и происходит сокращение продольного размера плазменного столба. Соответственно уменьшается поверхность катода, участвующая в разряде. Сокращение поверхности идет вплоть до давления погасания разряда.

Следует отметить, что экспериментальные величины  $I_n$  больше значений, рассчитанных с помощью соотношения (6.27) при подстановке в него найденных из эксперимента  $U$  и  $r_0$ . Это расхождение можно объяснить тем, что при получении (6.27) принималось, что все ионы поступают в слой из плазмы, в то время как в реальной ситуации часть из них образуется непосредственно в слое и вносит меньший расчетного вклад в пространственный заряд. Это и приводит к соответствующему увеличению  $I_n$ .

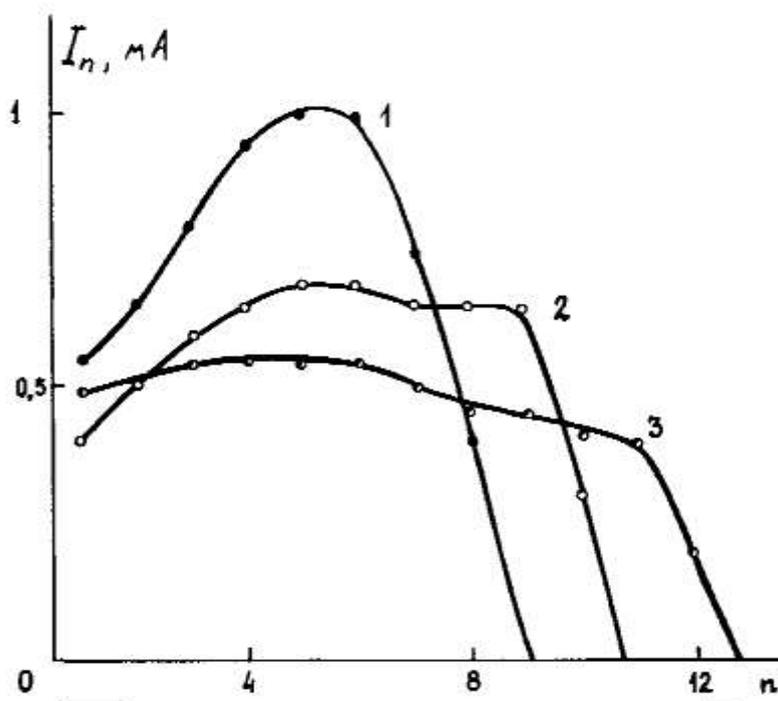


Рис. 6.9. Азот,  $I_d = 6$  мА,  $R = 21$  мм,  $P$  (Па) : 1 – 2,6; 2 – 4; 3 – 6,6

### 6.2.3. Обсуждение результатов

Коротко обсудим возможность альтернативного объяснения режима, при котором лишь часть катодной поверхности участвует в разряде. Как уже говорилось, внешне такая ситуация сходна с тем, что наблюдается в плоской

геометрии в режиме нормального тлеющего разряда. Реализация НТР связана с немонотонным характером зависимости напряжения на катодном слое от его длины. Такая немонотонность приводит к нарушению условия самостоятельности и погасанию разряда на его периферии, где  $d_c$  велико. Однако в разряде с полым катодом при низких давлениях, когда становится ярко выраженным эффект осцилляций электронов, с ростом  $d_c$  увеличивается число быстрых вторичных частиц, образующихся в слое. Эти частицы вносят существенный вклад в ионизацию, в результате чего  $U$  монотонно уменьшается с ростом  $d_c$  и связывать частичное участие полого катода в разряде с немонотонностью этой зависимости нельзя. Кроме того, в режиме НТР при снижении давления уменьшается и величина плотности тока, что при заданном  $I_d$  должно привести к увеличению площади катода, участвующей в разряде. Однако в разряде с полым катодом такое увеличение наблюдается лишь при достаточно высоких давлениях. При этих давлениях характеристики разряда с полым катодом близки к характеристикам линейного разряда и возможно, что здесь действует аналогичный механизм. В этом случае нарушение условия самостоятельности происходит раньше (при  $r_0 > \xi_m R$ ), чем нарушение условия устойчивости. При низких же давлениях площадь полого катода, участвующая в разряде уменьшается, и объяснить это с помощью того же механизма нельзя.

Учитывая полученное совпадение между результатами эксперимента и изложенной в предыдущих параграфах теорией, можно сделать вывод, что возникновение эффекта частичного участия катода в разряде объясняется неустойчивостью системы плазма-слой при малых радиальных размерах плазмы. В то же время, как уже отмечалось, расчетные значения тока существенно меньше экспериментальных. Для устранения этого расхождения и получения более корректной интерпретации экспериментальных данных необходима разработка модели, более детально рассматривающей осцилляционное движение частиц и учитывающей процессы генерации частиц, что будет проведено в следующем параграфе.

### 6.3. ВАХ разряда с полым катодом

#### 6.3.1. Кинетическое уравнение для быстрых осциллирующих частиц

Получим кинетическое уравнение для быстрых частиц в случае разряда с полым катодом цилиндрической формы. Будем считать, что внутри катода радиусом  $R$  имеется плазменный столб с радиусом плазменной границы  $r_0$ , а промежуток  $[r_0; R]$  занимает область катодного падения потенциала.

Следует отметить, что подход, развитый выше для медленных частиц (см. главу 2), вполне может быть использован и для быстрых, причем даже в более широком диапазоне давлений газа. Действительно, переход в пространство интегралов невозмущенного столкновениями движения является обоснованным в том случае, если частота столкновений много меньше частоты колебаний частиц в потенциальной яме  $\nu_{os}$ . Однако, учитывая, что средняя энергия  $W$ , теряемая быстрой частицей на образование пары заряженных частиц, или другими словами при одном эффективном ионизационном столкновении, много меньше энергии  $eU_c$ , приобретаемой в катодном падении потенциала  $U_c$ , в нашей ситуации можно этот подход использовать и в случае  $\nu_i < \nu_{os}$ , т.к. амплитуда колебаний после одной ионизации меняется незначительно и число колебаний, совершаемых электроном до полной релаксации, достаточно велико. Принимая также, что быстрые электроны после ионизации сохраняют направленное радиальное движение и теряют в каждом эффективном ионизационном столкновении энергию  $W$ , запишем стационарное кинетическое уравнение для функции распределения быстрых электронов по энергии  $f(\varepsilon)$  в следующем виде:

$$\begin{aligned} & -\nu_i(\varepsilon)f(\varepsilon) + \nu_i(\varepsilon + W)f(\varepsilon + W) + \\ & + \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_c} P(\varepsilon, \varepsilon')\nu_i(\varepsilon')f(\varepsilon')d\varepsilon' + \frac{\gamma I_c \delta(\varepsilon - \varepsilon_0)}{e} = 0, \end{aligned} \quad (6.33)$$

где  $\varepsilon = e(\varphi_0 - \varphi(r))$  – полная энергия радиальных колебаний частицы;  $\varphi_0$  – потенциал плазмы (перепадом потенциала в плазме пренебрегаем, так как

он много меньше катодного падения);  $r$  – амплитуда колебаний;  $v_i(\varepsilon)$  – усредненная по периоду колебаний частота ионизации;  $P(\varepsilon, \varepsilon')$  – плотность вероятности для электрона с энергией  $\varepsilon'$  образоваться в результате ионизации электрона с энергией  $\varepsilon$ ,  $I_c$  – ионный ток на катоде,  $\varepsilon_c = eU_c = e(\varphi_0 - \varphi(R))$ . Третий и четвертый члены в (6.33) описывают генерацию электронов соответственно в объеме и на поверхности полого катода, при этом предполагается, что электроны вылетают из катода с нулевой скоростью. Учитывая, что  $W \ll \varepsilon_c$ , можно выполнить следующее преобразование

$$-v_i(\varepsilon)f(\varepsilon) + v_i(\varepsilon+W)f(\varepsilon+W) = W \frac{d(v_i(\varepsilon)f(\varepsilon))}{d\varepsilon}. \quad (6.34)$$

Используя (6.34), а также следующие соотношения:

$$\begin{aligned} f(r)dr &= f(\varepsilon)d\varepsilon, \\ P(r, r')dr &= P(\varepsilon, \varepsilon')d\varepsilon, \\ v_i(r) &= v_i(\varepsilon = e(\varphi_0 - \varphi(r))), \\ d\varepsilon &= -e \frac{d\varphi}{dr} dr, \end{aligned} \quad (6.35)$$

где  $f(r)$  – функция распределения электронов по амплитудам колебаний,  $P(r, r')$  – плотность вероятности для электрона с амплитудой  $r'$  образоваться в результате ионизации электрона с амплитудой колебаний  $r$ , можно получить кинетическое уравнение для  $f(r)$  в следующем виде:

$$\begin{aligned} -\frac{W}{e} \frac{d}{dr} \left( \frac{v_i(r)f(r)}{\varphi'(r)} \right) + \int_r^R P(r, r') v_i(r') f(r') dr' + \\ + \frac{\gamma I_i \delta(e\varphi(R) - e\varphi(r))}{e} \frac{d\varphi}{dr} = 0. \end{aligned} \quad (6.36)$$

Принимая, что частицы, образующиеся при ионизации, так же как и первичные электроны, имеют в первый момент нулевую скорость, можно записать для  $P(r, r')$  следующее выражение:

$$P(r, r') = \frac{\sigma_i(e\varphi(r) - e\varphi(r'))}{r' \int_0^{r'} \sigma_i(e\varphi(r) - e\varphi(r')) dr}. \quad (6.37)$$

При использовании такого допущения второй член в (6.36) описывает также распределения по координате генерируемых в единицу времени ионов  $G(r)$ , которое следует отличать от числа ионов  $Z(r)$ , генерируемых в единичном объеме вблизи  $r$  в единицу времени,

$$G(r) = \int_r^R P(r, r') v_i(r') f(r') dr' = Z(r) 2\pi r L_c. \quad (6.38)$$

При  $r < r_0$   $G(r) = G(r_0)$ . При  $r > r^*$ , где  $r^*$  – корень уравнения

$$e\varphi(r^*) = e(\varphi_i + \varphi(R)), \quad (6.39)$$

$G(r) = 0$ . В этом диапазоне из (6.38) можно найти  $f(r)$

$$f(r) = \begin{cases} -\frac{\gamma I_i \varphi'(r)}{W v(r)}, & r \in (r^*, R) \\ -\frac{\gamma I_i \varphi'(r)}{2W v(r)}, & r = R \\ 0, & r > R \end{cases} \quad (6.40)$$

при заданной функции  $\varphi(r)$ . Если  $\varphi(r)$  заранее неизвестно, то для расчета характеристик разряда необходимо совместное решение кинетического уравнения и уравнения Пуассона для ионного слоя.

### 6.3.2. Результаты расчетов и сравнение с экспериментом

Для расчета характеристик разряда необходимо совместное решение кинетического уравнения и уравнения Пуассона

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( \frac{rd\varphi}{dr} \right) = - \frac{eG(r_0) r_0 \exp(-(r - r_0)/\lambda)}{2\pi r L_c \varepsilon_0 \sqrt{2e(\varphi_0 - \varphi(r))/M}}.$$

$$-\int_{r_0}^r \frac{e(G(r') + \int_0^{r'} G(r'') dr'' / \lambda) \exp(-(r-r')/\lambda) dr'}{2\pi r L_c \varepsilon_0 \sqrt{2e(\varphi(r') - \varphi(r)) / M}} \quad (6.41)$$

при граничных условиях

$$\varphi(r_0) = \varphi_0, \quad \varphi'(r_0) = 0. \quad (6.42)$$

Первый член в правой части (6.41) описывает вклад в пространственный заряд ионов, эмиттируемых плазмой, второй член дает вклад ионов, образовавшихся в результате ионизации или перезарядки в катодном слое. Учет перезарядки необходим, так как в условиях эксперимента, с результатами которого расчетные характеристики будут ниже сравниваться, отношение  $R/\lambda$  составляло величину  $\sim 1-10$ , а протяженность слоя  $v$  была величиной одного порядка с  $R$ . Поскольку сечение ионизации электронным ударом на порядок меньше сечения перезарядки, то в этом же диапазоне давлений отношение  $v/v_{os}$  составляет величину  $\sim 0,1-1$ , что соответствует обсужденному выше диапазону применимости методики, изложенной в [18].

Учитывая, что в (6.41) распределение  $\varphi(r)$  функционально связано с  $G(r)$ , представляется целесообразным преобразовать кинетическое уравнение к такому виду, где в явной форме фигурировали бы только функции  $\varphi(r)$  и  $G(r)$ , а  $f(r)$  было бы исключено. Интегрируя кинетическое уравнение по  $dr$  в пределах от  $r$  до  $R$ , получим

$$-\frac{W}{e} \left( \frac{v(R)f(R)}{\varphi'(R)} - \frac{v(r)f(r)}{\varphi'(r)} \right) + \int_r^R G(r') dr' + \frac{\gamma I_i}{2e} = 0. \quad (6.43)$$

Преобразуя (6.43), получим для  $f(r)$  следующее соотношение:

$$f(r) = -\frac{e\varphi'(r)}{Wv(r)} \left( \int_r^R G(r') dr' + \frac{\gamma I_i}{e} \right). \quad (6.44)$$

Подставляя (6.44) в (6.43), получим после некоторых преобразований интегральное уравнение

$$G(r) = -\int_r^R P(r, r') \frac{e\varphi'(r')}{W} \left( \int_{r'}^R G(r'') dr'' + \frac{\gamma I_i}{e} \right) dr'. \quad (6.45)$$

Система уравнений (6.41), (6.45) для функций  $\varphi$  и  $G$  обезразмеривалась и решалась численно для ряда значений  $r_0$ , после чего определялись величина катодного падения

$$U_c = \varphi_0 - \varphi(R) \quad (6.46)$$

и ток разряда

$$I_d = (1 + \gamma)I_i = (1 + \gamma) \int_0^R G(r) dr. \quad (6.47)$$

Принимая во внимание, что

$$d = R - r_0, \quad (6.48)$$

мы получаем связь между основными характеристиками разряда. Отметим также, что, поскольку точные значения  $\gamma$  неизвестны, расчеты проводились для нескольких значений  $\gamma$  в диапазоне, соответствующем разбросу экспериментальных данных.

Экспериментальные и расчетные вольт-амперные характеристики приведены на рис. 6.10 для аргона и на рис. 6.11 для азота. Качественный характер расчетных зависимостей соответствует экспериментальным данным, и, выбирая  $\gamma \sim 0,027$  для Ar и  $\gamma \sim 0,033$  для N<sub>2</sub>, можно получить хорошее количественное согласие за исключением диапазона токов  $I_d < 20$  мА (см. рис. 6.10). Расхождение связано с тем, что в этом диапазоне при уменьшении тока происходит сокращение длины плазменного столба в катодной полости, а не его радиуса, как это следует из расчета. Результаты экспериментального исследования этого эффекта описаны в предыдущем параграфе, и его появление связывалось с нарушением устойчивости системы плазма-слой, возникающим при малых величинах обезразмеренного радиуса границы плазмы  $\xi = r_0/R$ . Следует, однако, отметить, что при анализе устойчивости в этом параграфе рассматривалась идеализированная ситуация, не учитывающая взаимозависимости величин  $U_c$  и  $j$ . Результаты проведенных расчетов позволяют определить эту взаимосвязь и дать более корректную интерпретацию наблюдаемого эффекта.

Величину  $j$  можно найти, используя следующее соотношение:

$$j = \frac{eG(r_0)r_0}{2\pi r_0 L_c} = \frac{eG(r_0)}{2\pi L_c}. \quad (6.49)$$

Зависимости  $j(\xi)$ , приведенные на рис. 6.12 для нескольких значений параметров  $W$  и  $\gamma$ , являются немонотонными с минимумом в точке  $\xi_m \sim 0,21$ .

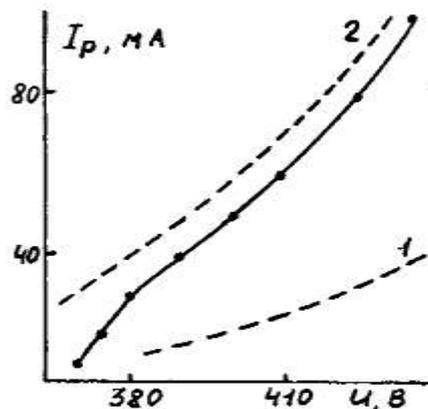


Рис. 6.10. ВАХ разряда, Аргон,  $p=2.6$  Па,  $R = 16.5$  мм,  $L = 300$  мм.  
 ———— — эксперимент, - - - - - расчет, 1 -  $\gamma = 0,02$ ; 2 -  $\gamma = 0,03$

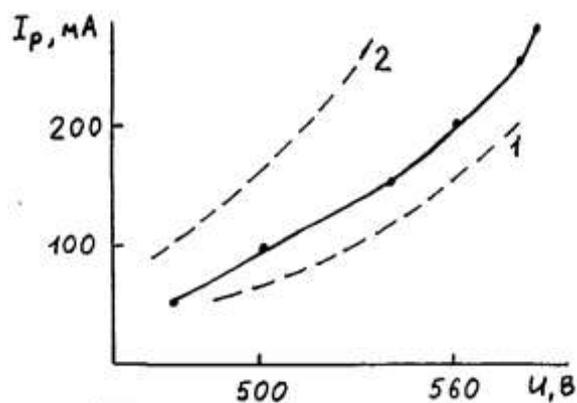


Рис. 6. 11. ВАХ разряда, Азот,  $p=2$  Па,  $R = 14$  мм,  $L = 200$  мм.  
 ———— — эксперимент, - - - - - расчет, 1 -  $\gamma = 0,03$ ; 2 -  $\gamma = 0,04$

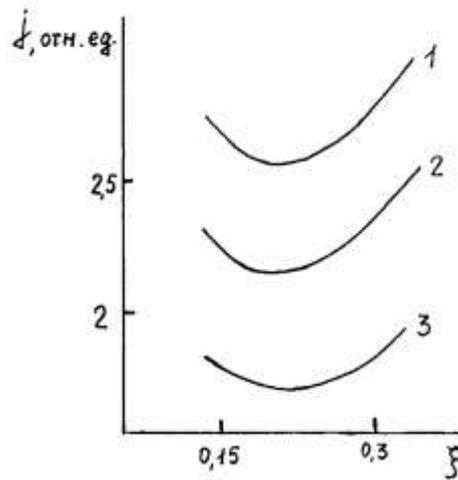


Рис. 6.12. Зависимости  $j$  от  $\xi$ , 1 -  $W = 37$  эВ,  $\gamma = 0,03$ ;  
2 -  $W = 37$  эВ,  $\gamma = 0,04$ ; 3 -  $W = 26$  эВ,  $\gamma = 0,03$

Изменение параметров  $W$  и  $\gamma$  не приводит к существенному изменению  $\xi_m$ .

При  $\xi > \xi_m$  случайное усиление ионизационных процессов, сопровождающееся ростом концентрации плазмы и ее эмиссионной способности, приводит к увеличению радиуса границы плазмы. Следовательно, сокращается протяженность слоя, уменьшается доля генерируемых в нем электронов и их вклад в ионизацию, что приводит к уменьшению интенсивности ионизации. В результате концентрация плазмы снижается и она возвращается в исходное положение. Если же  $\xi < \xi_m$ , то случайное увеличение концентрации плазмы и, соответственно плотности эмиттируемого ею ионного тока приводит к уменьшению  $\xi$ . Катодный слой расширяется, увеличивается генерация быстрых электронов, что приводит к росту ионизации, увеличению концентрации плазмы и ее дальнейшему сжатию. Проведенный качественный анализ, так же как и проведенный в предыдущих параграфах, свидетельствует о неустойчивости газоразрядной структуры при  $\xi < \xi_m$ . Однако следует отметить, что при учете генерационных процессов область неустойчивости несколько меньше, чем полученная в 6.1.

Таким образом, в отличие от разряда в плоской геометрии, где имеет место немонотонная зависимость  $U_c(d_c)$ , обуславливающая возникновение режима нормального тлеющего разряда (НТР), в разряде низкого давления с

полым катодом имеет место немонотонная зависимость  $j(\xi)$ . Полученное значение  $\xi_m$ , неплохо согласуется с минимально возможным отношением  $r_0/R$ , найденным экспериментально, и можно предположить, что сокращение продольного размера плазменного столба и соответствующее уменьшение поверхности полого катода, участвующей в разряде, связано с нарушением устойчивости газоразрядной структуры на падающем участке зависимости  $j(\xi)$ . Следует отметить, что в отличие от НТР самоорганизация в разряде с полым катодом происходит путем, энергетически менее выгодным.

На рис. 6.13 представлены две экспериментальные зависимости  $r_0(I_d)$  и две расчетные зависимости для каждого эксперимента: 1 – представленная модель, 2 – расчет с использованием допущения, что все ионы поступают в слой из плазмы (при проведении этого расчета использовались экспериментальные значения  $U_c$ ). Видно, что представленная модель лучше согласуется с экспериментом.

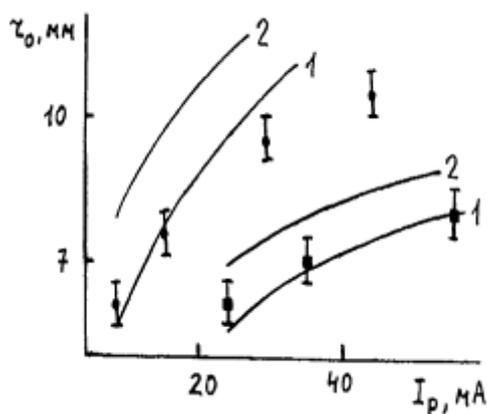


Рис. 6.13. Зависимость радиуса границы плазмы от тока разряда в азоте.  
 ♦ -  $p=2,6$  Па,  $R = 14$  мм,  $L = 200$  мм; • -  $p = 3,3$  Па,  $R = 21$  мм,  $L = 300$  мм

Таким образом, модель, учитывающая генерацию осциллирующими электронами заряженных частиц в катодном слое, позволяет получить основные характеристики тлеющего разряда с полым катодом, неплохо согласующиеся с экспериментом.

## **Глава 7. РАЗРЯД С ОСЦИЛЛЯЦИЕЙ ЭЛЕКТРОНОВ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ И ЕГО ИНИЦИИРОВАНИЕ**

В предыдущих главах рассмотрены характеристики тлеющих разрядов с осциллирующими электронами при использовании полых катодов различной формы, создающих электростатическую потенциальную яму в отсутствие магнитного поля. В настоящей главе будут рассмотрены особенности газоразрядных систем с осцилляцией электронов в магнитном поле. Эти системы давно применяются в различных типах газоразрядных устройств, функционирующих в области пониженных давлений. Интересно отметить, что одним из первых практических применений Пеннинговского разряда было его использование в качестве манометра именно для измерения давления в области глубокого вакуума. Здесь использовалась то обстоятельство, что при заданном напряжении горения ток Пеннинговского разряда пропорционален давлению. Однако в этом диапазоне давлений разряд горит в слаботочной форме, не пригодной для получения интенсивных потоков частиц, хотя получение слаботочных пучков вполне возможно. Что касается магнетронных систем, то наряду с их использованием для генерации пучков заряженных частиц хорошо известны их применения в системах катодного распыления [5,6]. Для этого приложения, так же как и при разработке источников интенсивных пучков, важным моментом является получение больших величин разрядного тока при пониженных давлениях. В связи с этим задача определения диапазонов рабочих давлений и магнитных полей, в которых возможно существование положительно заряженной структуры, является актуальной.

Следует отметить, что привлекательность использования систем с магнитным полем в области низких давлений во многом обусловлена тем обстоятельством, что, как правило, нет необходимости прибегать к использованию каких-то вспомогательных устройств для инициирования этих разрядов, как в случае зажигания разряда с полым катодом. При горении

разряда в высоковольтной форме возможно протекание через промежуток настолько малых токов, что существующий в нем пространственный заряд практически не искажает внешнее электрическое поле, создаваемое источником питания. В этих условиях разряд горит при напряжении, практически равном напряжению зажигания, а при увеличении тока и изменении характера распределения напряжения горения резко возрастает и для поддержания разряда необходимо, чтобы источник питания мог обеспечить этот более высокий уровень напряжения. Тогда очевидно, что этот же источник питания является вполне достаточным для поджига разряда. Рост напряжения с увеличением тока высоковольтной формы разряда, скорей всего, связан с тем, что с увеличением отрицательного заряда в промежутке происходит ослабление электрического поля в прикатодной области, и в результате электроны значительную часть пути к аноду проходят, имея небольшую энергию, недостаточную для эффективной ионизации. Лишь вблизи анода, где электрическое поле усиливается, энергия электронов увеличивается, но они быстро уходят на анод, не успевая реализовать свою способность к ионизации. В сильноточной форме разряда ситуация существенно иная. Электроны сразу набирают энергию в сильном прикатодном поле и затем растрачивают эту энергию, двигаясь к аноду в плазменной области со слабым полем. Поскольку движение происходит достаточно долго, то они успевают реализовать свою способность к ионизации. Именно поэтому в сильноточной форме разряда напряжение горения существенно ниже и вполне может оказаться, что оно будет ниже, чем напряжение зажигания, так как инициирование разряда происходит под действием внешнего поля, рассредоточенного по промежутку, а не сконцентрированного в прикатодной области. Если это предположение справедливо, то и в случае разряда с магнитным полем для инициирования разряда может оказаться необходимым принятие каких-то дополнительных мер. Выяснение этого вопроса также представляет определенный интерес.

## **7.1. Экспериментальное исследование характеристик разрядов в магнитном поле**

### *7.1.1. Условия эксперимента*

При проведении экспериментов использовались такие широко известные системы с осцилляцией электронов, как прямой и обращенный магнетроны и пеннинговская система, изображенные на рис. 7.1, 7.3, 7.5 соответственно. Использовался тот же набор электродов, что и в экспериментах по изучению тлеющего разряда с полым катодом, и, кроме того, снаружи разрядной камеры соосно с ней устанавливался соленоид. Переход от одной системы к другой осуществлялся за счет подсоединения стержневого и цилиндрического электродов к различным полюсам источника питания. На торцевые электроды подавался отрицательный (катодный) потенциал. Следует отметить, что в магнетронных системах торцевые электроды могут также находиться под анодным или под плавающим потенциалом, что применяется достаточно широко, но в этих случаях, как показали предварительные эксперименты, для горения разряда необходимо резкое, больше чем на порядок, увеличение давления по сравнению со случаем, когда торцы имели катодный потенциал, и в дальнейшем исследовался только этот случай.

### *7.1.2. Результаты экспериментов*

На рис. 7.2, 7.4, 7.6 приведены экспериментальные зависимости напряжения горения разряда от индукции магнитного поля, снятые при различных давлениях. Сравнивая полученные характеристики разрядов в магнитном поле и приведенные выше характеристики разрядов с полым катодом, можно сделать вывод, что при прочих равных условиях наиболее низкое рабочее давление достигается в системе типа обращенный магнетрон.

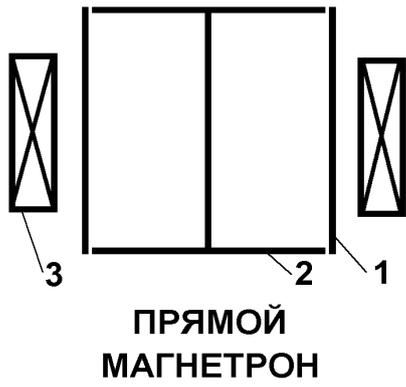


Рис. 7.1. Прямой магнетрон.  
1 - анод, 2 - катод, 3 - соленоид

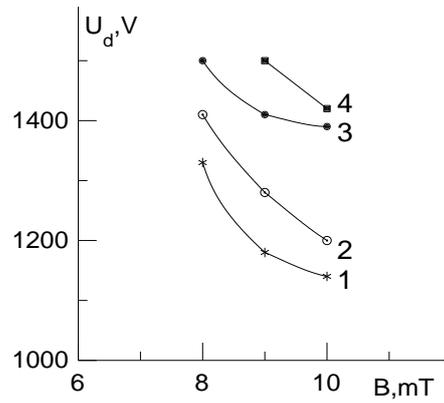


Рис. 7.2. Прямой магнетрон.  $p$  (мПа):  
1- 36, 2 - 27, 3 - 22, 4 - 18

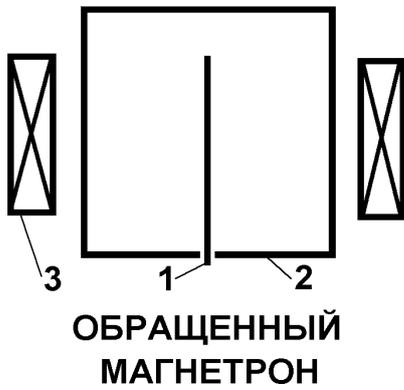


Рис. 7.3. Обращенный магнетрон.  
1 - анод, 2 - катод, 3 - соленоид

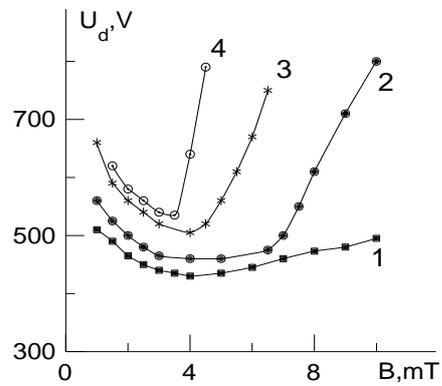


Рис. 7.4. Обращенный магнетрон.  $p$  (мПа):  
1- 18, 2 - 13, 3 - 9, 4 - 7

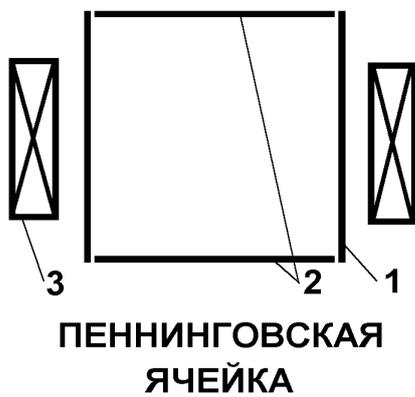


Рис. 7.5. Пеннинговская ячейка.  
1 - анод, 2 - катод, 3 - соленоид

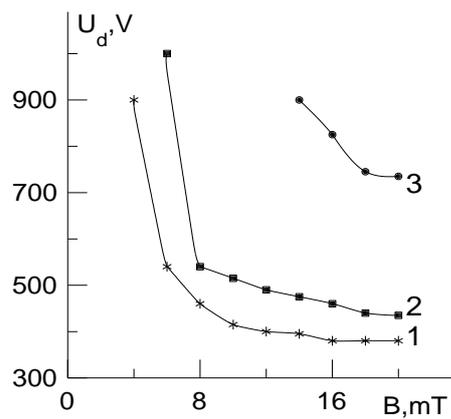


Рис. 7.6. Пеннинговская система.  
 $p$  (мПа): 1- 32, 2 - 16, 3 - 9

Как видно из приведенных рисунков, при использовании системы типа обращенный магнетрон зависимости являются немонотонными, причем растущие участки зависимостей  $U_d(B)$  смещаются в область более сильных магнитных полей с увеличением давления. Что же касается Пеннинговской ячейки и системы типа прямой магнетрон, то здесь в исследованном диапазоне параметров с увеличением индукции магнитного поля наблюдалось монотонное уменьшение напряжения горения. Для качественного объяснения полученных результатов была разработана аналитическая модель разряда в магнитном поле, описываемая в следующем параграфе.

## **7.2. Модель разряда в магнитном поле**

### *7.2.1. Основные допущения и уравнения модели*

Рассмотрим задачу в плоской геометрии. Будем считать, что в плоскости  $x = 0$  расположен анод, а в плоскости  $x = d$  катод газоразрядной системы. Как правило, влиянием магнитного поля на движение ионов, обладающих большой массой, можно пренебречь. Кроме того, при низких давлениях в Кнудсеновском режиме разряда можно считать, что ионы покидают промежуток без столкновений. Что же касается электронов, то в рассматриваемых разрядах они, как правило, являются замагниченными и вследствие осцилляций в магнитном поле проходят путь, существенно превышающий длину промежутка. Следовательно, при рассмотрении движения электронов, несмотря на формальное выполнение условий Кнудсеновского режима учет столкновений необходим.

Учитывая, что оба рассмотренных при анализе разряда с полым катодом случая  $v_i \sim \text{const}$ ,  $\sigma_i \sim \text{const}$  дают близкие результаты, а также то, что допущение  $v_i \sim \text{const}$  ( $\sigma_i \sim 1/v$ ) более точно соответствует ходу экспериментальных зависимостей сечения ионизации в характерном для быстрых частиц диапазоне

энергий, ограничимся для разряда в магнитном поле анализом только этого случая. Считая, что по истечении времени релаксации  $\tau_r$  быстрая частица утрачивает способность к ионизации и переходит в группу медленных частиц, запишем уравнение непрерывности для быстрых частиц в следующем виде:

$$\frac{d(n_f v_f)}{dx} = \frac{n_f}{\tau_r}, \quad (7.1)$$

где  $n_f$ ,  $v_f$  – концентрация и средняя скорость направленного движения быстрых частиц поперек магнитного поля. В правой части (7.1) нет знака минус, так как за положительное направление для потоков как быстрых, так и медленных электронов будем считать направление от катода к аноду. Поток быстрых частиц определяется диффузией поперек магнитного поля

$$n_f v_f = D_f \frac{dn_f}{dx}, \quad (7.2)$$

где  $D_f$  – коэффициент диффузии, а дрейфовой составляющей можно пренебречь, так как слабое электрическое поле, имеющееся в плазме, не оказывает существенного влияния на движение быстрых частиц. Убедимся, что это предположение является справедливым. Оценим отношение характерного расстояния  $l$ , проходимого быстрым электроном в результате дрейфа за время релаксации, к характерной диффузионной длине  $l_D$ , определяемой следующим соотношением

$$l_D = \sqrt{D_f \tau_r}. \quad (7.3)$$

Для подвижности быстрых электронов можно записать следующее соотношение:

$$\mu_f = \frac{e v_f}{m \omega^2}, \quad (7.4)$$

где  $\nu_f$  – эффективная частота столкновений для быстрых электронов;  $\omega$  – ларморовская частота электрона. В (7.4) учтено, что для замагниченных электронов  $\nu_f \ll \omega$ . Учитывая также, что квадрат скорости быстрой частицы меняется от  $2eU_c/m$ , где  $U_c$  – катодное падение, практически до 0 и в среднем

составляет величину  $\sim eU_c/m$ , запишем для коэффициента диффузии быстрых частиц следующее выражение:

$$D_f = \frac{eU_c}{3m} \frac{v_f}{\omega^2}. \quad (7.5)$$

Перепад потенциала на плазменной области рассматриваемых разрядов составляет величину порядка  $kT_e/e$ . Поскольку протяженность катодного слоя, как правило, существенно меньше размера плазменной области, то среднюю напряженность электрического поля в плазме можно оценить как

$$E = \frac{kT_e}{ed}. \quad (7.6)$$

Используя (7.4) – (7.6), получаем

$$\frac{l}{l_D} = \frac{\mu_f E \tau_r}{\sqrt{D_f \tau_r}} \approx \sqrt{\frac{v_f}{v_i}} \frac{R_L}{d} \frac{kT_e}{\sqrt{eU_c W}}, \quad (7.7)$$

где  $R_L \sim \sqrt{eU_c / m} / \omega$  - характерный Ларморовский радиус быстрых электронов. В (7.7) отношение  $l/l_D$  представлено в виде произведения трех сомножителей, первый из которых  $\sqrt{v_f / v_i}$  является величиной порядка единицы, второй  $R_L/d$  для рассматриваемого разряда обязательно меньше единицы, так как в противном случае электроны сразу уйдут на анод и никаких осцилляций не будет, и наконец, третий сомножитель  $kT_e / \sqrt{eU_c W}$  является величиной много меньше единицы, так как тепловая энергия плазменных электронов существенно меньше и энергии быстрых частиц и энергетической цены иона. Таким образом, и в целом рассматриваемое отношение является величиной много меньше единицы, а значит, дрейфовой составляющей потока быстрых частиц можно пренебречь по сравнению с диффузионной.

Для потока плазменных электронов существенными являются и диффузионная и дрейфовая составляющая

$$n_e v_e = D_e \frac{dn_e}{dx} - \mu_e n_e \frac{d\phi}{dx}, \quad (7.8)$$

где  $n_e$ ,  $v_e$ ,  $D_e$  и  $\mu_e$  – концентрация, средняя скорость направленного движения, коэффициент диффузии и коэффициент подвижности медленных электронов в поперечном магнитном поле, а  $\varphi$  - потенциал. Уравнение непрерывности для медленных частиц запишем в следующем виде:

$$\frac{d(n_e v_e)}{dx} = -v_i n_f. \quad (7.9)$$

Для большей точности в правую часть (7.9) следовало бы добавить член, соответствующий переходу электронов из группы быстрых частиц в группу медленных, но он существенно меньше ионизационного члена и им можно пренебречь. Что касается уравнения непрерывности для ионов, то оно выглядит аналогично

$$\frac{d(n_i v_i)}{dx} = v_i n_f, \quad (7.10)$$

где  $n_i$  и  $v_i$  – концентрация и средняя скорость ионов, но в правой части нет знака минус, так как за положительное направление для ионного потока принято направление от анода к катоду. Уравнение движения ионов будем использовать в упрощенной форме без столкновительного члена

$$\frac{d(n_i v_i^2)}{dx} = -\frac{en_i}{M} \frac{d\varphi}{dx}, \quad (7.11)$$

где  $M$  – масса иона.

### 7.2.2. Условие самостоятельности разряда

Комбинируя уравнения (7.1) и (7.2), можно получить дифференциальное уравнение второго порядка для  $n_f$

$$n_f - l_D^2 \frac{d^2 n_f}{dx^2} = 0. \quad (7.12)$$

Одно из двух необходимых для решения этого уравнения граничных условий определяется процессами на катоде

$$n_f(d) v_f(d) = D_f \left( \frac{dn_f}{dx} \right)_{x=d} = \frac{\gamma j_c}{e}, \quad (7.13)$$

где  $j_c$  – плотность ионного тока на катоде. В качестве второго можно выбрать обращение  $n_f$  в 0 на поглощающей стенке, т.е. на аноде

$$n_f(0) = 0. \quad (7.14)$$

Удовлетворяющее обоим граничным условиям решение имеет следующий вид

$$n_f = \frac{\gamma j_c l_D sh(x/l_D)}{e D_f ch(d/l_D)}. \quad (7.15)$$

Считая, что все образующиеся в промежутке ионы поступают на катод, можно записать следующее выражение для плотности ионного тока на катоде

$$j_c = \int_0^d e v_i n_f dx = \frac{\gamma j_c v_i l_D^2}{D_f ch(d/l_D)} (ch(d/l_D) - 1). \quad (7.16)$$

Из (7.16) вытекает, что для самоподдержания разряда должно выполняться следующее условие:

$$\gamma v_i \tau_r \left( 1 - \frac{1}{ch(d/l_D)} \right) = 1. \quad (7.17)$$

Вводя в рассмотрение параметр

$$B_0 = \frac{3}{2} \frac{\sqrt{m W v_f / v_i}}{\gamma e d} \quad (7.18)$$

и безразмерную переменную

$$b = \frac{B}{B_0}, \quad (7.19)$$

можно преобразовать (7.17) к следующему виду:

$$u \left( 1 - \frac{1}{ch(2,61b/u)} \right) = 1. \quad (7.20)$$

В этом соотношении используется также безразмерное напряжение  $u$ , которое определяется тем же выражением  $u = U/U_0$ , что и при рассмотрении разряда с полым катодом, где обсуждался физический смысл параметра  $U_0$ . Для выяснения физического смысла параметра  $B_0$  проведем еще некоторые

преобразования. Из (7.20) можно получить явное выражение для зависимости  $b(u)$

$$b = \frac{u}{2,61} \operatorname{Arccsr} \left( \frac{u}{u-1} \right). \quad (7.21)$$

Функция (7.21) имеет в точке  $u=1,73$  минимум, равный единице. Соответственно, обратная функция  $u(b)$ , определяющая зависимость напряжения горения разряда от индукции магнитного поля, имеет область определения  $b \geq 1$  и является в этой области двузначной (см. рис. 7.7), а при  $b < 1$  или, соответственно, при  $B < B_0$  выполнение условия самостоятельности невозможно ни при каком напряжении. Таким образом,  $B_0$  это минимальное значение индукции магнитного поля, при котором еще возможно горение рассматриваемой формы разряда.

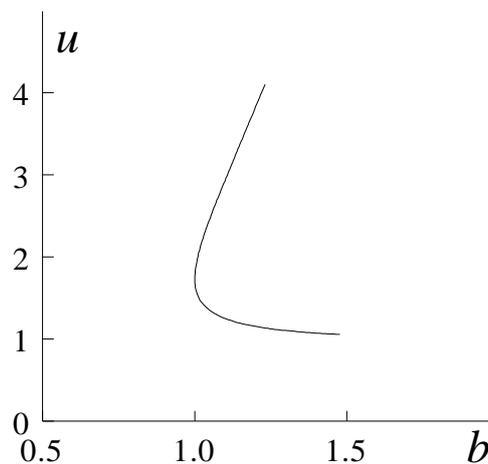


Рис. 7.7. Зависимость напряжения горения от магнитной индукции

Оценки  $B_0$  по приведенному выражению согласуются по порядку величины с результатами экспериментов, описанных в разделе 7.1, а также выполненных в работе [16], в которой исследовался разряд в системе обращенный магнетрон, состоящей из двух коаксиальных цилиндров с близкими радиусами, так что условия этого эксперимента были достаточно близки к плоской геометрии. Однако следует отметить, что результаты экспериментов показывают, что нижняя граница диапазона магнитных полей

меняется с изменением давления в разряде, хотя эта зависимость и является довольно слабой. Например, в [16] при давлении газа 0,3 Па сильноточный разряд удавалось инициировать при  $B = 14$  мТ, а при увеличении давления в 2 раза магнитную индукцию удалось уменьшить до 13 мТ. Излагаемая модель в силу сделанных допущений ( $v_i \sim \text{const}$ ,  $v_f \sim \text{const}$ ) не описывает этот слабый эффект.

Физический смысл возникновения двузначности функции  $u(b)$ , по-видимому, тот же, что и у двузначности функции  $u(p)$  для разряда с полым катодом. В условиях, соответствующих нижней ветви, электроны сравнительно медленно движутся поперек магнитного поля и успевают растратить почти всю свою энергию на ионизацию. В условиях же, соответствующих верхней ветви, быстрые частицы обладают высокой энергией и могут осуществить большое число ионизаций, но они и быстрее диффундируют поперек магнитного поля и уходят на анод, успев растратить лишь незначительную часть своей энергии. Впрочем, как и для разряда с полым катодом, следует сказать, что качественный вид экспериментальных зависимостей  $U(B)$  соответствует нижней ветви приведенной зависимости. Что же касается верхней ветви, то такие растущие зависимости наблюдались в экспериментах по зажиганию разряда, но автору не известны работы, в которых наблюдались бы такого рода зависимости для напряжения горения разряда. По-видимому, состояния, соответствующие верхней ветви являются неустойчивыми. В подтверждение этого можно провести рассуждения, полностью аналогичные тем, что были сделаны при анализе двузначности функции  $u(p)$ .

Выполнение условия самостоятельности является необходимым, но не достаточным условием для реализации рассматриваемой формы разряда. Необходимо еще выяснить, при каких условиях квазинейтральная плазма будет заполнять весь промежуток от прикатодного ионного слоя до анода и вблизи анода не появится электронный слой. Пренебрегая вкладом быстрых частиц в полный отрицательный заряд, запишем условие квазинейтральности в виде

$$n_e = n_i = n. \quad (7.22)$$

При найденной функции  $n_f(x)$  решение системы уравнений (7.8)-(7.11), (7.22) не вызывает особых затруднений. Для плотностей электронного и ионного потоков получается соответственно

$$nv_e = \frac{j_c}{e} \frac{ch(d/l_D) - ch(x/l_D)}{ch(d/l_D) - 1}, \quad (7.23)$$

$$nv_i = \frac{j_c}{e} \frac{ch(x/l_D) - 1}{ch(d/l_D) - 1}. \quad (7.24)$$

Для определения концентрации плазмы комбинируем уравнения (7.10) и (7.11) и, избавляясь от членов, содержащих  $d\phi/dx$ , получаем после некоторых преобразований следующее уравнение:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{(nv_i)^2}{n} + nv_b^2 \right) = \frac{env_e}{M\mu_e}. \quad (7.25)$$

Проинтегрируем записанное уравнение в пределах от некоторой точки  $x$  до границы между плазмой и ионным слоем, при этом пренебрегаем толщиной катодной области и считаем, что эта граница находится в точке  $x \approx d$ ,

$$\left( \frac{(j_c/e)^2}{n(d)} + n(d)v_b^2 \right) - \left( \frac{(nv_i)^2}{n} + nv_b^2 \right) = \int_x^d \frac{env_e dx}{M\mu_e}. \quad (7.26)$$

Разрешая полученное выражение относительно  $n$  получаем

$$n = \frac{g(x) + \sqrt{g^2(x) - 4(nv_i)^2 v_b^2}}{2v_b^2}, \quad (7.27)$$

где

$$g(x) \equiv \left( \frac{(j_c/e)^2}{n(d)} + n(d)v_b^2 \right) - \int_x^d \frac{env_e dx}{M\mu_e}. \quad (7.28)$$

Полученная формула (7.27) имеет физический смысл лишь тогда, когда выражение, стоящее под знаком квадратного корня, положительно, а точки, в которых это выражение обращается в 0, являются границами квазинейтральной плазмы. Одна из таких точек это граница между плазмой и прикатодным слоем. Учитывая, что  $f(d) = 0$  и  $nv_i(d) = j_c/e$ , получаем

$$\left( \frac{(j_c/e)^2}{n(d)} + n(d)v_b^2 \right) - \frac{2j_c v_b}{e} = 0, \quad (7.29)$$

откуда для концентрации плазмы на границе с прикатодным ионным слоем находим

$$n(d) = \frac{j_c}{ev_b}. \quad (7.30)$$

Поскольку нас интересует случай, когда плазма заполняет весь газоразрядный промежуток от прикатодного слоя до анода, то во всем остальном промежутке подкоренное выражение должно быть положительным и, лишь, в крайнем случае, оно может обратиться в 0 на аноде. Учитывая, что ионный ток на аноде равен нулю, а концентрация не может быть отрицательной, получаем, что для реализации рассматриваемой формы разряда необходимо выполнение условия  $g(0) \geq 0$ , что обеспечивается, если

$$f(0) = \int_0^d \frac{env_e dx}{M\mu_e} = \frac{j_c}{M\mu_e} \left( \frac{dch(d/l_D) - l_D sh(d/l_D)}{ch(d/l_D) - 1} \right) < \frac{2j_c v_b}{e}. \quad (7.31)$$

Учитывая, что коэффициент подвижности электронов поперек магнитного поля пропорционален концентрации нейтрального газа  $N$ , можно преобразовать (7.31) к следующему виду:

$$Nd \geq \frac{m}{2M} \frac{(\omega d)^2}{v_b k_e} F(b), \quad (7.32)$$

где  $k_e = v_e/N$  – эффективная частота столкновений плазменных электронов, отнормированная на единичную концентрацию нейтрального газа, а функция  $F(b)$ , определяемая соотношением:

$$F(b) = u(b) \left( 1 - \frac{th(2,61b/u(b))}{2,61b/u(b)} \right), \quad (7.33)$$

слабо меняется с ростом  $b$  (от 0,7 при  $b = 1$  до 1 при  $b \rightarrow \infty$ ) и при проведении оценок вполне может быть заменена на единицу. Соотношение (7.32) определяет нижнюю границу рабочего диапазона давлений рассматриваемой формы разряда. Интересно отметить, что это соотношение можно

преобразовать к эквивалентной форме, имеющей простую физическую интерпретацию,

$$\overline{v_{ed}} \approx \frac{\mu_e k T_e}{ed} \geq \frac{v_b}{2} \approx \overline{v_i}. \quad (7.34)$$

Таким образом, переход от высоковольтной к сильноточной форме разряда при повышении давления становится возможным не вследствие более интенсивной ионизации, на что указывалось в работах [8,16], а благодаря обеспечению сравнимой или более высокой, чем скорость ухода ионов скорости дрейфового движения электронов поперек магнитного поля. Таким образом ситуация в разрядах с магнитным полем отличается от того, что имелось в разряде с полым катодом, где повышение давления до некоторого уровня было необходимо именно для обеспечения более интенсивной ионизации и выполнения условия самостоятельности разряда.

Наименьшее рабочее давление  $P_m$  достигается при минимально возможной индукции магнитного поля и может быть определено по формулам:

$$P_m = \frac{0,35kTm}{k_e v_b M d} (\omega_0 d)^2 = \frac{0,78kTWv_f}{\gamma^2 k_e v_b M d v_i}, \quad (7.35)$$

где  $\omega_0 = eB_0/m$ . При  $P = P_m$  горение исследуемого разряда возможно лишь при единственном значении индукции магнитного поля. С увеличением магнитного поля критическое рабочее давление возрастает примерно пропорционально квадрату магнитной индукции.

Область давлений и магнитных полей, в которой возможна реализация сильноточной формы разряда, изображена на рис. 7.8. Левее ОА в слабых магнитных полях ее поддержание невозможно вследствие недостаточной ионизации и невыполнения условия самостоятельности, а ниже кривой ОС вследствие недостаточно большой скорости движения электронов поперек магнитного поля и невозможности поддержания квазинейтрального состояния на участке от прикатодного слоя до анода.

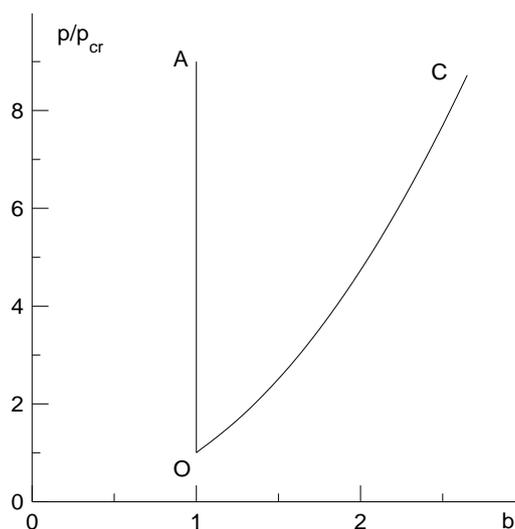


Рис.7.8. Область реализации разряда в магнитном поле

При измерении экспериментальной зависимости напряжения горения разряда от индукции магнитного поля, проводимом при поддержании постоянного давления, постепенное увеличение  $B$  может привести к тому, что рабочая точка пересечет кривую  $OC$  и в этом случае квазинейтральное состояние в прианодной области будет нарушено, и вблизи анода начнет формироваться электронный слой. При малой поверхности анода (что реализуется, например, в системе типа обращенный магнетрон) и, соответственно при большой плотности электронного тока падение напряжения на анодном слое может быть довольно большим. Измеряемая зависимость будет в этом случае немонотонной. Падающий участок, соответствующий нижней ветви зависимости  $u(b)$ , сменится растущим, так как падение напряжения на анодном слое начнет вносить существенный вклад в полное разрядное напряжение. Именно этим объясняется наблюдаемый в экспериментах рост напряжения горения после увеличения  $B$  выше некоторого значения, зависящего от давления газа. Что же касается систем Пеннинговского типа и прямого магнетрона, то здесь площадь анода велика, и плотность электронного тока вблизи анода мала. В этих условиях перепад потенциала на анодном слое не должен быть большим, и поэтому возможно сохранение падающего характера зависимостей  $U(B)$  в более широком

диапазоне магнитных полей. Появление немонотонностей, по-видимому, возможно при наложении более сильных магнитных полей, чем использованные в эксперименте.

Критическая концентрация нейтрального газа, необходимая для реализации положительно заряженной структуры, может быть существенно уменьшена при достаточной высокой степени его ионизации вследствие того, что перенос электронов поперек магнитного поля начинает идти не только за счет столкновений с нейтральными атомами, но и за счет электрон-ионных столкновений ( $\mu_e \sim \nu_e + \nu_{ei}$ ). Аналитическое решение задачи в этом случае получить не удалось, но результаты численных расчетов приводят к довольно-таки очевидным выводам. Например для случая, когда частота электрон-ионных столкновений сравнивалась с эффективной частотой электрон-атомных столкновений, было получено, что критическая концентрация может быть уменьшена примерно в 2 раза. Однако, поскольку высокая степень ионизации достигается при больших разрядных токах и сопровождается существенным увеличением температуры газа, то не следует ожидать существенного выигрыша в давлении газа. Наоборот, как показывают результаты экспериментов, при повышении разрядного тока происходит некоторое увеличение критического давления.

На рис. 7.9 представлены зависимости напряжения горения разряда от давления газа, измеренные для различных значений разрядного тока  $I_d$ , при использовании газоразрядной системы типа обращенный магнетрон с катодом, имеющим длину и диаметр 56 мм и выполненным из нержавеющей стали и анодом, выполненным из вольфрамового прутка длиной 40 мм и диаметром 3 мм. Как видно из рисунка, с увеличением тока напряжение горения возрастает и также увеличивается значение критического давления, при котором происходит погасание разряда.

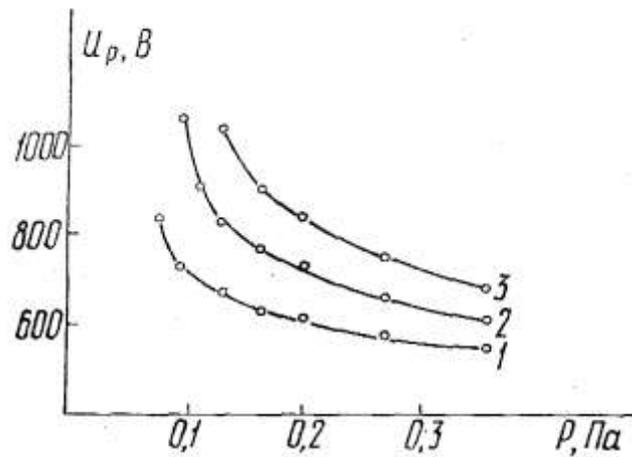


Рис.7.9. Зависимости напряжения горения от давления при  $V=9\text{мТл}$ ,  $I_d$  (А): 1 - 0.2, 2 - 0.6, 3 - 1

Другим фактором, способным существенно повлиять на величину критического давления, является то, что в сильных магнитных полях в плазме возможно возникновение шумов и неустойчивостей, приводящих к так называемой аномальной диффузии и резкому увеличению скорости движения электронов поперек магнитного поля. Это, очевидно, способствует расширению рабочего диапазона давлений, но вряд ли использование этого режима, для которого характерно наличие резких пространственных и временных неоднородностей в плазме, является целесообразным при разработке плазменных источников заряженных частиц, по крайней мере тех, которые предназначены для генерации пучков большого сечения. Если же наличие стабильной однородной плазмы не является для какого-то приложения обязательным, и в то же время желательно обеспечить пониженное давление, тогда такой режим может быть использован. В частности это, по-видимому, вполне возможно в магнетронных системах распыления.

### 7.3. Характеристики зажигания разряда в системе типа обращенный магнетрон

Проведенный в предыдущем параграфе, главах анализ позволил определить диапазон внешних параметров, при которых возможна реализация сильноточной формы разряда с положительно заряженной структурой в системах с магнитным полем. Оценки по полученным выражениям и результаты экспериментов показывают, что для наиболее широко используемых газов, таких как аргон, азот и кислород, необходимо, чтобы параметр  $Pd$  составлял величину больше или порядка  $10^{-3}$  Торр·см, а параметр  $Vd$  был больше или порядка  $10^{-2}$  Тл·см. Однако при проведении теоретического рассмотрения не затрагивался вопрос об иницировании разряда в этой области параметров, а при проведении экспериментов, как правило, использовался непрерывный режим, и разряд зажигался при существенно более высоких давлениях, после чего давление понижалось, и проводились необходимые измерения. Ясно, что такой прием не годится для импульсного - периодического режима работы. В этом случае иницирование разряда должно осуществляться в тех же газовых условиях, что и его горение.

Исследование характеристик зажигания разрядов с осциллирующими электронами при низких давлениях проводилось во многих работах, однако, следует отметить, что эти эксперименты проводились при существенно более низких давлениях, чем вышеуказанные, и в этом случае после зажигания разряда возникала высоковольтная форма разряда с напряжением горения, составляющим несколько киловольт и даже несколько десятков киловольт. Такой же порядок величины имели и напряжения зажигания разряда. Были разработаны теоретические модели процесса зажигания для этих условий, и результаты расчетов достаточно удовлетворительно согласуются с экспериментом.

В настоящем параграфе описаны результаты экспериментального исследования зажигания разряда в магнитных полях в диапазоне давлений, в котором реализуется сильноточная форма разряда.

### *7.3.1. Условия эксперимента*

Используемая в экспериментах электродную систему с равными основаниями можно назвать как системой типа обращенный магнетрон, так и системой с полым катодом в магнитном поле. Выполненный из вольфрама стержневой анод диаметром 3 и длиной 50 мм устанавливался на оси полого цилиндрического катода с закрытыми торцами. Катод был выполнен из нержавеющей стали, а его длина и диаметр были одинаковы и составляли 56 мм. Магнитное поле создавалось соленоидом. Индукция магнитного поля в центре системы регулировалась в пределах от 2 до 10 мТл. Зажигание разряда осуществлялось с помощью источника питания на основе пролетных пентодов. При подаче на управляющую сетку пентодов отпирающего сигнала на газоразрядном промежутке появлялось импульсное напряжение с амплитудой, регулировавшейся в пределах от 0,5 до 1,5 кВ. Длительность импульса напряжения составляла 300 мкс, а частота повторения импульсов  $f_r$  могла плавно регулироваться в пределах от 10 до 250 Гц. Длительность фронта импульса напряжения составляла величину порядка 1 мкс.

Давление рабочего газа, в качестве которого использовались аргон и воздух, регулировалось изменением его напуска в откачиваемую вакуумную камеру, с которой газоразрядная камера сообщалась через приосевое отверстие в торце катода диаметром 12 мм. Давление менялось в пределах от 0,1 до 0,3 Па и измерялось ионизационным датчиком, установленным в вакуумной камере. Предполагалось, что давление в газоразрядной системе имеет ту же величину, поскольку через нее газ не прокачивался.

В ходе экспериментов исследовалось влияние индукции магнитного поля и давления газа на время запаздывания  $\tau_d$  и напряжение зажигания  $U_{br}$  разряда. Время запаздывания определялось как длительность промежутка между моментом подачи напряжения и появлением на осциллограмме напряжения резко спадающего участка. При измерении напряжения зажигания амплитуда прикладываемого импульса постепенно уменьшалась, при этом происходило увеличение времени запаздывания и наконец при некотором значении пробой наступал в самом конце импульса напряжения. Это значение амплитуды импульса напряжения и считалось напряжением пробоя или напряжением зажигания разряда. Следует отметить, что при изменении длительности импульса напряжения получались несколько иные значения напряжения зажигания, но различие было несущественным, так как вблизи порога зажигания время запаздывания быстро нарастало с уменьшением амплитуды импульса напряжения.

### *7.3.2. Результаты экспериментов*

Первое обстоятельство, которое выявилось в ходе проведения экспериментов, это то, что в исследованном диапазоне давлений и магнитных полей имеется довольно существенная разница между напряжением зажигания и напряжением горения разряда, как по абсолютной, так и по относительной величине, и с уменьшением индукции магнитного поля эта разница возрастает (см. рис. 7.10). Значения напряжения горения, приведенные на этом рисунке, измерены при токе разряда 1 А. При увеличении тока напряжение горения несколько возрастало, но тем не менее разница по-прежнему была довольно значительна. Наблюдаемая ситуация отличается от той, которая имела место в экспериментах, когда зажигание разряда проводилось при существенно более низких давлениях и было получено, что напряжения горения и зажигания разряда близки друг к другу.

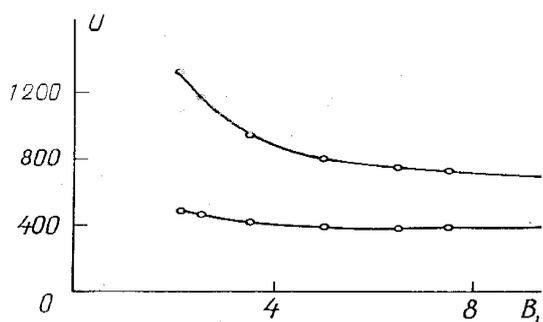


Рис. 7.10. Зависимости напряжения горения (1) и зажигания (2) от магнитной индукции при  $p = 0,25$  Па

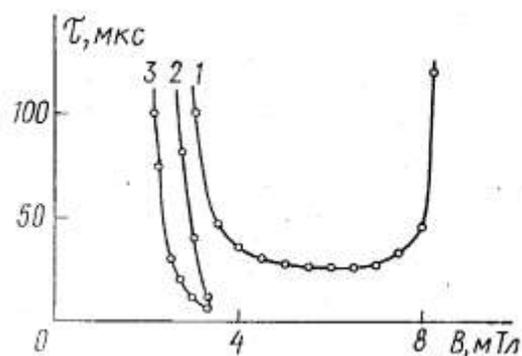


Рис. 7.11. Зависимости времени запаздывания от магнитной индукции.  $p$  (Па): 1 – 0,12; 2,3 – 0,28,  $U_a$  (кВ): 1,3 – 1,4; 2 – 1,1

Отмеченное различие в результатах экспериментов объясняется тем, что в условиях этих экспериментов реализация сильноточной формы разряда невозможна, и после зажигания возникала высоковольтная форма разряда, для которой характерно наличие отрицательного пространственного заряда, но при малых разрядных токах этот объемный заряд невелик, и он слабо искажает внешнее электрическое поле. В таких условиях, как уже отмечалось выше, движение и размножение частиц, как при зажигании, так и при горении разряда происходит примерно в одинаковых условиях, что и обуславливает близость напряжений зажигания и горения разряда. Что же касается наших экспериментов, в которых после зажигания возникала сильноточная форма разряда, то в этом случае внешнее поле существенно искажается, оно вытесняется из области возникающей плазмы и сосредотачивается в катодном слое. Казалось бы, можно было получить напряжение горения, близкое к напряжению зажигания в том случае, когда размеры плазменной области малы, но такие состояния, как было показано ранее, являются неустойчивыми и не реализуются в эксперименте. Существенная разница в распределении электрического поля и приводит, по-видимому, к различию в уровне напряжений. Судя по полученным результатам, более выгодной для ионизации является ситуация, реализуемая при горении разряда, когда электрическое поле

сосредоточено в прикатодной области, и электроны быстро набирают энергию в катодном падении.

На рис. 7.11 приведены зависимости времени запаздывания от индукции магнитного поля, снятые при различных давлениях и амплитудах импульсов напряжения. Как видно из рисунка, с уменьшением давления и амплитуды импульса время запаздывания возрастает. Возрастает также и минимальное значение индукции магнитного поля  $B_m$ , ниже которого зажигание разряда при использовании данного источника питания становится невозможным. Вблизи  $B_m$  время запаздывание максимально, а с увеличением  $B$  происходит его резкое уменьшение. Однако дальнейшее поведение величины  $\tau$  является существенно различным при разных давлениях. Если при повышенных давлениях с увеличением  $B$  запаздывание продолжает уменьшаться и падает практически до нуля (резкий рост тока и спад напряжения начинались уже на фронте импульса), то при пониженных давлениях первоначальный спад времени запаздывания сменяется по мере увеличения  $B$  растущим участком. Например при давлении аргона 0,12 Па (см. кривую 1 на рис. 7.11) время запаздывания уменьшалось до значения  $\sim 25$  мкс, и после небольшой полочки  $\tau_d$  резко возрастало и при  $B$  больше некоторого  $B_l$  зажигание разряда при использовании вышеописанного источника питания становилось невозможным.

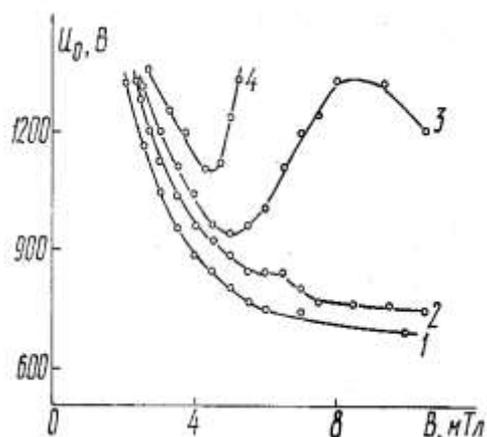


Рис.7.12. Зависимости напряжения зажигания от магнитной индукции.  
 $p(\text{Па})$ : 1 - 0.25, 2 - 0.2, 3 - 0.15, 4 - 0.1

Зависимости порогового напряжения зажигания от индукции магнитного поля, полученные при различных давлениях, приведены на рис. 7.12. Качественный вид полученных кривых тот же, что и у зависимостей  $\tau_d(B)$ . При повышенных давлениях напряжение зажигания монотонно уменьшается с усилением магнитного поля, однако этот спад идет не до нуля, а до некоторого значения, которое, как уже отмечалось, довольно значительно превышает напряжение горения разряда. При понижении давления зависимость  $U_{br}(B)$  становится немонотонной, а при давлениях вблизи нижней границы исследованного диапазона давлений диапазон магнитных полей, в котором возможно зажигание разряда, становится ограниченным не только со стороны малых, но и со стороны больших значений  $B$ . В то же время, несмотря на довольно сложный вид зависимостей  $U_{br}(B)$ , уменьшение давления при заданном значении индукции магнитного поля однозначно приводит, как это видно из рисунка, к возрастанию порога зажигания.

В целом, суммируя полученные экспериментальные результаты, можно сделать следующие выводы: С уменьшением индукции магнитного поля возрастает различие между напряжением зажигания и горения сильноточного разряда и для обеспечения надежного зажигания необходима подача на газоразрядный промежуток напряжения в 2-3 раза превышающего напряжение горения разряда. В исследованном диапазоне давлений время запаздывания и напряжение зажигания монотонно уменьшаются с увеличением давления. Кроме того, в исследованном диапазоне амплитуд импульсов напряжения время запаздывания уменьшается с увеличением амплитуды. Неожиданным и наиболее интересным физическим результатом является изменение характера зависимостей напряжения зажигания от индукции магнитного поля при изменении давления и обнаружение эффекта немонотонной зависимости  $U_{br}(B)$  вблизи нижней границы исследованного диапазона давлений. Для выяснения причин этого эффекта было проведено численное моделирование процесса

зажигания разряда методом Монте-Карло. Результаты расчетов будут представлены в следующем параграфе.

#### **7.4. Численное моделирование процесса зажигания разряда**

В настоящем параграфе проведено теоретическое рассмотрение, изложены допущения, использовавшиеся при проведении расчетов, и представлены результаты численного моделирования процесса зажигания в системе с полым катодом в магнитном поле при давлениях, соответствующих условиям проведенного эксперимента.

При проведении расчетов не ставилась цель достичь полного согласия расчетных и экспериментальных данных. Основной целью было выяснить на качественном уровне причины возникновения немонотонностей в зависимостях напряжения зажигания от индукции магнитного поля, поскольку этот эффект ни в каких ранее проведенных экспериментах не наблюдался и выяснение причин его появления представляет определенный интерес. В связи с качественным характером расчетов при их проведении использовался ряд довольно грубых допущений. В частности, для упрощения расчетов принималось, что разряд происходит между электродами в форме двух бесконечно длинных коаксиальных цилиндров. Это допущение является вполне допустимым в том случае, когда продольный размер системы много больше ее радиальных размеров, но в условиях эксперимента длина и диаметр газоразрядной камеры были одинаковы, и поэтому его использование не выглядит обоснованным. Другим допущением, существенно упрощавшим проведение расчетов, но также не вполне корректным, было предположение о том, что на промежутке наложено однородное продольное магнитное поле. В экспериментах для создания магнитного поля использовался короткий соленоид, продольный размер которого был не больше, а меньше продольного

размера газоразрядной камеры, и, конечно, реальная конфигурация магнитного поля была далека от однородной.

Использование этих, а также ряда других допущений, указанных ниже, не позволило получить детального совпадения экспериментальных и расчетных данных, но тем не менее в ходе расчетов были получены зависимости, качественный вид которых совпадал с обнаруженным в эксперименте, и удалось выявить основные факторы, влияющие на уровень и поведение напряжения зажигания, и объяснить полученные закономерности.

#### *7.4.1. Движение электронов в электрическом и магнитном полях*

Электроны, эмиттированные катодом, начинают под действием электрического поля движение к аноду. Магнитное поле отклоняет их и в результате электроны, не испытавшие при первом пролете через полость ни одного столкновения, подлетают к нему с той же энергией, которая имела в момент вылета из катода, и могут либо отразиться от поверхности катода либо поглотиться ею. В последнем случае с некоторой вероятностью может произойти вторичная электрон-электронная эмиссия. Следует отметить, что отраженные электроны также часто рассматривают как вторичные и вводят в рассмотрение эффективный коэффициент вторичной эмиссии  $\delta^*$ , равный сумме вероятностей "истинной" вторичной эмиссии и отражения. Поскольку никакой существенной разницы между истинно вторичными и отраженными электронами нет, то будем считать, что  $\gamma$ -электрон, пролетевший через полость без столкновений после взаимодействия с поверхностью с вероятностью  $\delta^*$  продолжает движение и, соответственно, с вероятностью  $(1-\delta^*)$  поглощается катодом. Аналогичная ситуация возникает после второго, третьего и т.д. пролета через полость. Если же электрон во время движения через полость испытал столкновение и потерял часть своей энергии, то он уже не достигнет поверхности катода и не будет ею поглощен. Обозначив вероятность испытать

столкновение в течение одного пролета через полость через  $P_c$  можно для вероятности возврата электрона на катод записать следующее выражение

$$P_b = (1 - P_c)(1 - \delta^*) + (1 - P_c)^2 \delta^* (1 - \delta^*) + (1 - P_c)^3 \delta^{*2} (1 - \delta^*) + \dots \quad (7.36)$$

Первый член в правой части уравнения (7.36) есть вероятность вернуться на катод после первого пролета через полость, второй член дает вероятность поглощения после второго пролета и т.д. Вынося  $(1 - P_c)(1 - \delta^*)$  за скобки преобразуем (7.36) к виду

$$P_b = (1 - P_c)(1 - \delta^*)(1 + (1 - P_c)\delta^* + (1 - P_c)^2 \delta^{*2} + \dots), \quad (7.37)$$

из которого видно, что выражения в скобках представляют собой геометрическую прогрессию с коэффициентом  $q = (1 - P_c)\delta^*$ . Используя выражение для суммы членов геометрической прогрессии, получаем для вероятности ухода на катод следующее выражение:

$$P_b = \frac{(1 - P_c)(1 - \delta^*)}{1 - (1 - P_c)\delta^*}. \quad (7.38)$$

Вероятность столкновения за время одного пролета через полость можно рассчитать, используя следующее выражение:

$$P_c = 1 - \exp\left(-2N \int_1^{\rho_1} \sigma_{tot}(\epsilon(\rho)) dl(\rho)\right), \quad (7.39)$$

где  $\rho_1$  – точка поворота траектории электрона (точка, в которой радиальная составляющая скорости меняет знак);  $\sigma_{tot}$  – полное сечение рассеяния, то есть сумма сечений ионизации, возбуждения и упругого рассеяния. Множитель 2 появился вследствие симметрии траектории относительно точки поворота. Поскольку относительно полного сечения имеются достаточно надежные экспериментальные данные, то коэффициент  $P_c$  можно рассчитать с хорошей точностью. К сожалению этого нельзя сказать о коэффициенте  $\delta^*$ , данные о котором скудны и противоречивы, что, по-видимому, связано с тем обстоятельством, что на вероятность вторичной электрон-электронной эмиссии существенно влияет состояние поверхности [22]. В связи с этим коэффициент

$\delta^*$  рассматривался при расчетах как подгоночный параметр, и его значение варьировалось в пределах от 0 до 1.

Непоглощенные электроны постепенно движутся к аноду, испытывая по пути упругие и неупругие, в том числе ионизационные столкновения. Аналогичным образом ведут себя вторичные электроны, они тоже могут образовывать новые заряженные частицы путем ионизации, пока не уйдут на анод. Уход вторичных электронов на катод невозможен, так как они не имеют достаточной для этого энергии. Так происходит до тех пор, пока все электроны не покинут разрядную камеру. В результате электронного размножения в разрядной камере появляется некоторое число ионов  $N_i$ , которые под действием электрического поля устремляются к катоду. При взаимодействии с катодной поверхностью каждый ион образует  $\gamma$  электронов и в результате для коэффициента электронного размножения  $\mu$  получаем

$$\mu = \gamma N_i. \quad (7.40)$$

Коэффициент вторичной ион-электронной эмиссии стали рассчитывался по эмпирической формуле

$$\gamma = 0,016(e\varphi_i - 2e\varphi_{\text{вых}}) \approx 0,11, \quad (7.41)$$

предложенной в [17], где  $e\varphi_{\text{вых}} = 4,31$  эВ – работа выхода.

Очевидно, что для развития самостоятельного разряда необходимо выполнение условия

$$\mu(U, B, P) \geq 1. \quad (7.42)$$

Конфигурация электродов и наличие в системе магнитного поля налагает свои особенности на процесс зажигания. Во-первых, коэффициент электронного размножения зависит теперь ещё и от индукции магнитного поля, а во-вторых, становится существенным, как уже отмечалось выше, процесс ухода первичных электронов на катод. Для учета этого процесса вводился эффективный коэффициент вторичной эмиссии

$$\gamma^* = \gamma(1 - P_b). \quad (7.43)$$

При сделанных допущениях относительно электродной геометрии распределение потенциала в промежутке между двумя коаксиальными цилиндрами описывается простой аналитической зависимостью

$$\varphi(r) = -U \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{r_a}\right)}{\ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)}, \quad (7.44)$$

где  $r_c$  – радиус катода, а  $r_a$  – радиус анода, потенциал анода принят равным нулю, а потенциал катода равен  $-U_c$ . Уравнения движения заряженной частицы в электрическом и магнитном полях в общем случае приведены в работе [23]. Для рассматриваемой задачи с однородным продольным магнитным полем в цилиндрической системе координат  $(r, \phi, z)$  они существенно упрощаются и принимают следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\phi}{dt} \right)^2 = \frac{e}{m} E(r) + \frac{eB}{m} r \frac{d\phi}{dt} \\ \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{d\phi}{dt} \right) = - \left( \frac{eB}{m} \right) \frac{dr}{dt} \\ \frac{d^2 z}{dt^2} = 0 \end{cases} \quad (7.45)$$

Введем некоторые обозначения и перейдем к безразмерным величинам в уравнениях движения. Второе уравнение системы (7.45) можно преобразовать к следующему виду:

$$\frac{d}{dt} \left( r^2 \cdot \left( \frac{d\phi}{dt} + \frac{eB}{2m} \right) \right) = 0. \quad (7.46)$$

При такой форме записи становится очевидным, что величина  $\left( r^2 \cdot \left( \frac{d\phi}{dt} + \frac{eB}{2m} \right) \right)$  является интегралом движения, который в дальнейшем будем обозначать через  $M^*$ . Вводя также обозначения

$$\omega^* = \frac{eB}{2m}, \quad (7.47)$$

$$\varepsilon^* = m \cdot (r_c \cdot \omega^*)^2, \quad (7.48)$$

и

$$u^* = \frac{eU_c}{\varepsilon^* \cdot \ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)} \quad (7.49)$$

перейдем к безразмерным переменным

$$\zeta = \frac{z}{r_c}, \quad \tau = t \cdot \omega^*, \quad \rho = \frac{r}{r_c} \quad (7.50)$$

и интегрируя уравнения, получим следующую систему:

$$\begin{cases} \frac{d\zeta}{d\tau} = \text{const} \\ \frac{\partial\phi}{\partial\tau} = \frac{M^*}{\omega^* r_c^2 \rho^2} - 1 \\ \left(\frac{\partial\rho}{\partial\tau}\right)^2 = 2 \cdot \left(\varepsilon_r + \frac{M^*}{\omega^* r_c^2}\right) - \rho^2 - \left(\frac{M^*}{\omega^* r_c^2 \rho}\right)^2 - 2 \cdot u \cdot \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right), \end{cases} \quad (7.51)$$

где  $\rho_0$  – начальная координата частицы, а

$$\varepsilon_r = \frac{m}{2\varepsilon^*} \left( v_r^2 + r^2 \left( \frac{d\phi}{dt} \right)^2 \right) \Big|_{t=0}, \quad (7.52)$$

это начальная кинетическая энергия радиального движения, отнормированная на  $\varepsilon^*$ . Выражение для элементарного отрезка пути электрона в безразмерных переменных выглядит следующим образом:

$$dl = \sqrt{2 \cdot \left( v_z^2 + \varepsilon_r - u \cdot \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) \right)} \cdot d\rho. \quad (7.53)$$

#### 7.4.2. Элементарные процессы

При анализе столкновений электронов рассматривались процессы однократной ионизации, возбуждения первого электронного уровня и упругие

столкновения. Процессы двукратной, трехкратной и т. д. ионизации, процесс рекомбинации и процессы возбуждения 2-го, 3-го и т. д. электронных уровней не учитывались, так как их вероятность мала по сравнению с вышеперечисленными процессами при рассмотрении процессов ионизации, возбуждения и упругого столкновения принималось, что атомы аргона неподвижны. Это приближение вполне допустимо в силу большого различия масс атома и электрона.

Для расчета сечений ионизации и возбуждения использовались приближенные формулы, приведенные в работе [21]:

$$\sigma_i = a \cdot \frac{z \cdot e^4}{(4\pi\epsilon_0 e\varphi_i)^2} \cdot \ln\left(\frac{\varphi_i}{\varphi^*} x\right) \cdot \frac{(x-1)}{x^2}, \quad (7.54)$$

где

$$x = \frac{\epsilon}{e\varphi_i}, \quad (7.55)$$

и

$$\sigma_{ex} = a \cdot \frac{z \cdot e^4}{(4\pi\epsilon_0 \cdot e\varphi_i)} \cdot \ln\left(\frac{\varphi_i}{\varphi^*} x^*\right) \cdot \frac{\left(\frac{\varphi_i}{\varphi^*} x^* - 1\right)}{(x^*)^2}, \quad (7.56)$$

где

$$x^* = \begin{cases} \frac{\epsilon}{e\varphi_i}, & \epsilon \leq e\varphi_i \\ 1, & \epsilon > e\varphi_i \end{cases}. \quad (7.57)$$

В записанных выражениях использованы также следующие обозначения:  $z=18$  – заряд атома аргона,  $\varphi^* = 14,55$  эВ – энергия возбуждения первого электронного уровня,  $a=0,8 \div 1,2$  – поправочный коэффициент. При учете упругого взаимодействия использовались экспериментальные данные, приведенные в работе [14], которые аппроксимировались следующими формулами:

$$\sigma_{el} = \begin{cases} 1,58 \cdot 10^{-20} \varepsilon, & \varepsilon < 15 \text{эВ} \cdot \\ 33,6 \cdot 10^{-20} - 0,66 \cdot 10^{-20} \varepsilon, & 15 \text{эВ} \leq \varepsilon \leq 30 \text{эВ} \\ \frac{113,204 \cdot 10^{-20}}{\varepsilon^{2/3}}, & \varepsilon > 30 \text{эВ} \end{cases} \quad (7.58)$$

При проведении расчетов принималось, что при ионизации электрон теряет энергию  $e\varphi_i$  и при этом сохраняет прежнее направление движения, а вновь образованный электрон имеет нулевую скорость. При возбуждении атома также считалось, что электрон сохраняет направление движения и теряет энергию  $e\varphi^*$ . Относительно упругих столкновений использовались два различных допущения. В одном случае считалось, что в каждом акте упругого рассеяния электрон отклоняется на средний угол (или точнее на угол, косинус которого равен усредненному косинусу угла рассеяния). В другом случае считалось, что вероятность упругого рассеяния пропорциональна не полному, а транспортному сечению, но при этом считалось, что электрон после каждого столкновения "изотропизуется", т.е. вероятность его движения в любом направлении считалась одинаковой. Существенного отличия в результатах расчетов между этими двумя случаями не было обнаружено. Считалось, что в случае упругого столкновения электрон теряет долю энергии  $\frac{2m}{M}(1 - \cos\vartheta)$ , где  $\vartheta$  – полярный угол рассеяния.

Для расчета среднего числа ионов, образовавшихся в разрядном промежутке в результате старта одного электрона с катода, использовалась Монте-Карловская процедура, несколько отличающаяся от общепринятой. Отличие связано с тем, что при низких давлениях частота столкновений существенно меньше, чем частота осцилляций в магнитном поле и электрон успевает за промежутки времени от одного столкновения до другого многократно побывать во всех точках  $\rho$  доступной для него области. В этих условиях нет необходимости полностью отслеживать траекторию электрона от одного столкновения до другого, а можно принять, что вероятность

столкновения в некоторой точке  $\rho$  пропорциональна сечению рассеяния в этой точке. В связи с этим определение координаты столкновения проводилось следующим образом. Генерировалось случайное число  $x$  в промежутке  $[0;1]$ , и для нахождения точки, в которой произошло столкновение  $\rho^*$  решалось уравнение

$$x = \frac{\int_{\rho_{\min}}^{\rho^*} \sigma_{tot}(\varepsilon(\rho)) dl(\rho)}{\int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \sigma_{tot}(\varepsilon(\rho)) dl(\rho)}, \quad (7.59)$$

где  $\rho_{\min}$  и  $\rho_{\max}$  - минимальная и максимальная координаты, которых электрон достигает в процессе осцилляций. Расчет траектории и определение этих координат осуществлялись при решении системы уравнений движения. Для электрона, стартовавшего с поверхности катода значение  $\rho_{\max}$ , очевидно, равно 1. Если в процессе расчета траектории оказывалось, что частица достигает анода, то эта частица выбывала из рассмотрения. В ряде расчетов учитывалось, что при движении от точки последнего столкновения до анода частица имеет некоторую вероятность испытать столкновение, но поскольку при низких давлениях эта вероятность мала, то существенного изменения конечных результатов расчета при таком учете не было обнаружено.

После определения точки столкновения определялся тип столкновения с использованием стандартной процедуры. В точке  $\rho^*$  рассчитывались сечения ионизации, возбуждения и упругое. Отрезок  $[0;1]$  разбивался на три части, пропорциональные сечениям и генерировалось случайное число  $x$ . Тип столкновения определялся тем, в какую из трех частей попало сгенерированное случайное число, и затем и в зависимости от этого тем или иным образом пересчитывались параметры траектории электрона.

В случае ионизации координата возникшего электрона запоминалась для последующего участия в розыгрыше, а число ионов  $N_i$  увеличивалось на 1.

Параметры новой траектории исходного электрона пересчитывались с использованием следующих соотношений:

$$\rho_0 = \rho^* v_z^* = v_z \left( 1 - \frac{e\varphi_i}{\varepsilon(\rho^*)} \right) v_r^* = \left( v_r - u \cdot \ln \left( \frac{\rho^*}{\rho_0} \right) \right) \cdot \left( 1 - \frac{e\varphi_i}{\varepsilon(\rho^*)} \right)$$

$$\alpha^* = \arctg \left( \frac{\frac{l}{\rho^*} + \rho^*}{2 \cdot (v_r + l) - (\rho^*)^2 - \left( \frac{l}{\rho^*} \right)^2 - 2 \cdot u \cdot \ln \left( \frac{\rho^*}{\rho_0} \right)} \right), \quad (7.60)$$

где  $\rho^*$  – точка столкновения,  $v_z^*, v_r^*, \alpha^*$  – новые параметры траектории. В случае возбуждения формулы для пересчета аналогичны, но энергия ионизации меняется на энергию возбуждения.

В случае упругого столкновения, обычным способом разыгрывались азимутальный и полярный углы рассеяния  $\varphi, \vartheta$  и определялась доля потерянной энергии  $\frac{2m}{M}(1 - \cos \vartheta)$ . Формулы для пересчета параметров траектории электрона следующие:

$$\rho_0 = \rho^*,$$

$$v_z^* = \left( v_z + v_r - u \cdot \ln \left( \frac{\rho^*}{\rho_0} \right) \right) \cdot \left( 1 - \frac{2m}{M}(1 - \cos \vartheta) \right) \cdot \left[ \sqrt{\frac{v_z}{v_z + v_r}} \cos \vartheta + \sqrt{\frac{v_r}{v_z + v_r}} \sin \vartheta \cdot \cos \varphi \right]^2,$$

$$v_r^* = \left( v_z + v_r - u \cdot \ln \left( \frac{\rho^*}{\rho_0} \right) \right) \cdot \left( 1 - \frac{2m}{M}(1 - \cos \varphi) \right).$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \left[ \left( \sqrt{\frac{v_r}{v_z + v_r}} \cos \vartheta - \sqrt{\frac{v_z}{v_z + v_r}} \sin \vartheta \cdot \cos \varphi \right)^2 + \sin^2 \vartheta \cdot \sin^2 \varphi \right], \\
\alpha^* = & \operatorname{arctg} \left( \frac{\frac{l}{\rho^*} + \rho^*}{2 \cdot (v_r + l) - (\rho^*)^2 - \left( \frac{l}{\rho^*} \right)^2 - 2 \cdot u \cdot \ln \left( \frac{\rho^*}{\rho_0} \right)} \right) + \\
& + \operatorname{arctg} \left( \frac{\sin \vartheta \cdot \sin \varphi}{\left( \sqrt{\frac{v_r}{v_z + v_r}} \cos \vartheta - \sqrt{\frac{v_z}{v_z + v_r}} \sin \vartheta \cdot \cos \varphi \right)} \right).
\end{aligned} \tag{7.61}$$

После пересчета параметров рассчитывалась новая траектория, и так продолжалось до тех пор, пока электрон не достигнет анода. Затем подобным образом рассматривались все электроны, которые образовались в разрядном промежутке. При этом в результате ионизации снова возникали электроны, которые также принимали участие в розыгрыше, продолжавшемся до тех пор, пока в промежутке не останется ни одного электрона. Затем начинался новый цикл со старта с катода нового  $\gamma$ -электрона. После прогонки достаточно большого числа электронов результаты усреднялись.

### 7.4.3. Результаты расчетов

Зависимости эффективного коэффициента вторичной ион-электронной эмиссии от индукции магнитного поля приведены на рис. 7.13. При увеличении  $B$  эффективный коэффициент монотонно уменьшается, то есть увеличивается доля  $\gamma$ -электронов, которые возвращаются обратно на катод. Это легко объясняется тем, что магнитное поле увеличивает кривизну траектории

электрона, за счет чего уменьшается длина пролета через полость и, соответственно, вероятность столкновения во время этого пролета. Качественный вид кривых не меняется при изменении давления и варьировании коэффициента вторичной электрон-электронной эмиссии.

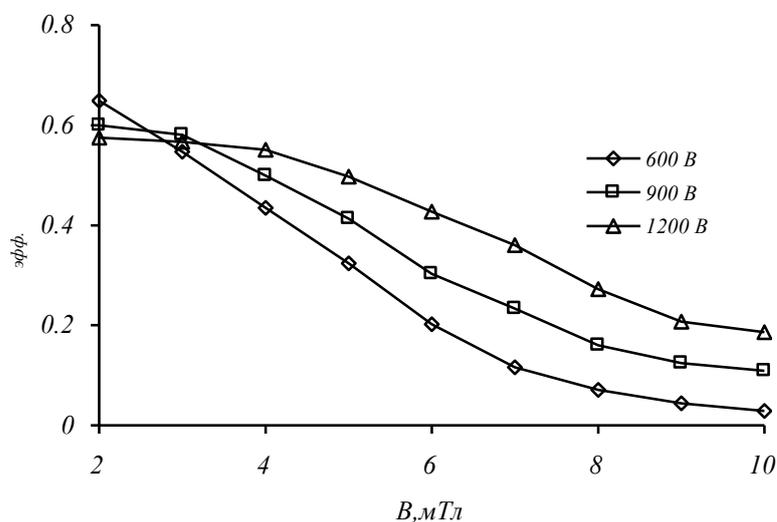


Рис. 7.13.  $\gamma_{эфф}(B)$  при разных  $U_0$ ,  $p = 0,25$  Па

На рис. 7.14 приведены зависимости  $\gamma^*(U_-)$  при различных значениях индукции магнитного поля и давлениях. Как видно из рисунка, при высоких значениях индукции магнитного поля зависимости являются возрастающими, а при низких убывающими. Различие в характере кривых объясняется следующими обстоятельствами: в сильных магнитных полях увеличение электрического поля приводит к существенному увеличению длины пролета через полость и вероятности столкновения, а в слабых магнитных полях кривизна траектории мала и увеличение напряжения лишь незначительно меняет длину пролета, которая постепенно приближается к диаметру полости.

В то же время энергия электрона возрастает, что приводит к уменьшению сечения рассеяния и к уменьшению вероятности столкновения. Что касается влияния давления, то с его увеличением эффективный коэффициент ион-электронной эмиссии возрастает, что вполне понятно, так как с увеличением

давления число столкновений возрастает, и вероятность возврата электрона на катод уменьшается.

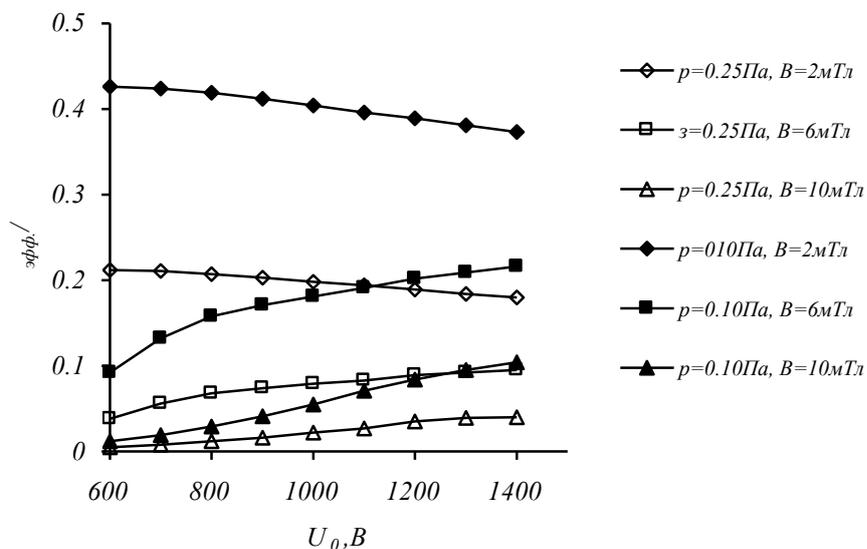


Рис. 7.14. Зависимость  $\gamma_{эфф.}(U_a)$  при разных  $p$  и  $B$

Результаты расчета среднего числа ионов, образованных в результате развития электронной лавины, начавшейся со старта одного электрона с катода, показаны на рис. 7.15 и 7.16. Зависимость числа ионов от приложенного напряжения имеет максимум. Уменьшение числа образуемых ионов при малых напряжениях выглядит вполне естественным, так как слабое электрическое поле не сообщает электронам энергии достаточной для эффективной ионизации, а уменьшение числа ионов при высоких напряжениях связано с тем, что электроны быстрее достигают анода. Это напоминает ситуацию, возникающую, при рассмотрении процесса горения разряда. С увеличением  $B$  наблюдается экспоненциальный рост числа ионизаций в разрядном промежутке. От давления при сделанных допущениях среднее число ионов в лавине не зависит. Зависимости напряжения зажигания от индукции магнитного поля при разных давлениях показаны на рис. 7.17.

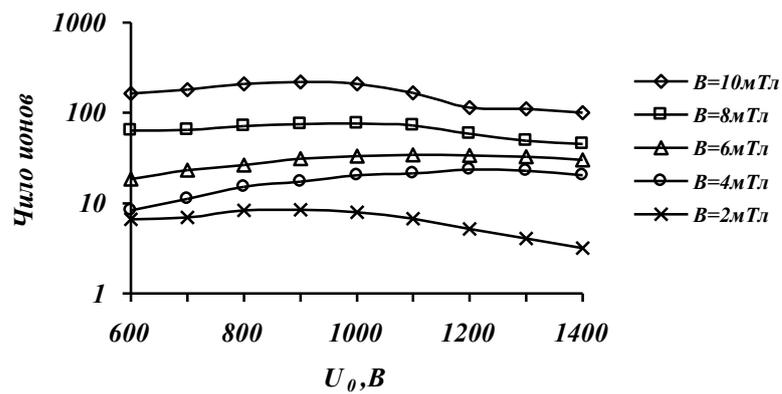


Рис. 7.15. Число ионов в зависимости от магнитного поля и приложенного напряжения,  $p = 0.20 \text{ Па}$

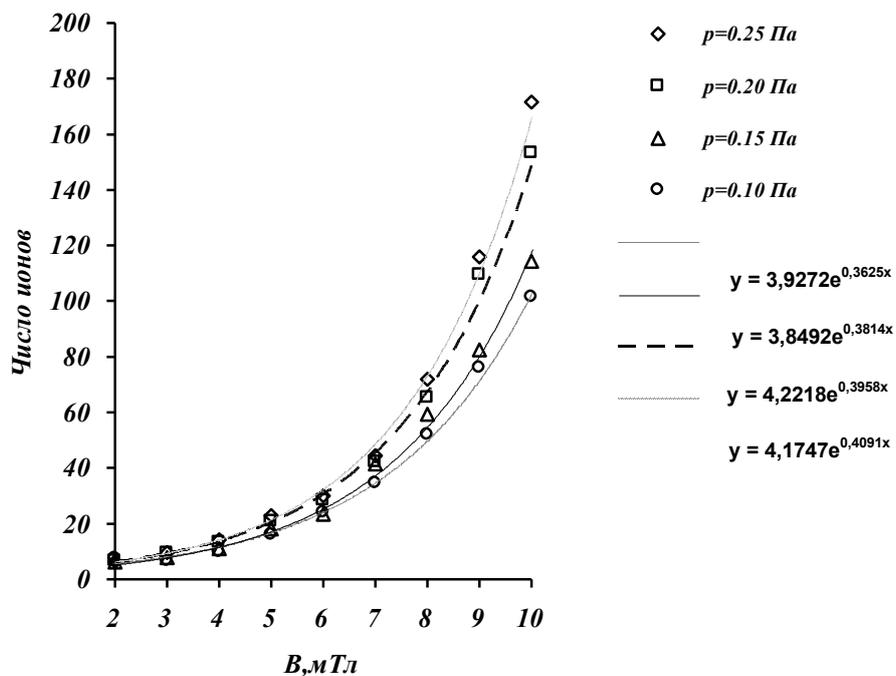


Рис. 7.16. Число ионов в зависимости от  $B$  при разных давлениях и  $U_0 = 1000 \text{ В}$

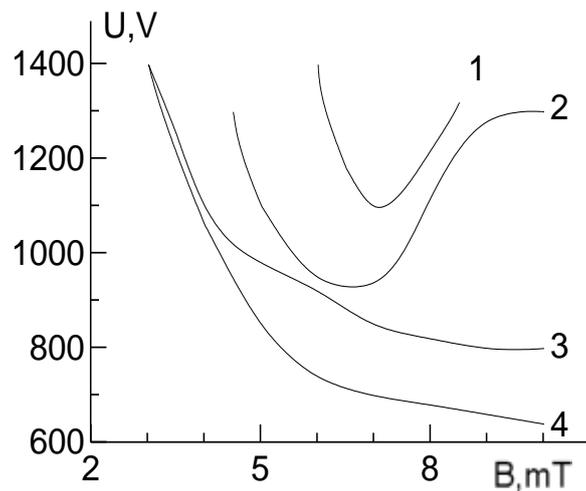


Рис.7.17. Зависимости напряжения зажигания от индукции магнитного поля при разных давлениях  $p$  (Па): 1 – 0,1; 2 – 0,15; 3 – 0,2; 4 – 0,25

При расчете кривых варьировалась вероятность вторичной электрон-электронной эмиссии, что приводило к довольно существенному изменению характера кривых. Наиболее близкий к эксперименту вид зависимостей был получен при  $\delta^* = 0,8$ . Появление немонотонности при низких давлениях объясняется действием двух конкурирующих факторов: с одной стороны, с усилением магнитного поля возрастает среднее число ионов, генерируемых электронной лавиной, а с другой стороны – уменьшается эффективный коэффициент ион-электронной эмиссии.

С увеличением давления возрастает вероятность столкновений, что приводит к росту  $\gamma^*$ . В результате негативное влияние процесса возврата электронов на катод ослабевает и рост числа ионов в лавине начинает превалировать над уменьшением  $\gamma^*$  не только в слабых, но и в сильных магнитных полях, и зависимости  $U_{br}(B)$  становятся монотонно падающими во всем исследованном диапазоне магнитных полей.

## **Глава 8. ГЕНЕРАЦИЯ ОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ В РАЗРЯДАХ С ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ ЭЛЕКТРОНАМИ**

Создание плазменного эмиттера с однородным, или близким к однородному, распределением плотности эмиссионного тока является важнейшей задачей при разработке источников заряженных частиц, генерирующих пучки с большим поперечным сечением. При этом требования к равномерности распределения в последние годы все больше ужесточаются и для многих приложений допустимое отклонение плотности тока в пучке от среднего значения составляет величину не больше 5-10 %.

Вообще говоря, возможно получение однородного пучка и при наличии неоднородной плазмы благодаря использованию эмиттерного электрода с неравномерной прозрачностью [24], повышенной в области, где концентрация плазмы мала, и пониженной в области высокой концентрации. Однако этот способ ведет к уменьшению эффективности извлечения, и, кроме того, его использование затрудняется тем, что с изменением рабочего газа, разрядного тока или каких-то других факторов возможны и изменения в характере распределения плотности тока и изготовить оптическую систему, пригодную для использования в широком диапазоне разрядных условий, представляется проблематичным. Поэтому, как правило, используются электроды с постоянной прозрачностью, а получение однородного пучка стремятся обеспечить за счет формирования однородного распределения концентрации плазмы вблизи эмиссионной границы.

Для получения плазмы в больших объемах часто используют прием, когда сравнительно небольшой генератор обеспечивает поступление заряженных частиц в крупногабаритную камеру. Так, например в ионных и электронных источниках используются дуговые разряды с расширенной анодной частью. В системах такого рода поступление заряженных частиц в полый анод осуществляется, как правило, через приосевое отверстие и

распределение плотности тока имеет максимум на оси системы. Для его выравнивания применяют перераспределяющий электрод, который устанавливается на оси системы и использование которого приводит к сглаживанию максимума распределения. Этот способ, очевидно, имеет те же недостатки, что и использование эмиттерного электрода с переменной прозрачностью, поскольку введение перераспределяющего электрода уменьшает эффективность извлечения и при некоторых заданных размерах этого электрода вряд ли возможно обеспечить требуемое выравнивание распределения в широком диапазоне условий горения разряда.

Тлеющие разряды с осциллирующими электронами также применяют при разработке источников пучков большого сечения, причем, как правило, используется разряд с полым катодом. Что же касается разряда в магнитном поле, то он применялся для получения узких и кольцевых пучков, но его использование для получения однородных пучков большого сечения, казалось бы, является нецелесообразным, так как в сильных магнитных полях генерируемая плазма отличается резкой неоднородностью, в то время как в разряде с полым катодом осциллирующие быстрые электроны обеспечивают равномерную ионизацию в разрядном объеме. Однако такая равномерная ионизация привела бы к возникновению однородной плазмы с концентрацией  $n = \sqrt{G/\beta_r}$ , где  $G$  – число ионизаций в единичном объеме в единицу времени,  $\beta_r$  – коэффициент рекомбинации, в разрядах высокого давления, в которых гибель частиц происходит в результате объемной рекомбинации. Что же касается разрядов низкого давления, в которых гибель частиц происходит в результате рекомбинации на стенках, то здесь ситуация существенно иная и равномерность ионизации совсем не означает, что генерируемая плазма будет близка к однородной. Для выявления возможности получения однородной плазмы в случае низких давлений необходим совместный анализ условий генерации заряженных частиц и их движения, что и будет сделано в настоящей главе для систем с полым катодом и полым анодом.

## 8.1. Профиль концентрации плазмы в разряде с полым катодом при различных условиях ионизации

Рассмотрим в плоской и цилиндрической геометриях задачу о распределении концентрации плазмы при различных условиях ионизации. Будем считать, что плазменные электроны, обладающие в отсутствие магнитного поля существенно более высокой подвижностью по сравнению с ионами, распределены в пространстве по закону Больцмана

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\varphi}{kT_e}\right), \quad (8.1)$$

где  $n_0$  – концентрация в центре системы, где потенциал  $\varphi$  считаем равным нулю. Что же касается ионов, то они при низких давлениях покидают промежуток в бесстолкновительном режиме. Кроме того, воспользовавшись тем обстоятельством, что в разрядах низкого давления ионы приобретают энергию, существенно превышающую тепловую энергию движения атомов нейтрального газа, будем считать, что ионы в момент образования имеют нулевую скорость. Это допущение является обычным для такого рода задач, так же как и использование вышеуказанного предположения о Больцмановском распределении концентрации электронов [19].

### 8.1.1. Профиль плазмы в плоской геометрии

Пусть поглощающие катоды расположены в плоскостях  $x = -d$  и  $x = d$  и, соответственно, плоскость  $x = 0$  является центром системы. Для определенности рассмотрим промежуток  $[0; d]$ . Из соображений симметрии ясно, что профиль плазмы в области отрицательных  $x$  будет зеркально симметричен тому, что будет получено в области положительных  $x$ .

Для рассматриваемой задачи уравнение непрерывности для ионов будет иметь следующий вид:

$$\frac{d(n_i v_i)}{dx} = G(x), \quad (8.2)$$

где  $n_i$  и  $v_i$  – концентрация и средняя скорость ионов, а функция  $G$  определяет число ионизаций, происходящих в единичном объеме за единицу времени. Что касается уравнения движения, то как и в главе 4 будем использовать его в упрощенной форме

$$\frac{d(n_i v_i^2)}{dx} = -\frac{en_i}{M} \frac{d\phi}{dx}. \quad (8.3)$$

Рассмотрим 2 случая:

$$1) G(x) = G_1 \sim \text{const}, \quad (8.4)$$

и

$$2) G(x) = G_2 x^2, \quad (8.5)$$

причем постоянные  $G_1$  и  $G_2$  подберем таким образом, чтобы плотность ионного тока на катоде

$$j_c = \int_0^d eG(x)dx \quad (8.6)$$

была одинаковой. Пусть

$$G_1 = j_c / ed, \quad (8.7)$$

а

$$G_2 = 3j_c / ed^3. \quad (8.8)$$

Наряду с медленными плазменными электронами в разряде с полым катодом обычно имеется группа так называемых быстрых частиц, образовавшихся на катоде в результате  $\gamma$ -процессов и получивших большую энергию при пролете через катодный слой, но их вкладом в полный электронный заряд можно пренебречь и записать условие квазинейтральности в виде

$$n_i = n_e = n. \quad (8.9)$$

Комбинируя уравнения (8.1), (8.2), (8.3) и (8.9), можно для концентрации плазмы получить следующее уравнение:

$$\frac{d(j_i^2/n)}{dx} = -\frac{kT_e}{M} \frac{dn}{dx} = -v_b^2 \frac{dn}{dx}, \quad (8.10)$$

где

$$j_i = n_i v_i = n v_i = \int_0^x G(x) dx. \quad (8.11)$$

Интегрируя (8.10) в пределах от 0 до  $x$ , получаем

$$\frac{j_i^2}{n} = v_b^2 (n_0 - n). \quad (8.12)$$

После умножения обеих частей (8.12) на  $n$  и деления на  $v_b^2 n_0^2$  получаем для обезразмеренной концентрации  $n/n_0$  квадратное уравнение, решение которого имеет следующий вид:

$$\frac{n}{n_0} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \left( \frac{2j_i}{n_0 v_b} \right)^2} \right). \quad (8.13)$$

Вообще говоря, перед квадратным корнем может стоять и знак минус, но тогда получаем функцию не спадающую, а растущую по мере приближения к поглощающей стенке, что вряд ли имеет физический смысл. Что же касается выбранного решения, то и оно имеет физический смысл лишь до тех пор, пока  $j_i < n_0 v_b / 2$ . В точке  $x$ , в которой  $j_i$  становится равной  $n_0 v_b / 2$  производная  $dn/dx$ , обращается в бесконечность. Эту точку можно считать границей квазинейтральной плазмы. Пренебрегая толщиной приэлектродного слоя пространственного заряда и считая, что нарушение условия квазинейтральности происходит в точке  $x = d$ , получим связь между концентрацией плазмы в центре системы и плотностью тока на катоде

$$j_c = \frac{n_0}{2} v_b. \quad (8.14)$$

Отметим, что полученное соотношение практически не отличается от более точного,

$$j_c = 0,344 n_0 \sqrt{\frac{2kT_e}{M}}, \quad (8.15)$$

полученного при кинетическом рассмотрении движения ионов, поскольку

$$0,344 \sqrt{2} = 0,486 \approx \frac{1}{2}.$$

Используя полученное соотношение для обезразмеренной концентрации в первом случае получаем

$$\frac{n}{n_0} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \left( \frac{x}{d} \right)^2} \right), \quad (8.16)$$

а во втором

$$\frac{n}{n_0} = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \left( \frac{x}{d} \right)^6} \right). \quad (8.17)$$

Графики обеих функций приведены на рис.8.1. В обоих случаях концентрация имеет максимум в центре системы и постепенно

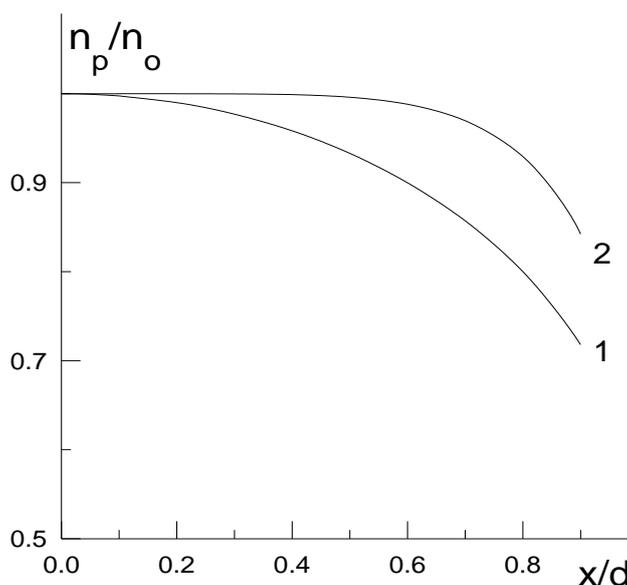


Рис.8.1. Распределение концентрации для случаев:  
1 -  $G \sim \text{const}$  и 2 -  $G \sim x^2$ .

спадает к периферии, однако во втором случае, когда ионизация идет неравномерно и преимущественно сосредоточена в прикатодной области, спад существенно более пологий и плазма близка к однородной в большей части промежутка.

### 8.1.2. Профиль плазмы в цилиндрической геометрии

Рассмотрим аналогичную задачу в цилиндрической геометрии. Уравнение Больцмана (8.1) и уравнение квазинейтральности (8.9) будем использовать в прежней форме, а уравнения непрерывности и движения для ионов примут следующий вид:

$$\frac{n_i v_i}{r} + \frac{d(n_i v_i)}{dr} = G(r). \quad (8.18)$$

$$\frac{n_i v_i^2}{r} + \frac{d(n_i v_i^2)}{dr} = -\frac{en_i}{M} \frac{d\phi}{dr}. \quad (8.19)$$

Так же как и в плоской геометрии, рассмотрим 2 случая:

$$G(r) = G_1 \sim \text{const} \quad (8.20)$$

и

$$G(r) = G_2 r^2. \quad (8.21)$$

Считая, что в обоих случаях плотность тока на катоде  $j_c$  одинакова, получим в первом случае

$$j_i = j_c \frac{r}{R}, \quad (8.22)$$

а во втором

$$j_i = j_c \left( \frac{r}{R} \right)^3, \quad (8.23)$$

где  $R$  – радиус катода.

Избавляясь в системе уравнений (8.1), (8.9), (8.18), (8.19) от членов, содержащих среднюю скорость и потенциал, получим для концентрации плазмы следующее уравнение:

$$\frac{j_i^2}{nr} + \frac{d(j_i^2 / n)}{dr} = -v_b^2 \frac{dn}{dr}. \quad (8.24)$$

Вводя в первом случае ( $G(r) \sim \text{const}$ ) безразмерную переменную

$$f_1 = \frac{1}{\tilde{n}} \left( \frac{r}{R} \right)^3 \quad (8.25)$$

и во втором ( $G(r) = G_2 r^2$ )

$$f_2 = \frac{1}{\tilde{n}} \left( \frac{r}{R} \right)^7, \quad (8.26)$$

где

$$\tilde{n} = \frac{n v_b}{j_c}, \quad (8.27)$$

преобразуем (8.24) к уравнениям с разделяющимися переменными:

$$df_1 = (f_1 \tilde{n})^{1/3} d\tilde{n}, \quad (8.28')$$

$$df_2 = (f_2 \tilde{n})^{1/7} d\tilde{n}. \quad (8.28'')$$

После интегрирования и возврата к прежним переменным можно получить выражения, связывающие концентрацию плазмы и координату, в следующем виде:

$$\left( \frac{r}{R} \right)^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{n_0 v_b}{j_c} \right)^2 \left( \frac{n}{n_0} \right)^{2/3} \left( 1 - \left( \frac{n}{n_0} \right)^{4/3} \right) \quad (8.28''')$$

для первого случая и

$$\left( \frac{r}{R} \right)^6 = \frac{3}{4} \left( \frac{n_0 v_b}{j_c} \right)^2 \left( \frac{n}{n_0} \right)^{6/7} \left( 1 - \left( \frac{n}{n_0} \right)^{8/7} \right) \quad (8.29)$$

для второго.

Дифференцируя (8.28) и (8.29) и анализируя полученные выражения, находим, что производная  $dn/dr$  обращается в бесконечность при

$$\frac{n}{n_0} = \left( \frac{1}{3} \right)^{3/4} \quad (8.30)$$

в первом случае и при

$$\frac{n}{n_0} = \left( \frac{3}{7} \right)^{7/8} \quad (8.31)$$

во втором. Подставляя (8.30) и (8.31) соответственно в (8.28) и (8.29) и считая, как и при решении задачи в плоской геометрии, что толщиной приэлектродного слоя можно пренебречь и граница плазмы находится в точке

$r = R$ , получим связь плотности ионного тока на катоде и концентрации плазмы на оси системы в виде:

$$j_c = \left(\frac{1}{3}\right)^{3/4} n_0 v_b; \quad (8.32)$$

$$j_c = \left(\frac{3}{7}\right)^{7/8} n_0 v_b, \quad (8.33)$$

соответственно для первого и второго случаев. Используя эти соотношения, получим связь между концентрацией плазмы и радиальной координатой в следующем виде

$$\frac{r}{R} = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{n}{n_0}\right)^{1/3} \sqrt{1 - \left(\frac{n}{n_0}\right)^{4/3}}} \quad (8.34)$$

для первого случая и

$$\frac{r}{R} = \left( \frac{7}{4} \left(\frac{7}{3}\right)^{3/4} \left(\frac{n}{n_0}\right)^{6/7} \left(1 - \left(\frac{n}{n_0}\right)^{8/7}\right) \right)^{1/6} \quad (8.35)$$

для второго.

Графики зависимостей  $n(r)$ , определяемые в неявном виде полученными выражениями, представлены на рис. 8.2.

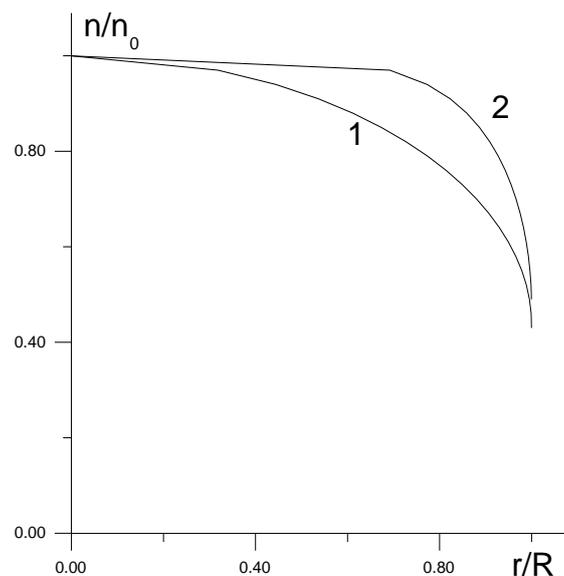


Рис. 8.2. Радиальные распределения концентрации для случаев:  
1 -  $G \sim \text{const}$  и 2 -  $G \sim r^2$

Как видно из рисунка в цилиндрической геометрии также справедливы закономерности, отмеченные выше для плоской геометрии. При повышенной ионизации в прикатодной области распределение концентрации близко к однородному в большей части промежутка.

## **8.2. Получение однородной плазмы в полом катоде при учете продольного ухода ионов**

Обсудим вопрос о возможности получения при некоторой функции  $G(r)$  в точности равномерного распределения концентрации плазмы  $n = \text{const}$  в промежутке. Ограничимся случаем наиболее широко используемой цилиндрической геометрии.

Поскольку при приближении к катоду происходит резкий спад концентрации, то это делает невозможным получение равномерного профиля при всех  $r$  от 0 до  $R$ . Пренебрегая длиной прикатодного ионного слоя по сравнению с  $R$  будем считать, что  $dn/dr \rightarrow -\infty$  при  $r \rightarrow R$ . Очевидно, что это условие является несовместимым с условием  $n = \text{const}$ , из которого получаем  $dn/dr = 0$ . Поэтому будем искать такое распределение  $G(r)$ , при котором  $n = n_0$  в пределах некоторой области  $r \leq r_0$ . На периферии системы (при  $r_0 < r < R$ ) ионизацию будем считать постоянной величиной  $G_p$ , удовлетворяющей следующему условию:

$$G_p \pi L (R^2 - r_0^2) = \frac{I_d}{e} - \int_0^{r_0} G(r) 2\pi r L dr, \quad (8.36)$$

где  $L$  – длина катода;  $I_d$  – ток разряда, практически равный ионному току на катоде.

Искомое решение системы уравнений (8.1, 8.9, 8.18, 8.19), удовлетворяющее условию  $v_i(0) = 0$ , является тривиальным. Мы получаем однородную плазму с концентрацией  $n_0$  в области  $r < r_0$  при полном отсутствии ионизации и при равенстве нулю радиальной скорости ионов в этой области.

Полученное решение явно не имеет физического смысла, так как непонятно за счет чего в отсутствие ионизации и при отсутствии направленного внутрь системы радиального потока будет происходить эмиссия ионов в продольном направлении, а именно выяснение условий, при которых эта эмиссия будет осуществляться равномерно, и является нашей целью.

### 8.2.1. Уточнение расчетной модели

Оставаясь в рамках одномерной задачи, приближенно учтем уход частиц в продольном направлении способом, предложенным в [1], где принималось, что продольный уход ионов определяется боровской скоростью  $v_B = \sqrt{kT_e / M}$ . Тогда система уравнений примет следующий вид:

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\phi}{kT_e}\right), \quad (8.37)$$

$$n_e = n_i = n, \quad (8.38)$$

$$\frac{n_i v_i}{r} + \frac{d(n_i v_i)}{dr} = G(r) - \frac{n_i v_B}{L}, \quad (8.39)$$

$$\frac{n_i v_i^2}{r} + \frac{d(n_i v_i^2)}{dr} = -\frac{en_i}{M} \frac{d\phi}{dr} - \frac{n_i v_i v_B}{L}. \quad (8.40)$$

Что же касается электронов, то, считая, что торцы газоразрядной камеры находятся под катодным потенциалом, их уходом в продольном направлении пренебрежем. Анализ записанной системы уравнений показывает, что получение однородной плазмы с концентрацией  $n_0$  в центральной области возможно при двух различных уровнях ионизации в этой области

$$G = n_0 v_B / L \quad (8.41)$$

и

$$G = n_0 v_B / 3L. \quad (8.42)$$

В первом случае все ионы, образовавшиеся в центральной области, уходят из нее в продольном направлении и величина радиального потока в этой области

равна 0, а во втором случае эмиссия из центральной области идет как за счет ионизации в ней, так и за счет того, что в центральную область входит поток ионов с периферии системы. Для реализации второй ситуации необходимо, чтобы распределение концентрации и потенциала на периферии было немонотонным и имело максимум.

Ни в первом, ни во втором случае на периферии аналитического решения получить не удалось. Уравнения обезразмеривались с помощью следующих соотношений:

$$\tilde{n} = \frac{env_B 2\pi RL}{I_d}, \quad g = \frac{eG\pi R^2 L}{I_d}, \quad \tilde{v} = \frac{v}{v_B}, \quad \eta = \frac{e\varphi}{kT_e}, \quad \tilde{r} = \frac{r}{R} \quad (8.43)$$

и решались численно методом пристрелочного параметра, в качестве которого использовалась величина  $\tilde{n}_0$ . В ходе расчетов считался заданным ток разряда и требовалось выполнение условия (8.36), а при достижении точки  $r = R$  проверялось выполнение условия  $v = v_B$  или  $\tilde{v} = 1$ , которое для данной системы уравнений эквивалентно условию  $dn/dr = -\infty$ . Покажем это. Умножая (8.39) на  $dr/dn$  получаем в точке  $R$ , где  $dr/dn = 0$ , следующее соотношение

$$n \frac{dv}{dn} = -v. \quad (8.44)$$

Осуществляя ту же процедуру с уравнением (8.40), получаем, учитывая (8.36), после некоторых преобразований

$$v^2 + v_B^2 + 2nv \frac{dv}{dn} = 0. \quad (8.45)$$

Подставляя (8.44) в (8.45), получаем

$$v^2 + v_B^2 - 2v^2 = 0, \quad (8.46)$$

откуда  $v = v_B$ , что и требовалось доказать.

### 8.2.2. Результаты расчетов и экспериментов

Распределения  $\tilde{n}(\tilde{r})$  приведены на рис. 8.3 для первого (кривая 1) и второго (кривая 2) случаев. Несмотря на большую разницу в уровне ионизации в центральной области полученные кривые мало отличаются друг от друга и для обоих решений ионизация на периферии системы существенно превышает ионизацию в центральной области. При постепенном изменении ионизации от уровня, соответствующего первому случаю, до уровня, соответствующего второму случаю, можно получить набор распределений, слабо отличающихся от однородного в пределах центральной области. Таким образом, мы можем получать распределения близкие к однородному при варьировании вида функции  $G$  в широких пределах.

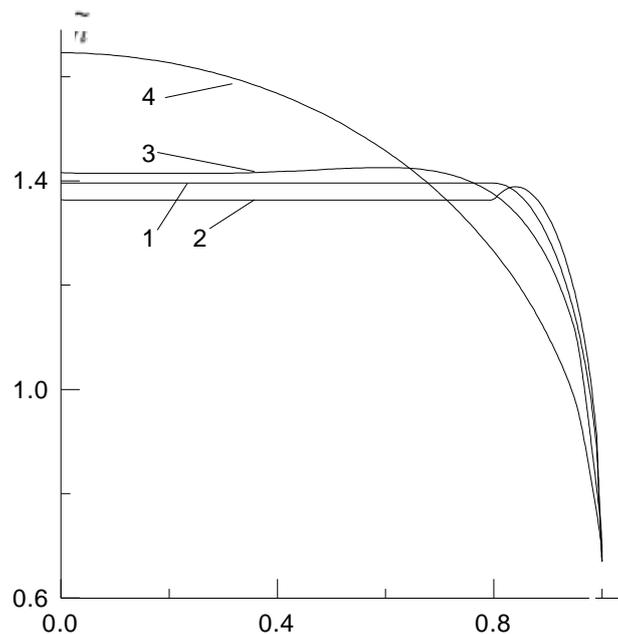


Рис. 8.3. Радиальные распределения концентрации.  
1 -  $G(r < r_0) = n_0 v_b / L$ ; 2 -  $G(r < r_0) = n_0 v_b / 3L$ ; 3 -  $G \sim r^2$ ; 4 -  $G \sim \text{const}$

Получение распределений близких к однородному в пределах некоторой достаточно протяженной области вполне возможно не только для функций вида

$$G(r) = \begin{cases} G_1 = \text{const}, r < r_0 \\ G_2 = \text{const}, r > r_0 \end{cases}, \quad (8.47)$$

но и для многих других функций, общим свойством которых является повышенная вероятность ионизации на периферии системы и пониженная вблизи ее оси. Например, кривая 3 на рис. 8.3 представляет собой распределение концентрации, полученное при  $G(r) \sim r^2$ . При учете ухода ионов в продольном направлении характер полученного решения для этого случая изменился по сравнению со случаем, рассмотренным в 8.1, где считалось, что все ионы уходят в радиальном направлении. Распределение концентрации, имевшее максимум в центре системы, теперь имеет в точке  $r = 0$  минимум, хотя и неглубокий.

Как уже отмечалось выше, в самостоятельном разряде с полым катодом при низких давлениях, близких к критическому, при котором горение разряда прекращается, осциллирующие быстрые частицы осуществляют ионизацию равномерно во всем объеме полости и в этом случае ( $G = \text{const}$  для всех  $r$  от 0 до  $R$ ) концентрация довольно быстро уменьшается с увеличением  $r$  (см. кривую 4 на рис. 8.3).

Увеличение вероятности ионизации на периферии системы возможно при увеличении давления до таких значений, при которых длина релаксации быстрых электронов будет меньше радиуса полости, и в этом случае возможно получение близких к однородному радиальных распределений, что подтверждается результатами экспериментов [20]. При дальнейшем увеличении давления, когда ионизационные процессы все больше и больше концентрируются в прикатодной области возможно получение распределений с провалом в центре. В [20] получение таких распределений связывалось с объемной рекомбинацией, хотя сами же авторы указывали на то, что ее вероятность ничтожно мала. На наш взгляд, получение провала на оси системы и максимума на периферии вполне может быть объяснено наличием резконеоднородной ионизации и при учете продольного ухода ионов из

катодной полости. Например, кривые 2 и 3 рис. 8.3 имеют именно такой качественный характер. Здесь, однако, следует отметить, что при повышенных давлениях режим движения ионов уже не является бесстолкновительным, как это предполагалось при записи уравнения движения, но учет столкновений вряд ли приведет к качественному изменению ситуации, скорей, наоборот, учет столкновений приведет к углублению провала в центре, так как столкновения будут затруднять поступление ионов в эту область с периферии системы.

Таким образом, получение близкого к однородному радиального распределения концентрации плазмы в самостоятельном разряде с полым катодом возможно при повышении давления до некоторого оптимального уровня, при котором вероятность ионизационных процессов усилена (но не чрезмерно) на периферии системы и, соответственно, понижена в приосевой области. Однако вряд ли такой способ получения однородной плазмы может быть использован в источниках заряженных частиц, где для обеспечения электрической прочности ускоряющего промежутка приходится, как правило, поддерживать разряд при давлениях, лишь незначительно превышающих критическое. При этих давлениях для усиления ионизации на периферии системы до некоторого оптимального уровня необходимо воздействие некоторого внешнего источника, т.е. необходим переход к несамостоятельному разряду.

Что же касается самостоятельного разряда, то в нем усиление ионизации на периферии системы при низких давлениях может быть достигнуто при наложении продольного магнитного поля, затрудняющего движение быстрых электронов к центру системы. При постепенном усилении магнитного поля пространственное распределение быстрых ионизирующих частиц, а значит, и пространственное распределение ионизационных процессов будет постепенно трансформироваться от равномерного при  $B = 0$  к все более и более неоднородному с повышенной вероятностью вблизи катода. Исходя из проведенного анализа мы вправе ожидать, что такое постепенное усиление

магнитного поля приведет при достижении  $B$  некоторой оптимальной величины к формированию распределения близкого к однородному по крайней мере в пределах некоторой области, а при дальнейшем увеличении  $B$  возможно получение распределений с провалом в центре системы. Результаты экспериментов, в ходе которых использовалась газоразрядная система, состоящая из полого катода длиной и диаметром 50 см, стержневого анода длиной 35 см и диаметром 1 см и соленоида, полностью подтверждают правильность сделанных выводов. На рис. 8.4. приведены радиальные зависимости ионного тока на зонд  $I_p$ , снятые с помощью системы зондов, находившихся под катодным потенциалом, при заданном токе разряда для различных значений магнитного поля. Как видно из рисунка, в отсутствие магнитного поля плотность эмиссионного тока в радиальном направлении довольно быстро уменьшается (кривая 1). При наложении магнитного поля, вид распределения трансформируется и при некотором значении  $B$  мы имеем распределение, наиболее близкое к однородному в значительной части промежутка (кривая 3), а при дальнейшем усилении магнитного поля трансформация распределения продолжается и начинает формироваться провал в центре системы.

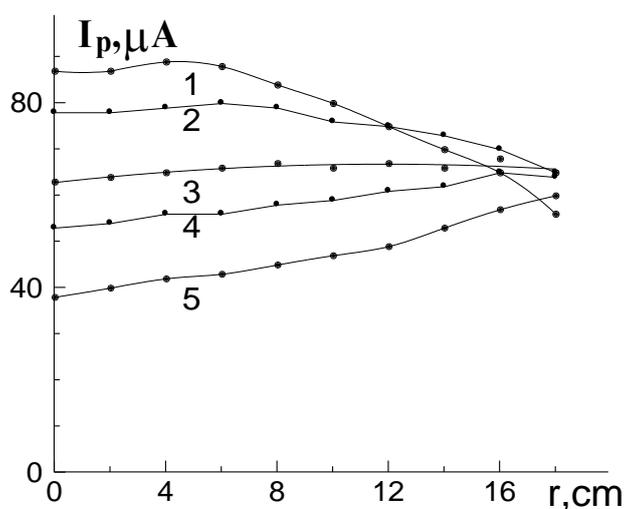


Рис. 8.4. Радиальные распределения ионного тока для различных магнитных полей.  
 $B$ (мТл): 1 - 0; 2 - 0,2; 3 - 0,3; 4 - 0,4; 5 - 0,6

Таким образом, как результаты расчетов, так и экспериментальные данные показывают, что для получения близкого к однородному распределению концентрации плазмы в разряде низкого давления с полым катодом необходима не равномерная ионизация, как в разрядах высокого давления, а усиление ионизационных процессов на периферии газоразрядной системы и, соответственно, сравнительное уменьшение генерации частиц в приосевой области

### **8.3. Получение однородной плазмы в разряде с полым анодом**

Недостатком газоразрядных систем с полым катодом является невысокая эффективность извлечения ионов в продольном направлении, не превышающая, как правило, нескольких процентов. Основная часть ионов уходит в радиальном направлении на катод. Существенного увеличения эффективности извлечения можно ожидать, если цилиндрический электрод играет роль анода, ионный ток на который мал или вообще отсутствует. Однако уменьшение радиального ионного потока не произойдет автоматически благодаря только изменению полярности цилиндрического электрода, так как в разрядах низкого давления с анодом больших размеров потенциал плазмы, как правило, выше потенциала анода, и ионы беспрепятственно могут уходить на него точно так же как и на катод. Для уменьшения положительного заряда в газоразрядной системе и соответствующего уменьшения положительного радиального электрического поля обычно используется наложение магнитного поля, которое в первую очередь действует на обладающие существенно меньшей массой электроны и затрудняет их уход из разряда. Однако при наложении магнитного поля желательно не превысить некоторое критическое значение  $B$ , при котором вблизи анода начинает формироваться электронный слой. Этот переход является нежелательным, так как приводит к значительному росту напряжения горения разряда или к раскачке неустойчивостей.

### 8.3.1. Модель разряда в системе Пеннинговского типа

Рассмотрим случай, когда разряд с полым анодом происходит в присутствии продольного магнитного поля, а роль катода выполняют торцевые электроды, т.е. рассмотрим разряд в системе Пеннинговского типа [4]. Если ларморовский радиус электронов существенно меньше радиуса газоразрядной камеры, то движение электронов поперек магнитного поля можно описать в рамках диффузионно-дрейфового приближения, а использование бoльцмановского распределения в этой ситуации является неправомерным. Запишем уравнение непрерывности и выражение для плотности электронного тока в следующем виде:

$$\frac{n_e v_e}{r} + \frac{d(n_e v_e)}{dr} = G(r), \quad (8.48)$$

$$n_e v_e = -D_e \frac{dn_e}{dr} + \mu_e n_e \frac{d\phi}{dr}, \quad (8.49)$$

где  $v_e$ ,  $D_e$  и  $\mu_e$  – средняя скорость, коэффициент диффузии и подвижность электронов поперек магнитного поля. Уравнения баланса и движения ионов будем использовать в прежнем виде. Анализ системы уравнений (8.48), (8.49), (8.38)-(8.40) показывает, что также как и в разряде с полым катодом однородная плазма с концентрацией  $n_0$  в пределах некоторой области  $r < r_0$  возникает в двух случаях, когда ионизационная функция в этой области определяется следующим соотношением:

$$G = \frac{n_0 v_B}{L} \frac{2 - \alpha \pm \sqrt{(2 - \alpha)^2 - 3}}{3}, \quad (8.50)$$

где

$$\alpha = \frac{eL}{M\mu_e v_B}. \quad (8.51)$$

Поскольку подвижность электронов в сильном магнитном поле обратно пропорциональна квадрату магнитной индукции, то коэффициент  $\alpha \sim B^2$ . При

уменьшении магнитного поля  $\alpha \rightarrow 0$  и из (8.50) в этом случае получаем те же два решения, описываемых соотношениями (8.41) и (8.42), что и в разряде с полым катодом. С увеличением  $\alpha$ , т.е. с увеличением магнитного поля, два решения, описываемые выражением (8.50), постепенно сближаются и при  $\alpha = 2\sqrt{3}$  сливаются в одно.

При значениях  $\alpha$  больших, чем  $2\sqrt{3}$ , получение в точности постоянной концентрации плазмы невозможно ни при каком значении  $G$ . Однако результаты расчетов показывают, что даже при значениях  $\alpha$ , существенно больших, чем  $2\sqrt{3}$ , вполне возможно получение распределений, слабо отличающихся от однородного. Рецепт получения таких близких к однородному распределений остается прежним – это уменьшение интенсивности ионизации в центре системы и ее увеличение на периферии. Это обстоятельство иллюстрируется рис. 8.5. При расчете распределений, приведенных на этом рисунке, принималось, что ионизационная функция описывается выражением (8.47), и менялось соотношение между значениями  $G_1$  и  $G_2$ . Как видно из рисунка, с увеличением отношения  $G_2/G_1$  распределение концентрации трансформируется от довольно быстро спадающего при  $G_2/G_1 = 1$ , т.е. при  $G \sim \text{const}$  для всех  $r$ , к близкому к однородному при  $G_2/G_1 = 100$ . К сожалению, при этом происходит уменьшение концентрации плазмы, но этот недостаток легко может быть устранен при дальнейшем увеличении магнитного поля (см. рис. 8.6). В случае, когда ионизация преимущественно сосредоточена на периферии системы, магнитное поле может быть усилено до довольно больших значений без перехода в режим горения с прианодным электронным слоем, так как время жизни электронов в разряде мало. В то же время распределение потенциала в плазме является немонотонным и с увеличением магнитного поля точка, где потенциал достигает максимума, смещается ближе к катоду. Соответственно, все большая часть ионов, образованных на периферии, не уходит на анод, а движется к

центру системы, повышая тем самым концентрацию плазмы в центральной области, а затем уходит из разряда в продольном направлении.

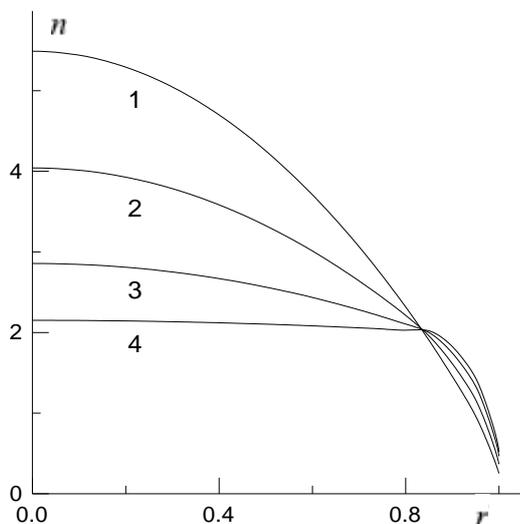


Рис. 8.5. Радиальные зависимости концентрации плазмы в полном аноде при различных условиях ионизации.

$\alpha=20$ ,  $r_0=0.8R$ ,  $G_2/G_1$ :  
1 - 1; 2 - 3; 3 - 10; 4 - 100

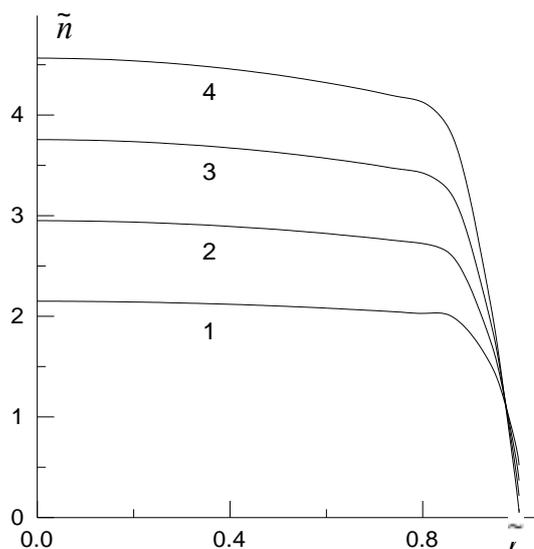


Рис. 8.6. Радиальные зависимости концентрации плазмы в полном аноде для различных магнитных полей при

$G_2/G_1 = 100$ ,  $r_0=0.8R$ ,  $\alpha$ :  
1 - 20; 2 - 40; 3 - 60; 4 - 80

Таким образом, в разряде с полым анодом в магнитном поле, так же как и в разряде с полым катодом, для получения близких к однородному распределений концентрации плазмы необходимо ослабление интенсивности ионизации в центре системы и ее увеличение на периферии. Однако радиальное распределение концентрации быстрых ионизирующих электронов в оригинальной Пеннинговской ячейке имеет прямо противоположный вид. Действительно, эти быстрые частицы, осциллируя между противоположными катодами и постепенно диффундируя поперек магнитного поля, скорей всего распределяются в пространстве в соответствии с типичным диффузионным профилем, для которого характерно наличие максимума в центре системы и стремление к нулю при приближении к поглощающему эти частицы аноду. Соответствующий качественный характер имеет, по-видимому, и распределение концентрации плазмы и распределение эмиссионного тока.

Таким образом, в оригинальной Пеннинговской ячейке для

формирования однородного пучка можно использовать эмиссию частиц из сравнительно небольшой приосевой области плазмы. Приведенная на рис. 8.7 кривая 1 представляет собой экспериментально снятую зависимость ионного тока на зонд  $I_p$  от номера зонда  $n_p$ , полученную при использовании Пеннинговской ячейки длиной и диаметром 15 см.

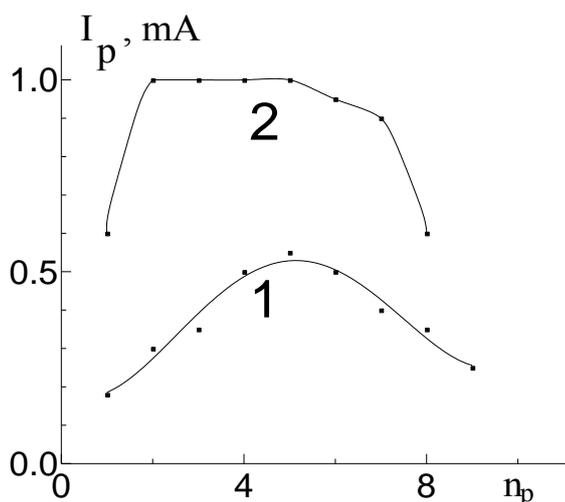


Рис. 8.7. Радиальные зависимости ионного тока на зонд в Пеннинговском разряде (1) и в Пеннинговском разряде с кольцевым полым катодом (2)

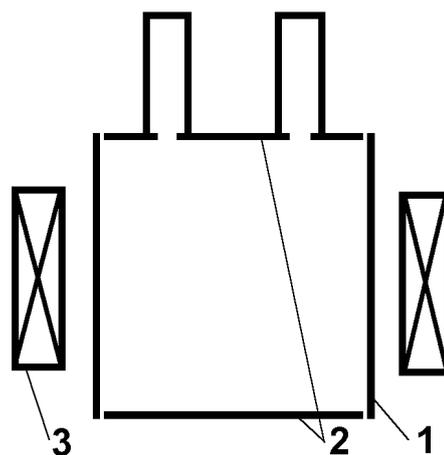


Рис. 8.8. Пеннинговская система с кольцевым полым катодом. 1 - анод, 2 - катоды, 3 - соленоид

### 8.3.2. Получение однородной плазмы в модифицированных пеннинговских системах

Для получения близкой к однородной плазмы необходимо усиление ионизации на периферии системы, что в эксперименте достигалось использованием вспомогательного разряда с кольцевым полым катодом (см. рис. 8.8), из которого электроны поступали в периферийную часть основного Пеннинговского разряда и осуществляли дополнительную ионизацию в ней. Такая модификация газоразрядной системы позволила получить близкое к однородному (см. кривую 2 на рис. 8.7) радиальное распределение тока эмиссии в пределах некоторой области.

Разумеется, такая модификация не является единственно возможной. В качестве другого варианта можно предложить использование неэквипотенциального катода, что реализуется, например, путем отделения центральной части хотя бы одного из катодов и подачей на нее меньшего по абсолютному значению отрицательного потенциала, чем на остальные катодные элементы. В этом случае быстрые электроны, стартовавшие с этой части катода, будут получать в катодном слое меньшую энергию, и интенсивность ионизации в центральной области упадет, что и приведет к выравниванию плазменного профиля.

В экспериментах использовалась модифицированная пеннинговская система (рис. 8.9) с полым цилиндрическим анодом 1, торцевым катодом 2, а второй торцевой электрод был разделен на периферийное кольцо 3 и центральный диск 4, использовавшийся в качестве управляющего электрода. Диаметр управляющего электрода изменялся в пределах от 30 до 70 мм. Диаметр газоразрядной системы составлял 135 мм, а длина варьировалась в пределах от 70 до 210 мм. Газоразрядная камера находилась в магнитном поле, создаваемом соленоидом 6. Газ напускался в газоразрядную систему через осевое отверстие в центральном диске и откачивался через набор отверстий в противоположном торцевом катоде. Измерение радиального распределения тока ионной эмиссии осуществлялось с помощью системы зондов 5, расположенной на этом же электроде. Давление газа измерялось датчиком, установленным в вакуумной камере, внутри которой располагалась газоразрядная система, и составляло при различных напусках величину  $10^{-4}$ – $10^{-3}$  Torr.

В ходе экспериментов при некоторых заданных значениях тока разряда  $I_d$ , напуска газа  $Q$  и индукции магнитного поля  $B$  изменялось напряжение на центральном диске  $U_c$  и снимались радиальные распределения зондового тока  $I_p(N)$ , где  $N$  – номер зонда. Потенциал на центральный диск подавался от отдельного управляющего источника питания, в то время как на остальных

катодных элементах, подключенных к отрицательному полюсу блока питания разряда автоматически устанавливалось некоторое напряжение, обеспечивающее поддержание заданного разрядного тока. Изучение влияния потенциала центрального диска на характер распределения ионного тока показало, что это влияние может быть неоднозначным. Как правило, при

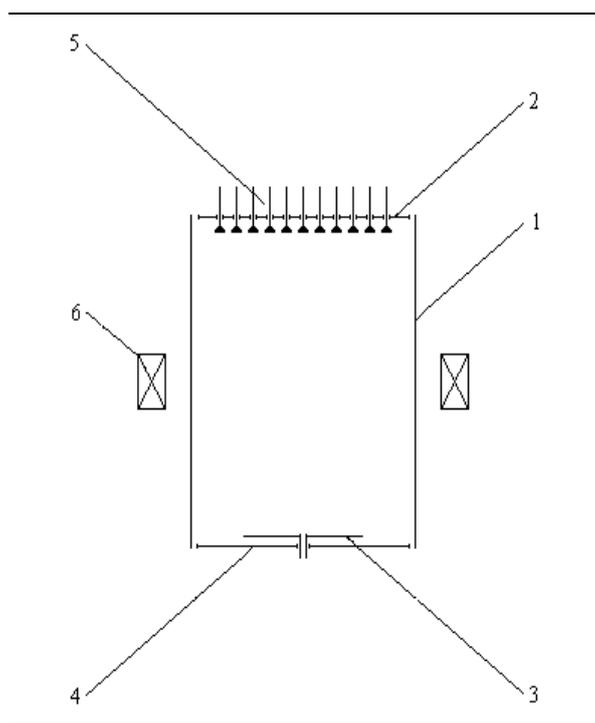


Рис.8.9. Модифицированная пеннинговская система с неэквипотенциальным катодом.  
1 - анод, 2 - отражающий катод, 3 - центральный диск, 4 - периферийное кольцо,  
5 – система зондов, 6 - соленоид

уменьшении напряжения на центральном диске происходило постепенное сглаживание профиля, при некотором оптимальном значении распределение становилось близким к однородному, а затем начинал формироваться провал в центре. Однако при использовании центрального диска большого размера (70 mm) после начального сглаживания дальнейшее уменьшение  $U_c$  вновь приводило к образованию резкого максимума в центре системы (см. рис. 8.10). Возможно, такое неоднозначное изменение характера кривых связано со следующими обстоятельствами. При уменьшении  $U_c$  напряжение на остальных

катодных элементах возрастало, благодаря чему обеспечивалось выполнение условия самостоятельности разряда. Однако происходящее при этом увеличение энергии быстрых частиц, образовавшихся на периферии системы, облегчает их перенос поперек магнитного поля на анод. В результате после достижения разрядным напряжением некоторого критического значения интенсивность ионизации на периферии начинает уменьшаться вследствие больших потерь быстрых электронов на аноде. В то же время в центре системы вклад в ионизацию, по-видимому, начинают вносить быстрые электроны, выбитые из центрального диска не только благодаря ион-электронной эмиссии, но и вторичной электрон-электронной эмиссии, возникающей вследствие попадания на центральный диск электронов, стартовавших с противоположного торцевого катода. В результате ионизационные процессы вновь сосредоточиваются в центре системы.

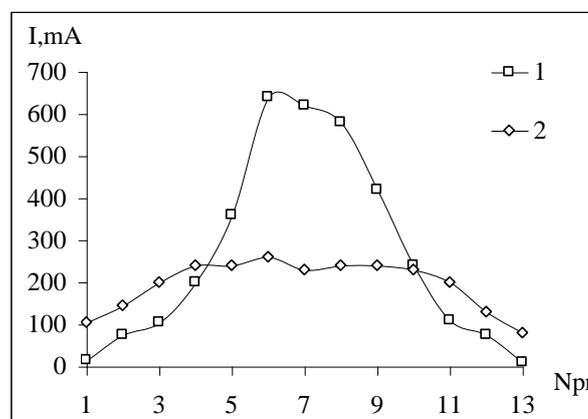


Рис. 8.10. Распределение тока на зондах при  $Q = 0,35 \text{ см}^3/\text{с}$ ,  $B = 9,2 \text{ мТл}$ ,  $I_d = 75 \text{ мА}$ :  
1-φ = 230В, 2-φ = 260В

Таким образом, обеспечить выравнивание профиля плазмы путем уменьшения потенциала управляющего электрода удастся только при сравнительно небольших размерах этого электрода.

Сравнение распределений, снятых при различных значениях индукции магнитного поля, показало, что плотность тока ионной эмиссии и,

соответственно, концентрация плазмы уменьшаются в более сильном магнитном поле. Это противоречит общепринятым представлениям, согласно которым с увеличением магнитной индукции возрастает время удержания частиц в плазме и, соответственно, ее концентрация должна возрастать. В связи с этим было проведено изучение влияния магнитного поля на условия горения разряда.

На рис. 8.11 и 8.12 приведены зависимости напряжения горения разряда и тока на центральный зонд от индукции магнитного поля. Оказалось, что при некотором критическом значении магнитной индукции  $B_1$  (~13 мТл) наблюдается скачкообразное уменьшение тока ионной эмиссии и напряжения горения. Эти результаты показывают, что при данном критическом значении происходит резкое изменение режима горения разряда.

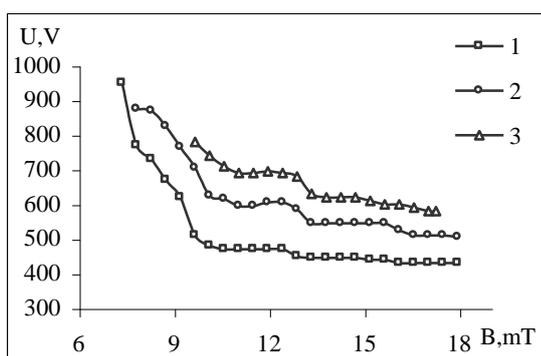


Рис. 8.11. Зависимость напряжения горения разряда от магнитного поля при  $Q=0,35 \text{ см}^3/\text{с}$ ,  $\varphi$  - плавающий:  $I_d$  (мА): 1-50, 2-75, 3-100

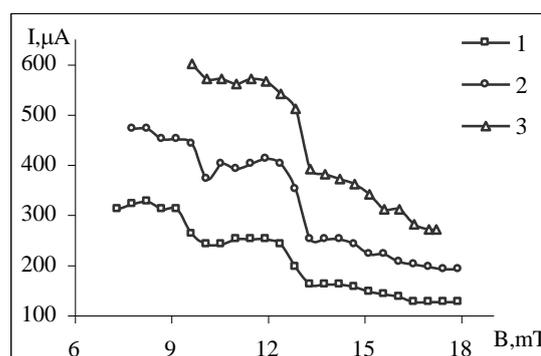


Рис. 8.12. Зависимость тока на центральный зонд от магнитного поля при  $Q=0,35 \text{ см}^3/\text{с}$ ,  $\varphi$  - плавающий:  $I_d$  (мА): 1-50, 2-75, 3-100

Измерения осциллограмм зондового тока, проведенные с помощью запоминающего осциллографа С8-17, показали, что при увеличении магнитного поля выше критического значения возникает практически стопроцентная низкочастотная (~ 10 кГц) модуляция зондового сигнала, в то время как при значениях, меньших критического, модуляция не превышала нескольких процентов. Таким образом, в сильных магнитных полях

происходит возбуждение крупномасштабной низкочастотной неустойчивости газоразрядной плазмы, физическая природа которой, видимо, аналогична обсуждавшейся в [1].

Использование магнитных полей выше критического в предназначенных для получения пучков большого сечения ионных источниках с обычной многоапертурной ионной оптикой не представляется возможным. Изучение влияния различных факторов на величину критического магнитного поля показало, что наиболее существенное изменение  $B_1$  происходит при увеличении длины газоразрядной системы  $L$  (см. рис. 8.13) и напуска газа  $Q$

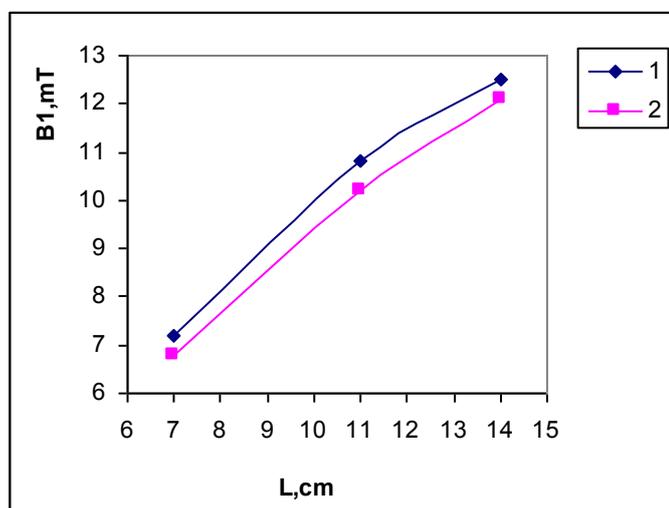


Рис. 8.13. Зависимость  $B_1$  от  $L$

Как видно, величина  $B_1$  возрастает с увеличением  $L$  и, при больших длинах в исследованном диапазоне магнитных полей возбуждение неустойчивости могло и вообще не наблюдаться. Этот результат можно легко объяснить, если учесть, что возникновение неустойчивости связано с трудностями в обеспечении транспортировки электронов поперек магнитного поля на анод. Очевидно, что при уменьшении длины разрядной камеры и соответственно площади анода эти трудности возрастают, и поэтому неустойчивость возникает уже в сравнительно слабых полях. При увеличении же длины и площади анода транспортировка к нему электронов облегчается, и

возникновение неустойчивости следует ожидать в существенно более сильных магнитных полях. Таким образом, при использовании газоразрядных камер большей длины возрастает верхняя граница рабочего диапазона магнитных полей. Увеличение напуска газа также облегчает перенос электронов поперек магнитного поля и способствует увеличению  $V_1$ , но в ионных источниках повышение напуска ограничено в связи с ростом вероятности пробоев в ускоряющем промежутке.

Для генерации ионных пучков вместо торцевого катода 2 в экспериментальном макете использовалась трехэлектродная ускоряюще-замедляющая система, в каждом из электродов которой было выполнено 163 отверстия диаметром 8 мм. Ускоряющее напряжение  $U_a$  варьировалось в пределах 10 – 30 kV, а ток разряда в пределах 30–100 mA. Ток ионного пучка  $I_b$  возрастал пропорционально току разряда и практически не зависел от ускоряющего напряжения. Таким образом, эффективность извлечения  $\alpha = I_b/I_d$  не зависела от тока разряда и была величиной практически постоянной и равной 0,3.

С изменением индукции магнитного поля и напуска газа эффективность извлечения также практически не менялась и определялась только геометрическим фактором. Оценить величину эффективности можно, используя следующее соотношение:

$$\alpha = 0,5S_h/S, \quad (8.52)$$

где  $S_h$  – суммарная площадь эмиссионных отверстий;  $S$  – площадь поперечного сечения газоразрядной камеры; коэффициент 0,5 обусловлен тем, что половина образованных в разряде ионов поступает на верхний торец газоразрядной системы и половина на нижний.

Также были проведены эксперименты по генерации низкоэнергетичных 1-2 keV ионов. Ионные пучки с такой энергией широко применяются для очистки и травления поверхностей. В ходе этих экспериментов ускорение ионов до некоторой заданной энергии осуществлялось не с помощью ионно-

оптической системы, а при подаче на торцевой катод соответствующего напряжения. Ранее такой способ получения ионных пучков путем ускорения непосредственно в области катодного падения потенциала использовался в ионных источниках на основе высоковольтного тлеющего разряда, однако эти системы не получили широкого применения. Это связано с тем, что для поддержания разряда в них требуется высокое давление, неприемлемое для многих процессов ионно-плазменных технологий, кроме того, в этих разрядах основные характеристики, такие как ток, напряжение и рабочее давление, связаны друг с другом, что затрудняет регулировку параметров ионного пучка. В используемой нами системе на основе пеннинговского разряда с неэквипотенциальным катодом рабочее давление на несколько порядков ниже, а проведенные эксперименты показывают, что подача повышенного, соответствующего требуемой энергии ионов напряжения на торцевой катод не нарушает стабильности разряда.

Регулировка тока ионов, поступающих на торцевой катод, выполняющий роль обрабатываемой детали, осуществлялась блоком питания разряда, включенным между анодом и периферийным кольцом. Здесь использовалось то обстоятельство, что в широком диапазоне разрядных условий величины токов на оба катода практически равны друг другу и, таким образом, при увеличении тока разряда автоматически увеличивался и ток на мишени. Следует, однако, отметить, что в этих экспериментах ток в цепи торцевого катода несколько возрастал с увеличением ускоряющего напряжения, что, возможно, связано с увеличением коэффициента ион-электронной эмиссии. Регулировка радиального профиля, как и ранее, осуществлялась с помощью подачи на центральный диск напряжения, меньшего, чем на кольцо, причем в этих экспериментах уменьшение  $U_c$  осуществлялось путем подключения центрального диска диаметром 30 мм к блоку питания разряда через высокоомный резистор. Здесь было использовано то обстоятельство, что для диска такого размера оптимальное значение потенциала оказалось близко к

плавающему. С увеличением ускоряющего напряжения существенного искажения радиального профиля ионного тока не наблюдалось.

Следует отметить, что использование этих двух предложенных модификаций не в Пеннинговской системе, а в разряде с полым катодом без магнитного поля вряд ли улучшит ситуацию, так как распределение электронов, после одного эффективного столкновения, становится изотропным и они равномерно распределяются по объему катода. Аналогичным образом в системе с неэквипотенциальным катодом быстро произойдет перемешивание электронов, получивших разную энергию, и неравномерная ионизация также не будет обеспечена. Таким образом, использование магнитного поля в рассмотренных случаях, так же как и его наложение в разряде с полым катодом, что было проанализировано ранее, является вопреки широко распространенному мнению фактором не препятствующим, а способствующим получению однородной плазмы.

## **Глава 9. ЭМИССИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ИЗ ПЛАЗМЫ ТЛЕЮЩИХ РАЗРЯДОВ С ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ ЭЛЕКТРОНАМИ**

На основе разряда с полым катодом разработано большое число электронных источников. При этом часто возникают сложности, связанные с тем, что отбор части заряженных частиц в ускоряющий промежуток для формирования пучка (а, как правило, при разработке ионных и электронных источников стремятся к повышению эффективности извлечения) может привести к существенному изменению условий горения разряда. В настоящей главе будет проанализировано изменение характеристик разрядов с осциллирующими электронами при электронной эмиссии, что может привести к ослаблению интенсивности ионизационных процессов в промежутке и затруднить поддержание разряда. В связи с этим актуальной представляется задача определения некоторых оптимальных условий отбора заряженных частиц, при которых будет обеспечена достаточно высокая эффективность извлечения без нарушения устойчивости разряда.

Поскольку основной вклад в ионизацию газа в рассматриваемых разрядах с осциллирующими электронами вносят быстрые частицы, а вклад плазменных электронов невелик, то их отбор из разряда даже в большом количестве вряд ли окажет негативное влияние на устойчивость разряда. Это подтверждается результатами измерений, выполненных с использованием экспериментального макета, описанного в главе 5. При увеличении потенциала зонда, расположенного напротив выходной апертуры катодной полости, от плавающего до потенциала анода происходил рост электронного тока на зонд, и эффективность извлечения при использовании зонда с большими размерами могла достигать значений, близких к 100%. При этом ни напряжение горения разряда, ни нижняя граница рабочего диапазона давлений не возрастали. При увеличении же потенциала зонда от значения потенциала катода до плавающего, когда на него уходят быстрые частицы, негативное влияние было

весьма существенным. Таким образом, желательно при отборе электронов создать такие условия, чтобы происходила эффективная эмиссия плазменных электронов, и был бы исключен или хотя бы уменьшен уход быстрых ионизирующих частиц. Однако вряд ли такое возможно в разряде с полым катодом без магнитного поля, в котором как медленные, так и быстрые частицы свободно осциллируют по всему объему полости и вблизи любого участка поверхности газоразрядной камеры распределение электронов по энергиям является одинаковым. Поэтому, по-видимому, оптимальные условия для поддержания разряда с полым катодом в режиме электронной эмиссии достигаются при выполнении условия  $(S_e + S_a)/S_c \sim \sqrt{m/M}$ , где  $S_e$ ,  $S_a$ ,  $S_c$  – площади эмиссионного отверстия (отверстий), анода и катода, соответственно. Если суммарная площадь эмиссионного отверстия и анода больше, чем определяемая этим соотношением, то следует ожидать увеличения трудностей, связанных с поддержанием разряда и с обеспечением устойчивого токоотбора, а если меньше, то затрудняется уход из разряда плазменных электронов, что может привести к переходу разряда в высоковольтную форму.

Для разряда в магнитном поле ситуация несколько иная, так как магнитное поле препятствует свободному движению электронов в поперечном направлении и в этих условиях пространственные распределения быстрых и медленных частиц могут существенно отличаться друг от друга причем не только количественно, но и качественно. Анализ полученных в главе 7 выражений для концентрации быстрых электронов и плазмы показывает, что в разряде с магнитным полем, концентрация быстрых частиц спадает в направлении от катода к аноду, в то время как концентрация плазмы, а значит, и концентрация медленных электронов в слабом магнитном поле в этом направлении увеличивается. В связи с этим представляется возможным осуществить эффективный отбор плазменных электронов при сравнительно небольшой скорости ухода быстрых частиц и избежать существенного ослабления ионизационных процессов. Учитывая вышесказанное, основное

внимание в настоящей главе будет уделено экспериментальному и теоретическому исследованию эмиссии электронов из разрядов с магнитным полем.

Еще одна проблема, возникающая при эмиссии заряженных частиц из тлеющих разрядов, заключается в том, что при использовании в качестве эмиттерного электрода катода газоразрядной системы эмиссия идет из плазмы, ограниченной областью катодного падения. Протяженность этой области вследствие высокой величины разрядного напряжения существенно больше, чем длина слоя вблизи электрода, находящегося под плавающим потенциалом или под потенциалом катода дугового разряда. Соответственно, при использовании тлеющих разрядов возможно существенное влияние этого фактора на эмиссионные характеристики, особенно в том случае, когда протяженность слоя сравнима с размерами эмиссионного отверстия. Анализ этого влияния также будет проведен в настоящей главе.

### **9.1. Экспериментальное исследование эмиссии электронов из разряда в системе типа обращенный магнетрон**

В результате сравнения результатов исследований, наиболее широко известных систем с осцилляцией электронов, таких как система, с полым катодом, Пеннинговская и магнетронные системы, выяснилось, что наиболее низкое рабочее давление при некотором заданном токе разряда обеспечивается в системе типа обращенный магнетрон. Это, по-видимому, связано с тем, что в ней соединены достоинства других известных систем. Уход из разряда быстрых ионизирующих электронов затруднен вследствие использования анода малых размеров, как в разряде с полым катодом, так и вследствие влияния магнитного поля, как в системах типа Пеннинговской и прямой магнетрон. Здесь, однако, надо иметь в виду, что с усилением магнитного поля возможно возникновение трудностей не с поддержанием самостоятельности

разряда, а с транспортировкой медленных плазменных электронов к аноду. Результаты экспериментов показали, что устойчивое горение сравнительно низковольтного сильноточного разряда при низких давлениях возможно лишь в довольно узком диапазоне значений индукции магнитного поля порядка нескольких миллитесла при использовании катода диаметром несколько сантиметров. При  $B$  меньше некоторого  $B_0$ , слабо зависящего от давления и рода газа, горение разряда невозможно вследствие недостаточной ионизации, а при  $B$  больше некоторого  $B_1$  происходит резкий рост уровней шумов напряжения горения разряда и разрядного тока. Проведенные оценки показали, что при  $B > B_1$  классический механизм переноса частиц поперек магнитного поля недостаточен для обеспечения транспортировки электронов к аноду, что, по-видимому, и приводит к росту шумов.

Другим существенным преимуществом системы типа обращенный магнетрон по сравнению с разрядом с полым катодом является отсутствие необходимости в использовании специальных систем инициирования разряда. Результаты экспериментов (см. главу 7) показали, что хотя напряжение зажигания и превышает напряжение горения, но это превышение сравнительно невелико, и, как инициирование, так и поддержание разряда вполне может быть реализовано одним источником питания с несколько повышенным напряжением холостого хода. Исследованная электродная система схематично изображена на рис. 9.1.

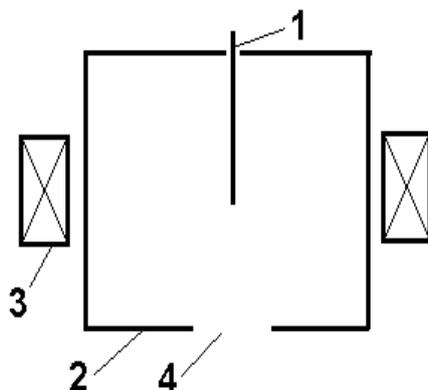


Рис. 9.1. Электродная схема эксперимента. 1 - анод, 2 - катод, 3 - соленоид, 4 – эмиссионное отверстие

Эмиссионное отверстие (или набор отверстий) выполнялось в одном из торцевых электродов, имевших катодный потенциал. Рассматривались два варианта газоразрядных систем плазменных электронных эмиттеров, отличающихся размерами используемых электродов и площадью поперечного сечения формируемых пучков.

### *9.1.1. Экспериментальное исследование малогабаритного эмиттера*

Первый эмиттер предназначался для использования вместо термокатодной электронной пушки в широкополосном пучково-плазменном усилителе СВЧ-колебаний. Специфика этого источника заключалась в том, что он работал без прокачки газа через газоразрядную систему, в то время, как в большинстве плазменных электронных и ионных источников такая прокачка используется для создания перепада давлений между газоразрядной и ускоряющей системами источника. Повышенное давление в газоразрядной камере способствует облегчению условий горения разряда, а пониженное давление в ускоряющем промежутке повышает его электропрочность. В данном случае напуск газа в газоразрядную систему не осуществлялся, так как предполагалось использование эмиттера в отпаянном электронном приборе. Тем не менее, использование системы типа обращенный магнетрон позволило обеспечить устойчивое горение газа при тех же низких давлениях  $\sim 0,1$  Па, при которых обеспечивается электрическая прочность ускоряющего промежутка и эффективное пучково-плазменное усиление СВЧ-излучения.

Испытания проводились в импульсно-периодическом режиме с длительностью импульса 2 мс, при токе разряда до 10 А и ускоряющем напряжении  $U_a$  до 20 кВ. Длина и диаметр катода газоразрядной системы составляли 56 мм, а длина и диаметр анода были равны 40 и 3 мм, соответственно. Диаметр эмиссионного отверстия составлял 12 мм и такой же размер имело отверстие в ускоряющем электроде. Использовалась

квазипирсовская геометрия [25] ускоряющей системы с длиной межэлектродного промежутка 12 мм.

Высоковольтный источник питания подключался к катоду газоразрядной системы. Результаты анализа, выполненного в [26], показывают, что такая схема более устойчива к росту тока пучка по сравнению со схемой с общим анодом. Кроме того, использование схемы с общим катодом делает возможным применение менее мощного блока питания разряда БПР, который в этом случае, в отличие от схемы с общим анодом, должен обеспечивать введение в разряд не всей выделяемой в нем мощности  $P = I_d U_d$ , а лишь некоторой ее части, которая определяется величиной тока в анодной цепи,  $P = I_a U_d$ . Подача ускоряющего напряжения приводит к росту полного тока разряда, протекающего в катодной цепи, на величину тока пучка  $I_b$ , при этом незначительная доля мощности  $P = I_b U_d$ , поставляемой высоковольтным источником, выделяется в разряде, а большая часть  $P = I_b(U - U_d)$ , где  $U$  – напряжение, выдаваемое высоковольтным источником, выделяется на мишени, бомбардируемой ускоренными электронами.

Вольт-амперные характеристики, снятые при давлении аргона 0,13 Па и величине магнитной индукции 4 мТл при частоте следования импульсов 5 Гц приведены на рис. 9.2 для нескольких значений разрядного тока. С увеличением  $I_d$  ток пучка также возрастает, что связано с действием двух факторов: увеличением концентрации плазмы и уменьшением протяженности прикатодного слоя, ограничивающего эмиттирующую электроны плазменную поверхность, которая формируется в эмиссионном отверстии. Длина слоя уменьшается, поскольку с повышением  $I_d$  растет плотность ионного тока на катоде, а падение потенциала на слое, которое практически равно разрядному напряжению, меняется незначительно, что уже отмечалось выше.

Эффективность извлечения  $\alpha = I_b / I_d$  растет с увеличением ускоряющего напряжения, причем максимальная эффективность обеспечивалась при малых токах разряда. Это связано с увеличением кривизны и площади эмитирующей

поверхности плазмы. При увеличении тока разряда и соответствующем увеличении концентрации плазмы форма поверхности становится ближе к плоской, и ее площадь уменьшается, что и приводит к снижению эффективности.

В целом при использовании разработанной газоразрядной системы типа обращенный магнетрон электронный источник обеспечивает генерацию пучков в миллисекундном диапазоне длительностей импульса с характеристиками, не уступающими параметрам электронных пучков термокатодных пушек. В то же время его использование обеспечивает возможность работы в изобарическом газовом режиме, в то время как при использовании термокатодного источника необходимо существенное понижение давления в ускоряющем промежутке по сравнению с рабочим давлением в области пучково-плазменного взаимодействия.

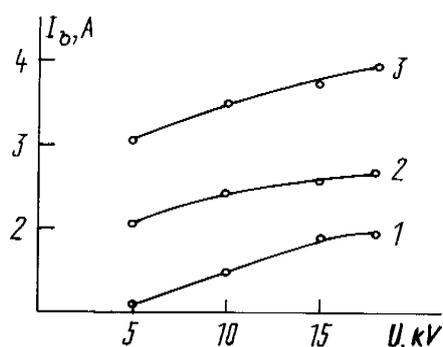


Рис. 9.2. Вольт - амперные характеристики электронного эмиттера.  
 Аргон,  $p = 0.13$  Па,  $V = 4$  мТл,  $f = 5$  Гц,  $I_d(A)$ : 1 - 4, 2 - 6, 3 - 10

Поскольку проведение прямых измерений напряжения горения разряда в находящейся под высоким потенциалом газоразрядной системе является затруднительным, то с помощью пояса Роговского были проведены измерения тока в анодной цепи разряда при заданном значении мощности, вкладываемой в разряд от импульсного источника питания (см. рис. 9.3). Как видно из рисунка, при поддержании достаточно высокого давления, при котором горение разряда происходит в сильноточной форме, подача ускоряющего напряжения и осуществление отбора электронов не приводила к изменению

тока, и, соответственно, напряжение горения также практически не менялось. Это связано с тем, что ВАХ разряда близка к горизонтальной, и увеличение полного тока разряда не приводит к существенному изменению напряжения горения. Исключением является кривая 3, снятая при наиболее низком давлении. В этом случае подача ускоряющего напряжения и отбор электронов привели к росту анодного тока, что свидетельствует об уменьшении напряжения горения.

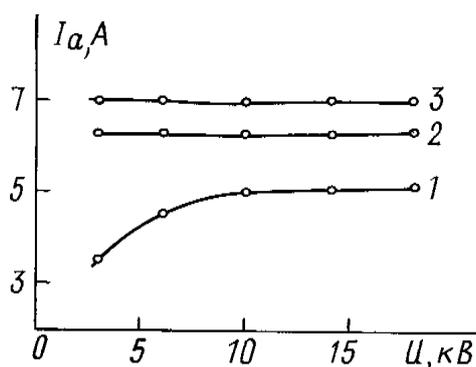


Рис.9.3. Изменение тока в анодной цепи разряда при подаче ускоряющего напряжения

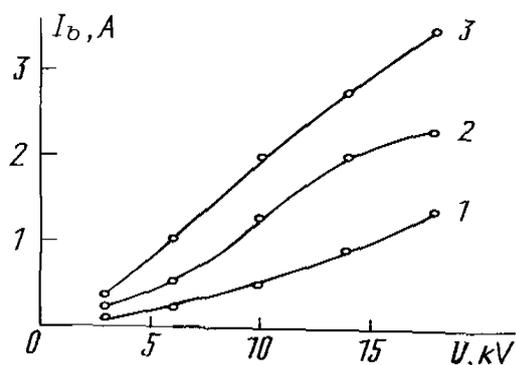


Рис.9.4. Вольт-амперные характеристики плазменного электронного эмиттера.  $p$ (Па): 1 - 0.03; 2 - 0.06; 3 - 0.09

Вольт-амперные характеристики этого источника, но снятые не при заданном токе разряда, а при заданном значении мощности  $P = I_a U_d = 3,6$  кВт, вводимой в разряд блоком питания, приведены на рис. 9.4 для разных давлений. С увеличением давления ток пучка возрастает, что объясняется уменьшением напряжения горения разряда и соответствующим увеличением разрядного тока и уменьшением протяженности прикатодного ионного слоя.

### 9.1.2. Экспериментальное исследование крупногабаритного эмиттера

Во втором варианте эмиттера длина и диаметр анода газоразрядной системы составляли 100 и 3 мм, соответственно, а длина и диаметр катода были одинаковы и равнялись 150 мм. Использовалась не пирсовская, а плоско-параллельная ускоряющая система. Диаметр отверстия, как в эмиттерном, так и

в ускоряющем электроде, составлял 28 мм. Длина ускоряющего промежутка, как и в первом варианте, составляла 12 мм. При давлении  $\sim 0,05$  Па в этом источнике был получен слаборасходящийся электронный пучок диаметром около 3 см с током 5 А и энергией частиц 20 кэВ. Однако следует отметить, что при использовании одного эмиссионного отверстия с большим диаметром диапазон давлений, в котором источник устойчиво работает, является довольно узким. С уменьшением давления затрудняется горение разряда, а при его увеличении возрастает вероятность пробоев ускоряющего промежутка.

Существенного расширения рабочего диапазона давлений удалось достичь при использовании эмиттерного электрода с несколькими эмиссионными отверстиями меньшего диаметра (19 отверстий диаметром 8 мм), хотя в этом случае эффективность извлечения несколько снижалась, что связано с негативным влиянием прикатодного слоя, протяженность которого в данной ситуации была сравнима с размерами эмиссионных отверстий.

Значительного увеличения эффективности извлечения до значений  $\sim 0,9$  удалось достичь при использовании электронно-оптической системы, состоящей из 37 отверстий диаметром 8 мм. На рис. 9.5 представлены зависимости тока пучка и тока анода от индукции магнитного поля при ускоряющем напряжении 20 кВ для нескольких значений давления в пространстве дрейфа пучка. Следует отметить, что при проведении этих экспериментов напуск газа осуществлялся в газоразрядную систему источника, и, соответственно, давление в ней было выше указанных в подписи к рисунку значений. С уменьшением  $B$  эффективность извлечения возрастала в полтора раза от 0,6 до 0,9, что связано с увеличением в слабых магнитных полях концентрации плазмы вблизи анода (см. главу 4), но при этом благодаря использованию схемы с общим катодом ток пучка увеличивался в пять раз и достигал значений 20 А.

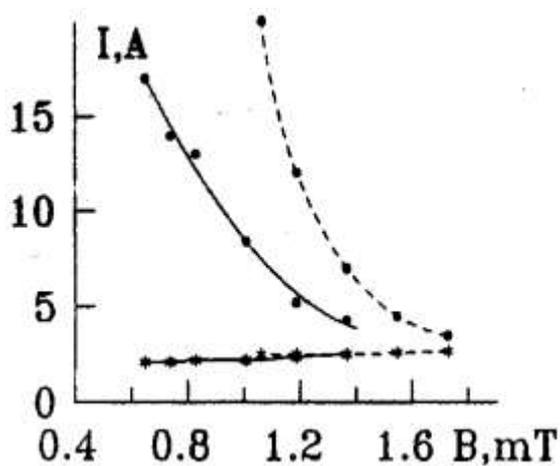


Рис.9.5. Зависимости тока пучка • и тока анода \* от индукции магнитного поля.  
 -  $p = 3.5 \cdot 10^{-4}$  Торр, - - -  $p = 2.8 \cdot 10^{-4}$  Торр

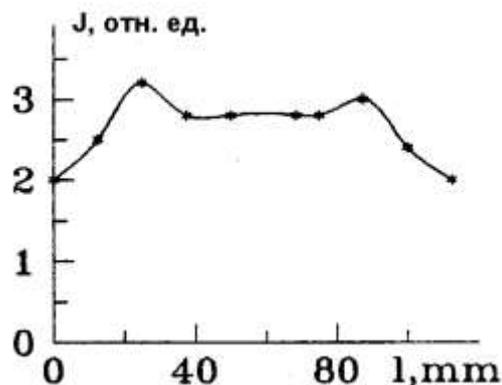


Рис.9.6. Распределение плотности тока в электронном пучке

Наличие сильной зависимости тока пучка от магнитной индукции дает дополнительную возможность управления током пучка, наряду с изменением разрядного тока и давления. Как видно из приведенного рис. 9.5, с увеличением давления и при прочих равных условиях ток пучка также несколько возрастал.

Была предпринята попытка получения при использовании данной газоразрядной системы пучка большого сечения. При этом по всей поверхности торцевого эмиттерного электрода было выполнено 127 отверстий диаметром 6 мм. Суммарная площадь отверстий была практически равна площади отверстий в предыдущем случае, когда отверстия выполнялись в приосевой области, но изменение месторасположения отверстий привело к резкому ухудшению условий горения разряда, что, по-видимому, связано с существенным увеличением потерь быстрых ионизирующих частиц. В результате для поддержания устойчивости разряда пришлось значительно увеличить напуск газа в систему и электрическая прочность ускоряющего промежутка существенно ухудшилась. Тем не менее удалось, как и в предыдущем случае,

достичь значений тока пучка около 20 А с неплохим распределением плотности тока по сечению пучка (см. рис. 9.6).

## 9.2. Теоретическое изучение влияния электронной эмиссии на характеристики разряда в магнитном поле

Обсудим особенности электронной эмиссии из разряда в магнитном поле, несколько модифицировав уравнения модели разряда, описанной в главе 7.

### 9.2.1. Основные допущения

Пусть газоразрядный промежуток ограничен в направлении вдоль магнитного поля и имеет в этом направлении длину  $L$ . На торцевые электроды подан катодный потенциал, препятствующий уходу электронов, но один из этих электродов имеет форму сетки с прозрачностью  $\alpha$  и через него при приложении ускоряющего напряжения между сеткой и некоторым ускоряющим электродом осуществляется электронная эмиссия из разрядной плазмы. Не вдаваясь пока в усложняющие детали, связанные с особенностями эмиссии в присутствии приэлектродных слоев, будем считать, что через участок сетки с единичной площадью за время  $dt$  эмиттируется  $\alpha n \bar{v} dt / 4$  частиц и, соответственно, на столько же уменьшается число частиц  $nL$  в воображаемом столбике, опирающемся на этот участок

$$d(nL) = -\alpha n \bar{v} dt / 4 \quad (9.1)$$

Отсюда для изменения концентрации в результате эмиссии получаем

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{\alpha \bar{v} n}{4L} = -\frac{n}{\tau}, \quad (9.2)$$

где введено характерное время потерь частиц в результате эмиссии

$$\tau = \frac{4L}{\alpha \bar{v}}. \quad (9.3)$$

Для плазменных электронов  $\bar{v} = \sqrt{8kT_e/\pi m}$ , для быстрых частиц, скорость которых изменяется в пределах от  $\sqrt{2eU_c/m}$  практически до нуля, среднюю скорость можно положить равной  $\sqrt{eU_c/2m}$  и тогда для характерного времени эмиссионных потерь быстрых частиц  $\tau_{ef}$  получаем следующее выражение:

$$\tau_{ef} = \frac{4L}{\alpha} \sqrt{\frac{2m}{eU_c}}. \quad (9.4)$$

При наличии эмиссии уравнение непрерывности для быстрых частиц примет следующий вид:

$$\frac{d(n_f v_f)}{dx} = \frac{n_f}{\tau_r} + \frac{n_f}{\tau_{ef}} = \frac{n_f}{\tau_f}, \quad (9.5)$$

где введено характерное время полных потерь быстрых частиц

$$\tau_f = \frac{\tau_r \tau_{ef}}{\tau_r + \tau_{ef}}. \quad (9.6)$$

Уравнение движения быстрых частиц не изменится, и в результате его совместного решения с уравнением непрерывности можно получить для концентрации быстрых частиц следующее выражение

$$n_f = \frac{\gamma j_c l_f \operatorname{sh}(x/l_f)}{e D_f \operatorname{ch}(d/l_f)}, \quad (9.7)$$

где  $l_f = \sqrt{D_f \tau_f}$ . Пренебрегая уходом ионов на торцы, будем по-прежнему считать, что все образующиеся в промежутке ионы поступают на катод.

### 9.2.2. Условие самостоятельности

Проводя преобразования, аналогичные тем, что проводились в четвертой главе, получим, что для самоподдержания разряда должно выполняться условие

$$\frac{u}{1+\beta u^{3/2}} \left( 1 - \frac{1}{ch(2.61 b \sqrt{1+\beta u^{3/2}} / u)} \right) = 1, \quad (9.8)$$

где параметр  $\beta$  определяется следующим выражением

$$\beta = \frac{\alpha \sqrt{2W/m}}{8\gamma^{3/2} v_i L}. \quad (9.9)$$

Нетрудно видеть, что в отсутствие эмиссии (при  $\alpha = 0$ ) соотношение (9.8) переходит в условие самостоятельности, полученное в главе 7. Выражение (9.8) определяет в неявном виде зависимости  $u(b)$ , представленные на рис. 9.7 для различных значений параметра  $\beta$ . Как видно из рисунка, с увеличением  $\beta$  зависимости смещаются вправо и нижняя граница области магнитных полей возрастает. Или иначе можно сказать, что каждому значению  $b$  соответствует некоторое критическое значение параметра  $\beta_{cr}$ , которое нельзя превышать, чтобы не нарушить выполнение условия самостоятельности разряда. Отсюда возникает ограничение снизу на давление, необходимое для поддержания разряда в режиме электронной эмиссии. Вводя константу ионизации  $k_i = v_i/N$  можно получить следующее соотношение:

$$P > \frac{\alpha k T \sqrt{2W/m}}{\beta_{cr}(b) 8\gamma^{3/2} k_i L}. \quad (9.10)$$

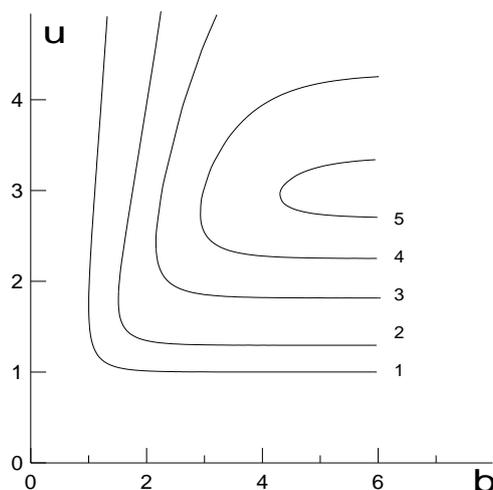


Рис.9.7. Зависимости  $u(b)$  для различных значений параметра  $\beta$ .  
1 – 0; 2 – 0,2; 3 – 0,33; 4 – 0,37; 5 – 0,384

Вид функции  $\beta_{cr}(b)$  можно определить, если из (9.8) найти явное выражение для зависимости  $b(u)$  и исследовать ее на минимум. В зависимости от значения параметра  $\beta$  будут получаться различные значения минимума, и результате получим зависимость  $b_{min}(\beta)$ , обратная к которой и будет зависимостью  $\beta_{cr}(b)$ . Функция  $\beta_{cr}(b)$  равна 0 при  $b=1$ , затем постепенно возрастает и стремится к 0.4 при  $b \rightarrow \infty$ , а при  $\beta > 0,4$  оказалось, что функция  $u(b)$  вообще не является действительной. Таким образом минимальное давление  $P_0$ , при котором рассматриваемая форма разряда еще может быть реализована при наложении на промежутки сильных магнитных полей ( $b \gg 1$ ), определяется следующим соотношением

$$P_0 = \frac{\alpha k T \sqrt{2W/m}}{3,2 \gamma^{3/2} k_i L}. \quad (9.11)$$

В слабых магнитных полях ( $b \geq 1$ ) давление должно быть еще выше (см. кривую 1 на рис. 9.8), поскольку здесь  $\beta_{cr} < 0,4$ .

Таким образом, при переходе в режим электронной эмиссии ситуация с обеспечением самостоятельности разряда существенно меняется. Если в отсутствие эмиссии для этого было достаточно, чтобы магнитное поле было выше некоторого значения, то при наличии эмиссии необходимо обеспечить и определенный уровень давления. Как показывают оценки по выражению (9.11), этот уровень при не слишком больших  $L$  (порядка нескольких  $d$ ) существенно выше, чем уровень критического давления, найденный в главе 7. Это означает, что переход в режим электронной эмиссии может привести к нарушению стабильности разряда, что подтверждается результатами экспериментов, описанных в предыдущем разделе. Попытка извлечения электронов через весь торцевой электрод приводила к тому, что для сохранения устойчивости разряда пришлось существенно увеличить напуск газа в систему, что в свою очередь привело к трудностям в функционировании ускоряющей системы источника. В то же время извлечение электронов не через весь торец, а только из прианодной области не приводило к этим негативным последствиям.

Анализ ситуации с извлечением электронов лишь из некоторой части промежутка (через участок с протяженностью  $d_e < d$ ) в рамках рассматриваемой модели позволил объяснить это различие. При проведении этих расчетов на участке  $[d_e, d]$  использовалось уравнение непрерывности, не учитывающее уход электронов, а на участке  $[0, d_e]$  в виде (9.5). Для сшивки решений использовались условия непрерывности функции  $n_f(x)$  и ее первой производной в точке  $x = d_e$ . Анализ полученного условия самостоятельности (оно является очень громоздким и не приводится) показал, что для его выполнения также необходимо обеспечить некоторый уровень давления, меняющийся с изменением магнитного поля, но этот уровень существенно (на несколько порядков) ниже, чем в ситуации, когда извлечение электронов осуществляется через весь торец. Причем, как видно из рис. 9.8, на котором показаны зависимости критического давления от магнитного поля для нескольких значений  $d_e/d$ , большая разница достигается не только, когда  $d_e/d < 1$ , но уже при значениях  $d_e/d \sim 0,5$ . Это объясняется тем, что концентрация быстрых частиц резко падает в направлении от катода к аноду, и в прианодную часть разряда они попадают, уже в значительной степени реализовав свою способность к ионизации.

Резкое снижение уровня давления, необходимого для обеспечения условия самостоятельности, при извлечении электронов только из прианодной области, по сравнению со случаем отбора частиц через весь торцевой электрод, приводит к тому, что нижняя граница рабочего диапазона давлений для рассматриваемого разряда, вновь будет определяться не условиями ионизации, а условиями движения плазменных электронов, как это было в отсутствие эмиссии.

Получить аналитическое решение для концентрации плазмы при наличии электронной эмиссии из части газоразрядного промежутка не удалось. Результаты численного анализа показывают, что в этом случае обращение концентрации плазмы в 0 на аноде происходит при более низких давлениях,

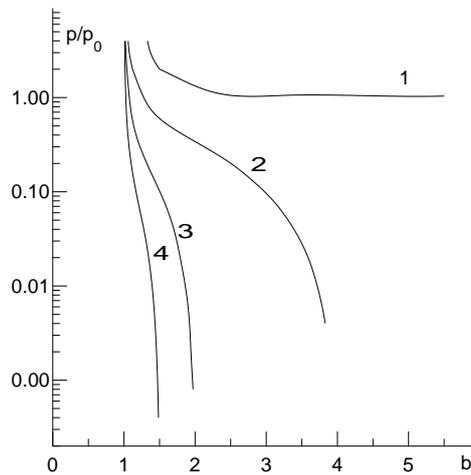


Рис. 9.8. Зависимости критического давления от индукции магнитного поля в режиме электронной эмиссии.  $d_0/d$ : 1 – 1; 2 – 0,75; 3 – 0,5; 4 – 0,4

т.е. происходит расширение области, в которой возможна реализация сильноточной формы разряда, в сторону низких давлений. Это объясняется убыстрением ухода электронов из разрядного промежутка, так как в этом случае электроны уходят не только поперек магнитного поля на анод, но и вдоль магнитного поля в ускоряющий промежуток [8]. Следует отметить, что, несмотря на ограничение области токоотбора, электроны, уходящие в пучок, могут составить значительную часть разрядного тока, и эффективность извлечения может достигать значений близких к 1.

Расширение области реализации разряда создает возможность возникновения ситуации, когда разряд, горевший в высоковольтной форме в отсутствие эмиссии, переходит при подаче ускоряющего напряжения и отборе электронов в сильноточную форму. Это приводит к уменьшению напряжения горения разряда, что наблюдалось в экспериментах (см. раздел 9.1) при проведении измерений в области пониженных давлений, когда разряд до включения ускоряющего напряжения горел с небольшим током и повышенным напряжением.

В целом проведенный анализ влияния электронной эмиссии на разряд и результаты проведенных экспериментов позволяют сделать вывод, что здесь возможно возникновение самых различных ситуаций. Возможно увеличение напряжения горения и даже погасание разряда при интенсивном уходе из него

быстрых частиц. Избежать этого негативного влияния можно при отборе электронов из прианодной части разряда, где концентрация быстрых частиц мала. В случае если рабочая точка  $(B,p)$  и до и после перехода в режим электронной эмиссии находится в пределах области существования рассматриваемой формы разряда, то такой переход не приведет к значительным изменениям в уровне напряжения горения. И наконец возможна ситуация, когда электронная эмиссия приводит к тому, что в разряде, горевшем в высоковольтной форме с преобладанием отрицательного заряда, вследствие отбора электронов возникнет положительно заряженная структура, т.е. он перейдет в сильноточную форму. Такой переход сопровождается уменьшением напряжения горения, т.е. в этом случае отбор электронов не затрудняет, а облегчает поддержание разряда.

### **9.3. Влияние электронной эмиссии на структуру отражательного разряда с полым катодом**

В предыдущем разделе рассматривалось влияние электронной эмиссии на характеристики разряда в магнитном поле, когда движение электронов поперек магнитного поля определяется “классическим” диффузионно-дрейфовым механизмом. В настоящем разделе исследуется влияние эмиссии электронов из плазмы вдоль магнитного поля на отражательный разряд с полым катодом, в котором в условиях, приемлемых для использования такого разряда в плазменных электронных источниках [2], возникает вращательная неустойчивость плазмы, и перенос электронов поперек магнитного поля является “аномальным”.

Вращательная неустойчивость проявляется в том, что анодная плазма существует в виде вращающегося факела протяженностью  $\sim 2$  рад. Благодаря развитию неустойчивости в разряде обеспечивается перенос электронов поперек магнитного поля в условиях, при которых классический механизм

переноса является недостаточным для замыкания анодного тока. При постоянном токе разряда эмиссия электронов вдоль магнитного поля вызывает соответствующее уменьшение электронного тока на анод. При этом возникает вопрос об изменениях, происходящих в разряде и обеспечивающих такое перераспределение электронного тока.

### *9.3.1. Условия эксперимента*

Экспериментальная схема представлена на рис. 9.9. Электродная система образована полым катодом 1, цилиндрическим анодом 2 диаметром 16 мм и катодом-отражателем 3. Магнитное поле в разряде создавалось соленоидом. В катодную полость напускается аргон, откачиваемый через зазоры между анодом и катодами. Коллектор 4 эмиттируемых плазмой электронов устанавливается в осевом эмиссионном канале в катоде-отражателе. Для измерения частоты вращения плазменного факела использовался анодный зонд 5, сигналы с которого регистрировались осциллографом С8-12 и анализатором спектра СК4-59. Измерения проводились при различных значениях магнитной индукции  $B$ , напуска газа  $Q$ , расстоянии между катодами  $L$ , диаметре коллектора  $d$ , расстоянии от торца коллектора до плоскости катода (рис. 9.9).

### *9.3.2. Результаты эксперимента*

На рис. 9.10 приведены вольтамперные характеристики коллектора, получение которых сопровождалось измерением частоты вращательной неустойчивости  $f$ . При увеличении эмиссионного тока происходило некоторое уменьшение частоты вращения плазменного факела, а при достижении током коллектора некоторой величины  $I_A$  колебания зондового сигнала становились неустойчивыми.

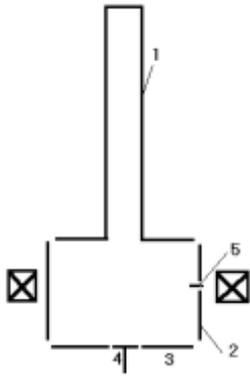


Рис. 9.9. Распределение плотности тока в электронном пучке

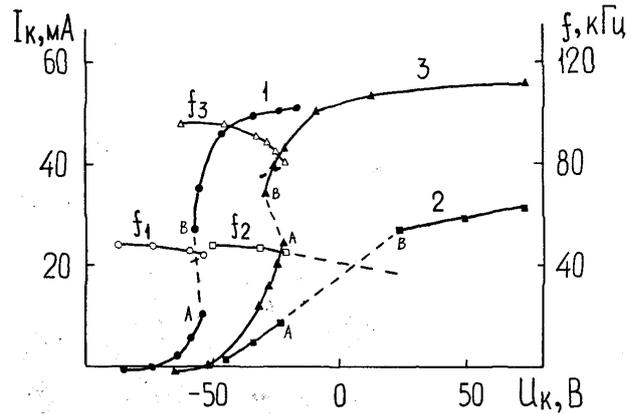


Рис. 9.10. Вольт-амперные характеристики коллектора и изменение частоты вращательной неустойчивости

На участках АВ, отмеченных штриховыми линиями, в разряде происходят самопроизвольные переходы между режимами с вращательной неустойчивостью и без нее. При достижении током критической величины  $I_B$  характерные когерентные колебания тока на анодный зонд прекращаются, что свидетельствует о подавлении вращательной неустойчивости. Значения  $I_A$ ,  $I_B$  возрастают с уменьшением расхода газа и с увеличением разрядного тока и индукции магнитного поля, но существенно не меняются при изменении положения коллектора (см. рис. 6.14, кривые 1 и 2). Подавление неустойчивости приводит к значительному снижению (примерно в 2 раза) уровня модуляции тока электронной эмиссии на коллектор.

Отношение ионного и электронного токов насыщения составляет  $I_i / I_e \approx 4 - 6 \sqrt{m/M}$ , что почти на порядок превышает значение, которое наблюдалось бы в отсутствие влияния электронной эмиссии на свойства изотропной плазмы при одинаковой плазменной поверхности, эмиттирующей электроны и ионы. В условиях эксперимента протяженность области катодного падения потенциала превышает величину зазора между коллектором и катодом, что исключает возможность проникновения в этот зазор плазмы и отбора ионов на боковую поверхность коллектора. Кроме того, вследствие резко выраженной неравномерности радиального

распределения плотности плазмы с максимумом на оси конфигурация области катодного падения вблизи оси такова, что оказывает рассеивающее действие на ионы, входящие в эту область напротив торца коллектора. Все это позволяет заключить, что плазменная эмиссионная поверхность, с которой на коллектор поступают ионы, не превышает поверхности электронной эмиссии. Таким образом, относительно большое значение отношения  $I_i / I_e$  можно объяснить уменьшением плотности плазмы вблизи оси системы при электронной эмиссии из разряда.

Различие между потенциалом коллектора, при котором происходит насыщение электронного тока, и плавающим потенциалом, при котором ионный и электронный токи на коллектор равны, составляет 40-50 В, что несколько превышает значение

$$\varphi = \frac{kT}{e} \ln \left( \frac{M}{m} \right) \quad (9.12)$$

(по проведенным оценкам  $T = 5-6$  эВ), которое должно получаться в отсутствие влияния электронной эмиссии на разряд. Такое различие может объясняться повышением потенциала приосевой плазмы при отборе электронов. Снижение приосевой электронной концентрации вызывает уменьшение ее радиального градиента, а повышение потенциала уменьшение радиальной напряженности электрического поля, поскольку в отражательном разряде с полым катодом потенциал приосевой плазмы ниже потенциала анода. Оба этих фактора, так же как и обнаруженные в условиях электронной эмиссии снижение частоты вращения плазменного факела и подавление вращательной неустойчивости, уменьшают перенос электронов на анод поперек магнитного поля и обеспечивают переключение электронного тока с анода на коллектор. Таким образом, в отражательном разряде с полым катодом механизм переключения является многофакторным и существенно более сложным, чем рассмотренный в работах Жаринова и сотрудников для разряда с полым катодом.

## 9.4. Эмиссионные свойства плазмы, ограниченной прикатодной областью разряда низкого давления

В настоящем разделе анализируются особенности извлечения электронов через цилиндрический эмиссионный канал в катоде (см. рис. 9.11) при горении разряда низкого давления типа тлеющего.

### 9.4.1. Расчетная модель

Поскольку величина катодного падения потенциала в таких разрядах обычно на порядок выше анодного и достигает сотен вольт, эмиссией через потенциальный барьер, создаваемый катодным падением, можно пренебречь при наличии открытой плазменной поверхности. Тогда эмиссионный ток определяется соотношением

$$I = en \sqrt{\frac{kT_e}{2\pi m}} \pi r^2, \quad (9.12)$$

где  $r$  – радиус открытой поверхности плазмы (см. рис. 9.11)

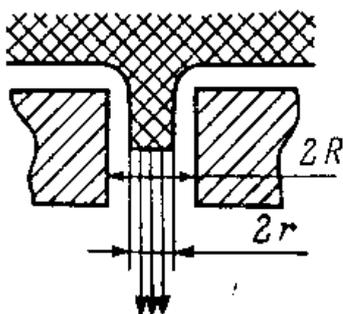


Рис. 9.11. Эмиссионный канал

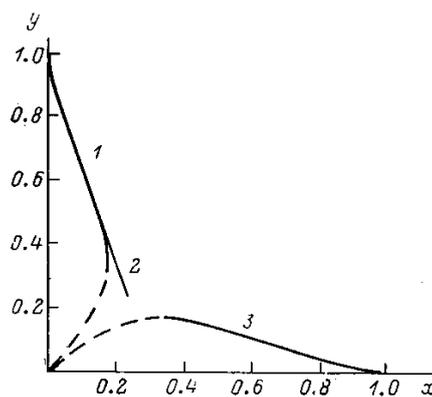


Рис. 9.12. Функции: 1 -  $y = f^{-1}(x)$ , 2 -  $y = 0,9 - 2,9x$ , 3 -  $y = f(x)$

В разряде низкого давления движение ионов в катодном падении можно считать бесстолкновительным и для расчета  $r$  воспользоваться "законом 3/2" для цилиндрического ионного слоя. Определяя плотность выходящего из

плазмы ионного тока по известной формуле Бома и задавая связь между концентрацией плазмы и током разряда в виде

$$n = aI_d \quad (9.13)$$

(обычно  $a$  - const, в общем случае  $a = a(I_d)$ ), преобразуем "закон 3/2" к следующему виду

$$I_d = \frac{10\varepsilon_0 U_c^{3/2}}{9aR^2 \sqrt{ekT_e} f(\xi)} \quad (9.14)$$

где  $U_c$  – катодное падение потенциала,  $R$  – радиус эмиссионного канала,  $f(\xi) = \xi \beta^2(I/\xi)$ ,  $\xi = r/R$ ,  $\beta^2$  – трансцендентная табулированная функция [24].

Разрешая (9.14) относительно  $\xi$  и подставляя полученное выражение в (9.12), получим

$$I = AI_d (f^{-1}(B / I_d))^2, \quad (9.15)$$

где

$$A = e \sqrt{\frac{kT_e}{2\pi m}} \pi R^2, \quad (9.16)$$

$$B = \frac{10\varepsilon_0 U_c^{3/2}}{9aR^2 \sqrt{ekT_e}}, \quad (9.17)$$

$f^{-1}$  – функция, обратная к  $f$ . Функция  $f$  немонотонная, поэтому обратная функция является двузначной (см. рис. 9.12). Для определения  $\xi$  необходимо использовать верхнюю ветвь, так как плазма в цилиндрическом канале неустойчива при малых  $r$ .

Для расчета параметров  $A$  и  $B$  необходима модель разряда, которая позволяла бы определить значения  $a$ ,  $T_e$ ,  $U_c$  при известном  $I_d$ , но для использовавшегося в экспериментах эмиттера на основе отражательного разряда с полым катодом такая модель до настоящего времени не разработана. Однако известно [2], что величины  $a$ ,  $T_e$ ,  $U_c$  слабо меняются при изменении  $I_d$ , поэтому можно рассмотреть, в какой степени экспериментальные эмиссионные характеристики описываются функциями вида (9.15) при постоянных  $A$  и  $B$ , подобранных путем последовательных приближений.

#### 9.4.2. Сравнение расчетных и экспериментальных данных

Из рис. 9.13 видно, что расчетные линии вполне удовлетворительно описывают ход экспериментальных характеристик, причем, несмотря на довольно сложную функциональную зависимость, эти характеристики можно с хорошей точностью аппроксимировать линейными функциями вида

$$I = C(I_d - I_0), \quad (9.18)$$

где  $C$  и  $I_0$  - некоторые константы.

Ранее были получены аналогичные экспериментальные результаты, но при их анализе не рассматривались причины сдвига характеристик вправо от начала координат. При наличии сдвига, несмотря на линейность характеристик, эффективность извлечения  $\alpha = I / I_d$  не остается постоянной, а возрастает с увеличением  $I_d$ , что объясняется уменьшением протяженности области катодного падения потенциала и соответствующим увеличением площади эмитирующей поверхности  $S$ . Для зависимости  $S(I_d)$  в широком диапазоне токов можно получить простое аналитическое выражение, если воспользоваться тем обстоятельством, что верхняя ветвь  $f^{-1}(x)$ , соответствующая устойчивым состояниям плазмы, при  $0,02 < x < 0,15$  хорошо аппроксимируется линейной функцией

$$f^{-1}(x) = 0,9 - 2,9 x. \quad (9.19)$$

Тогда

$$S = \pi r^2 = \pi R^2 \left( 0,9 - 2,9 \frac{B}{I_d} \right)^2. \quad (9.20)$$

Подставляя (6.4.9) в (6.4.1), получим

$$I = 0,81 A \left( I_d - 6,3B + \frac{10B^2}{I_d} \right). \quad (9.21)$$

Последнее слагаемое в скобках играет роль лишь при малых  $I_d$ . В остальном диапазоне им можно пренебречь и, тогда для  $I$  будет выполняться соотношение (6.4.7), если в нем положить  $C = 0,81$  А,  $I_0 = 6,3$  В.

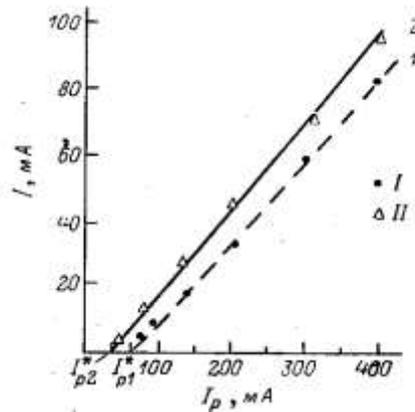


Рис. 9.13. Эмиссионные характеристики. Ускоряющее напряжение:  
 1 - 10 кВ, 2 - 20 кВ. I, II - эксперимент, сплошная линия - расчет:  $A = 0,32$ ;  $B = 6$  мА;  
 штриховая линия - расчет:  $A = 0,3$ ;  $B = 10,5$  мА

При малых разрядных токах ( $I_d < 6,3$  В) рассмотренная модель не применима, так как в этом случае вся электронная эмиссия должна идти через потенциальный барьер. Измерения показали (см. рис. 9.14), что в этой области при уменьшении разрядного тока сначала продолжается спад  $I$ , но при  $I_d = 15-20$  мА на эмиссионной характеристике образуется локальный максимум, появление которого соответствует падающему участку вольт-амперной характеристики разряда. Осциллографирование показало, что на этом участке происходят колебания тока, причем одновременно реализуются две моды, соотношение между которыми меняется с ростом  $\langle I_d \rangle$ . В начале падающего участка ВАХ преобладают резкие релаксационные колебания (мода I, рис. 9.15). Аналогичные колебания, представляющие собой периодический пробой промежутка и распад образовавшейся плазмы, наблюдались при переходе от Таунсендовского разряда к тлеющему. Рост  $\langle I_d \rangle$  идет за счет увеличения частоты этого процесса. При дальнейшем увеличении  $\langle I_d \rangle$  все большее время в разряде происходят слабые колебания (мода II, рис. 9.15), которые можно интерпретировать как неустойчивое горение разряда с полым катодом.

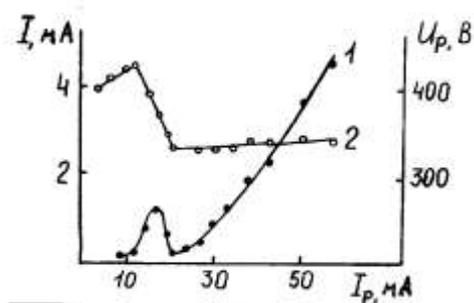


Рис. 9.14. Начальный участок эмиссионной характеристики (1) и напряжение горения разряда (2)

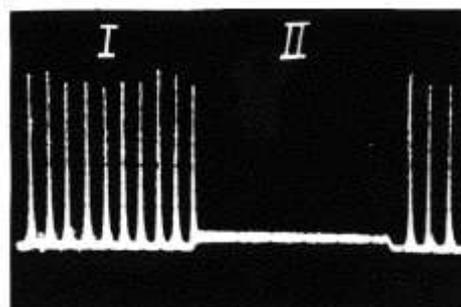


Рис. 9.15. Осциллограмма разрядного тока на падающем участке ВАХ

Появление максимума в зависимости  $I(I_d)$  можно объяснить тем, что после пробоев эмиссия идет с открытой поверхности большой площади ( $r$  близко к  $R$ ). Протяженность катодного падения при этом мала, так как максимальное значение тока в импульсе достигает 500 мА. Уменьшение  $I$  в конце падающего участка обусловлено относительным возрастанием времени пребывания разряда во второй моде, когда при малой величине разрядного тока эмиссионное отверстие перекрыто широкой областью катодного падения и эмиссия электронов в соответствующие моменты времени осуществляется через потенциальный барьер.

Подтверждением приведенной интерпретации начального участка эмиссионной характеристики являются наблюдавшиеся особенности фокусировки ускоренного пучка в области максимума зависимости  $I(I_d)$ . При постоянном токе электромагнитной линзы, осуществляющей фокусировку электронного пучка, диаметр светящегося пятна на коллекторе электронов составляет 7-8 мм, но в центре пятна имеется яркая точка с диаметром  $\sim 1$  мм. При переходе в режим устойчивого горения разряда с полым катодом остается только эта точка. Таким образом, стабильно извлечение и фокусировка непрерывного пучка возможны лишь в этом режиме.

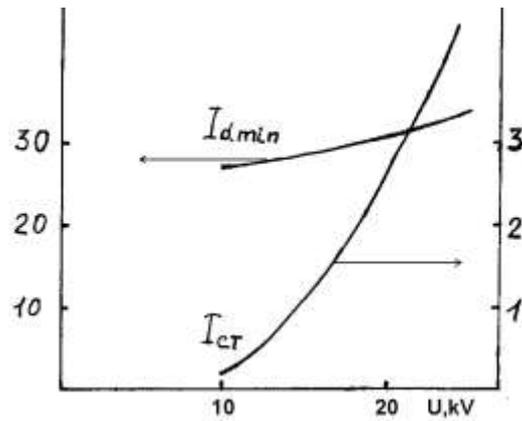


Рис. 9.16. Зависимости  $I_{d,min}$  и  $I_{st}$  от ускоряющего напряжения  $U_{ac}$ .

На рис. 9.16 приведены зависимости  $I_{d,min}$  – минимально возможного значения разрядного тока, при котором горит устойчивый разряд с полым катодом, и  $I_{st}$  – стартового тока пучка, извлекаемого при  $I_d = I_{d,min}$  от ускоряющего напряжения  $U_{ac}$ . Небольшой рост  $I_{d,min}$  связан с отбором электронов и соответствующим затруднением условий горения разряда.  $I_{st}$  растет более круто, так как кроме роста  $I_{d,min}$  этому способствует снижение потенциального барьера за счет проникания поля ускоряющего электрода в эмиссионный канал.

## **Глава 10. ИОННАЯ ЭМИССИЯ ИЗ ПЛАЗМЫ ТЛЕЮЩИХ РАЗРЯДОВ ОСЦИЛЛИРУЮЩИМИ ЭЛЕКТРОНАМИ**

Технологические ионные источники на основе газоразрядных систем с холодными катодами обладают существенно более высоким ресурсом и надежностью по сравнению с термокатодными в характерных для промышленных установок условиях технического вакуума, частой разгерметизации рабочих камер для замены обрабатываемых деталей и, особенно, при использовании химически активных газов, таких как азот и кислород, которые часто применяются во многих процессах ионно-лучевой технологии [12]. Кроме того, при работе в импульсном или импульсно-периодическом режиме использование систем с холодными катодами является энергетически более эффективным вследствие отсутствия необходимости в поддержании постоянного тока накала.

В то же время при работе в непрерывном режиме энергетическая эффективность ионных источников на основе тлеющих разрядов существенно ниже по сравнению с источниками на основе дуговых разрядов. Это связано с тем, что коэффициент потенциальной ион - электронной эмиссии из катода мал и, соответственно, велико напряжение горения разряда. Однако в отличие от дуговых разрядов, где доля ионного тока невелика, в тлеющем разряде катодный ток практически полностью обеспечивается ионами. Это создает возможность для повышения энергетической эффективности за счет увеличения площади катодных эмиссионных отверстий и соответствующего увеличения эффективности извлечения. Однако такое увеличение ионной эмиссии может оказать негативное влияние на разряд, так как частицы, отбираемые в пучок, естественно не попадают на катод и не участвуют в  $\gamma$ -процессах на его поверхности, что может затруднить поддержание разряда. В связи с этим актуальной представляется задача определения некоторого оптимального уровня ионной эмиссии, при котором, с одной стороны, обеспечивается

достаточно высокое значение эмиссионного тока, но при этом не возникает существенных трудностей с поддержанием разряда.

Другая особенность ионной эмиссии из тлеющих разрядов, так же как и в случае электронной эмиссии через отверстия в катоде, заключается в наличии протяженной области катодного падения, что может существенно повлиять на извлечение частиц. Исследование этого влияния позволит установить, при каких условиях реализуется оптимальный режим токоотбора и также является актуальным.

### 10.1. Влияние ионной эмиссии на характеристики разряда с полым катодом

Проанализируем влияние ионной эмиссии на основе модели разряда, разработанной в главе 5. В этой главе при использовании допущения о том, что частота ионизации является постоянной величиной, было получено уравнение баланса для быстрых электронов в следующем виде:

$$\frac{\gamma I_c}{e} - \frac{n_f V}{\tau_r} - \frac{n_f \bar{v} S_a}{4} = 0. \quad (10.1)$$

Считалось, что все ионы, образуемые быстрыми электронами в полости, поступают на катод. В режиме ионной эмиссии некоторая часть ионов, которую обозначим  $\alpha$ , эмиттируется в ускоряющий промежуток и не участвует в катодных процессах. Тогда,  $(1-\alpha)$  – это доля ионов, поступающих на катод, и для ионного тока на катоде можно записать следующее выражение:

$$I_c = (1 - \alpha) e v_i n_f V. \quad (10.2)$$

Подставляя выражение для катодного тока в уравнение баланса, можно после некоторых преобразований получить условие самостоятельности разряда в режиме ионной эмиссии в следующем виде:

$$\gamma(1 - \alpha) \tau_r v_i - \frac{\bar{v} \tau_r S_a}{4V} = 1. \quad (10.3)$$

Переходя к тем же безразмерным переменным, которые использовались в главе 5, получим из (10.3) следующее соотношение, связывающее безразмерные напряжение и давление

$$p = \frac{2(u/3)^{3/2}}{(1-\alpha)u - 1}. \quad (10.4)$$

Полученное выражение имеет физический смысл, если знаменатель больше 0, т.е. при выполнении условия

$$u > 1/(1-\alpha). \quad (10.5)$$

Иными словами при наличии эмиссии напряжение горения разряда, по крайней мере, в  $1/(1-\alpha)$  раз превышает величину  $U_0$ . В указанной области функция  $p(u)$  так же как и в режиме без ионной эмиссии является немонотонной и имеет в точке  $u = 3/(1-\alpha)$  минимум, равный  $(1-\alpha)^{-3/2}$ . Следовательно, обратная к  $p(u)$  зависимость  $u(p)$  имеет область определения

$$p \geq (1-\alpha)^{-3/2} \quad (10.6)$$

и является в этой области двузначной. Вне этой области выполнение условия самостоятельности и стационарное горение разряда невозможно ни при каком значении  $u$ . В частности, в отсутствие эмиссии из (10.6) получаем, что горение разряда возможно при  $p > 1$ , как этого и следовало ожидать. С увеличением эмиссии и при прочих равных условиях нижняя граница рабочего диапазона давлений постепенно возрастает, что требует увеличения напуска газа для поддержания разряда. Это накладывает определенные ограничения на возможность увеличения эффективности извлечения, так как с повышением напуска в разряд и соответствующим возрастанием давления в ускоряющем промежутке может произойти нарушение его электропрочности.

Зависимости  $u(p)$  для различных значений параметра  $\alpha$  приведены на рис. 10.1. Устойчивыми и реализуемыми в эксперименте являются нижние ветви приведенных зависимостей, что анализировалось в главе 5. Как видно из рисунка, с увеличением эффективности уровень напряжения на этой ветви существенно возрастает. Это обстоятельство может сделать нецелесообразным

чрезмерное увеличение эффективности извлечения, даже если электрическая прочность не будет нарушена, так как рост напряжения горения может привести к уменьшению энергетической эффективности источника

$$\alpha_e = \frac{I_b}{I_d U_d} = \frac{\alpha}{U_d} \quad (10.7)$$

в том случае, если напряжение с увеличением  $\alpha$  начнет расти быстрее, чем по линейному закону, т.е. если будет выполняться условие  $dU/d\alpha > U/\alpha$ .

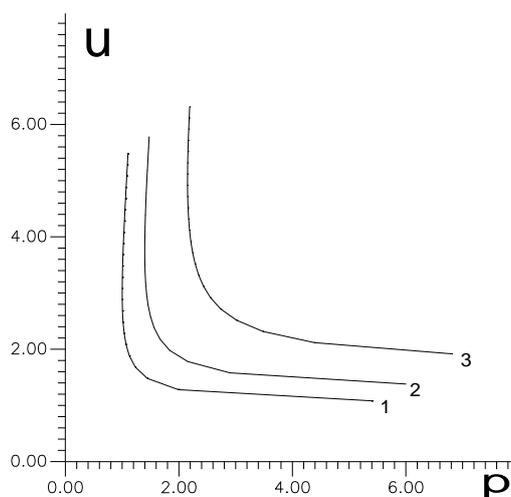


Рис.10.1. Зависимости  $u(p)$  для различных значений параметра  $\alpha$ , 1 – 0; 2 – 0,2; 3 – 0,4

Проанализируем эту ситуацию с целью определения оптимального значения  $\alpha$ , при котором обеспечивается максимальная энергетическая эффективность источника. Введем безразмерную переменную

$$\alpha'_e = \alpha_e U_0 = \frac{\alpha}{u}. \quad (10.8)$$

Соотношение (10.4) можно с помощью подстановки

$$x = \sqrt{\frac{3}{u}} \quad (10.9)$$

преобразовать в кубическое уравнение, разрешив которое можно найти явное выражение для безразмерного разрядного напряжения. Для нижней устойчивой ветви оно выглядит следующим образом:

$$u = \frac{3}{4(1-\alpha)} \cos^{-2} \left( \frac{1}{3} \left( \arccos \left( \frac{1}{p(1-\alpha)^{3/2}} \right) - \pi \right) \right). \quad (10.10)$$

Подставляя полученное выражение в (10.8) и рассматривая  $p$  как заданный параметр, получим зависимость  $\alpha'_e(\alpha)$  в следующем виде:

$$\alpha'_e = \frac{4\alpha(1-\alpha)}{3} \cos^2 \left( \frac{1}{3} \left( \arccos \left( \frac{1}{p(1-\alpha)^{3/2}} \right) - \pi \right) \right). \quad (10.11)$$

На рис. 10.2 приведены рассчитанные по данному соотношению зависимости  $\alpha'_e(\alpha)$  для нескольких значений давления. Как видно из рисунка, все кривые имеют один и тот же качественный характер: начальный рост постепенно замедляется, кривые достигают в некоторой точке  $\alpha_m$  максимума,  $\alpha'_{em}$ , а затем энергетическая эффективность уменьшается. Как  $\alpha_m$ , так и  $\alpha'_e$  возрастают с увеличением давления. Анализируя вид функции (10.11), нетрудно рассчитать эти зависимости. Функции  $\alpha_m(p)$  и  $\alpha'_{em}(p)$  приведены на рис. 10.3.

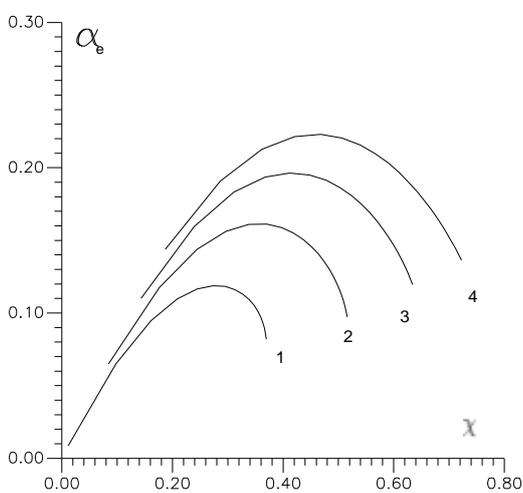


Рис. 10.2. Зависимости  $\alpha'_e(\alpha)$  для разных давлений  
 $p$ : 1 - 2; 2 - 3; 3 - 5; 4 - 10

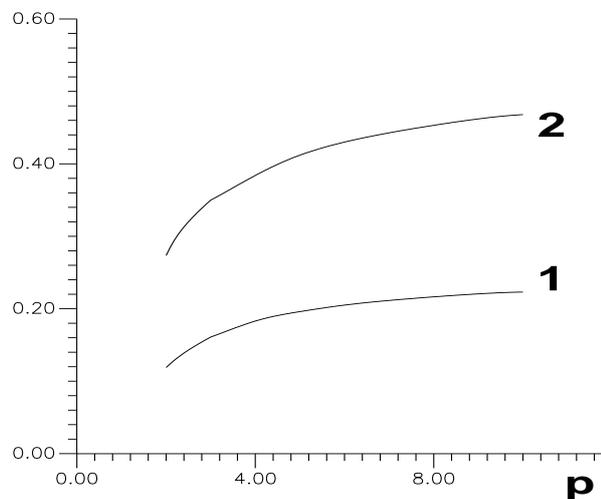


Рис. 10.3. Функции: 1 -  $\alpha'_{em}(p)$ ;  
 2 -  $\alpha_m(p)$

Как видно из рисунка, с увеличением  $p$  начальный рост сменяется насыщением и максимального значения энергетической эффективности  $\alpha'_{em} = 1/4$  можно добиться при давлениях, существенно больших 1, при эффективности извлечения 0.5. Таким образом, для увеличения энергетической

эффективности необходимо повышать напуск газа в источник, по крайней мере, до тех пор, пока сохраняется электрическая прочность промежутка, либо пока напуск газа  $Q$  не превысит некоторого предельного значения, определяемого особенностями того или иного технологического процесса, для осуществления которого используется ионный пучок. Однако повышение напуска газа приведет к ухудшению другой важной характеристики источника – газовой экономичности

$$\alpha_g = \frac{I_b}{Q} = \frac{\alpha I_d}{Q}, \quad (10.12)$$

где  $I_b$  – ток пучка. Это может сделать работу источника в режиме с повышенным напуском газа экономически невыгодной, несмотря на высокую энергетическую эффективность.

Поиск экономически наиболее выгодного режима работы источника также вполне может быть проведен на основе разработанной модели. Считая, что основные затраты на обеспечение работы источника связаны с потреблением электроэнергии в его газоразрядной системе и расходом газа введем величину  $C$ , характеризующую стоимость одного ампер-часа работы источника

$$C = \frac{C_e}{\alpha_e} + \frac{C_g}{\alpha_g}, \quad (10.13)$$

где  $C_e$  – стоимость одного киловатт-часа электроэнергии (здесь имеется в виду, что энергетическая эффективность в приведенном соотношении измеряется, как это обычно принято, в А/кВт),  $C_g$  – стоимость одного кубометра газа (соответственно напуск должен измеряться в м<sup>3</sup>атм/ч). При известных ценах на электроэнергию и рабочий газ, а также при известной связи между давлением в газоразрядной камере и напуском газа для различных значений  $\alpha$  (т.е. практически для различных значений суммарной площади эмиссионных отверстий) анализ записанного выражения на минимум не представляет особых затруднений и вполне может быть проведен для любой конкретной технологической установки.

## 10.2. Влияние потенциала эмиттерного электрода на ионную эмиссию из плазмы

В настоящем разделе будет проведен сравнительный анализ функционирования ионно-оптических систем в источниках на основе тлеющих и дуговых разрядов. Как было показано ранее, в источниках на основе тлеющего разряда с полым катодом в магнитном поле вполне возможна и более легко осуществима генерация плотной однородной плазмы, что благоприятствует получению пучков большого сечения. Однако для получения сильноточного пучка необходимо также обеспечить условия для оптимальной эмиссии ионов из плазмы и формирования пучка в ускоряющей системе. При разработке ионно-оптических систем, предназначенных для получения пучков большого сечения ( $\sim 1000 \text{ см}^2$ ), становится затруднительным обеспечение увеличения плотности тока пучка путем применения таких известных способов, как уменьшение толщины электродов, межэлектродного расстояния и диаметра отверстий. Наоборот, все характерные размеры приходится увеличивать, чтобы обеспечить постоянство формы электродов и межэлектродных промежутков, а также, чтобы обеспечить юстировку отверстий. В связи с этим представляется актуальным изучение вопроса о предельных плотностях тока пучка, получение которых возможно при использовании крупномасштабных ионно-оптических систем.

Тлеющие разряды по сравнению с дуговыми характеризуются более высоким напряжением горения разряда  $\sim$  нескольких сотен вольт, которое для рассматриваемых разрядов практически целиком сосредотачивается в катодном слое. Длина катодного слоя обычно мала по сравнению с размерами газоразрядной камеры, но ею нельзя пренебречь по сравнению с характерными размерами отверстий в ионно-оптической системе. Таким образом, если эмиттерный электрод имеет потенциал катода тлеющего разряда, то наличие катодного слоя может существенно повлиять на режим работы ионно-

оптической системы по сравнению со случаем дугового разряда, когда эмиттерный электрод находится, как правило, под плавающим потенциалом или потенциалом катода дугового разряда, составляющим несколько десятков вольт относительно плазмы. Далее будет проведен сравнительный анализ ситуации в этих газоразрядных системах для двух случаев: 1 – формирование пучков с энергией несколько десятков кэВ, применяемых обычно для ионной имплантации; 2 – формирование низкоэнергетичных ( $\sim 1$  кэВ) пучков, чаще всего используемых для очистки поверхностей.

Предварительный анализ ситуации показывает, что для выполнения ионно-оптических систем источников с поперечным сечением пучка  $1000 \text{ см}^2$  необходимо использование электродов с толщиной не менее 3 мм, так как при меньшей толщине возможно существенное искажение формы дисковых электродов. Минимальное расстояние между электродами должно составлять  $\sim 4$  мм, так как при меньших расстояниях трудно с достаточной точностью обеспечить постоянство этого расстояния вдоль поверхности электродов. Именно эти цифры использовались при проведении расчетов за исключением длины  $l_a$  ускоряющего промежутка высоковольтного источника, которая должна быть увеличена, чтобы избежать межэлектродного пробоя. Известно, что в чистых вакуумных условиях пробоя не наблюдается, что даже при напряженности электрического поля, достигающей нескольких десятков киловольт на миллиметр, однако в условиях технического вакуума вероятность пробоев существенно возрастает и увеличение напряженности электрического поля выше величины  $\sim 3$  кВ/мм является нецелесообразным.

В ходе расчетов рассматривалась трехэлектродная ускоряюще-замедляющая система, которая обладает целым рядом преимуществ по сравнению с двухэлектродной системой. Длина замедляющего промежутка была 4 мм во всех рассмотренных случаях.

При проведении расчетов диаметр отверстий  $d$  во всех электродах ионной оптики считался одинаковым и варьировался в пределах от 8 до 16 мм. Использование электродов с меньшим диаметром и с меняющейся величиной

отверстий затрудняет юстировку системы. В ходе расчетов определялась величина тока  $I$  на выходе одноапертурной трехэлектродной системы и предполагалось, что полная величина тока пучка равна произведению  $I$  и числа апертур. Результаты работы [27] показывают, что такое предположение является вполне допустимым. Учитывая, что суммарная площадь апертур при любом диаметре отверстий составляет величину  $\sim 0,5$  от площади электрода, необходимо определить оптимальные условия, для того чтобы средняя плотность тока на выходе одноапертурной системы была максимальной.

$$J = \frac{4I}{\pi d^2}. \quad (10.14)$$

Расчеты проводились для пучка, состоящего из ионов аргона. Считалось, что все ионы являются однозарядными. В ходе расчетов варьировались величины полного  $U_t = \phi_{pl} - \phi_a$  и чистого ускоряющего напряжения  $U_n = \phi_{pl} - \phi_d$ , где  $\phi_{pl}$ ,  $\phi_a$ ,  $\phi_d$  – потенциалы плазмы, ускоряющего электрода и замедляющего электрода, соответственно. При расчетах задавались два различных значения потенциала эмиттерного электрода  $\phi_e$  относительно плазмы. Одно значение  $\phi_e = 50$  В соответствует случаю дугового разряда, а второе  $\phi_e = 500$  В, что характерно для случая, когда эмиттерный электрод является частью катода тлеющего разряда. Для проведения вычислений использовалась программа "BEAMCAD", разработанная во Всероссийском электротехническом институте Ю.А Коваленко.

На рис. 10.4 представлены полученные в результате расчетов зависимости средней плотности выходного тока от плотности тока ионной эмиссии из плазмы  $J_e$  для высоковольтного источника. Для обоих исследуемых случаев первоначальный рост  $J$  сменяется спадом после достижения некоторого максимального значения  $J_m$ . Спад обусловлен тем, что часть ионов попадает на замедляющий электрод. Поскольку это может привести к пробое, то рабочей областью источника является диапазон значений  $J < J_m$ .

Эмиттирующая ионы поверхность плазмы формируется внутри отверстия в эмиттерном электроде, и диаметр этой поверхности меньше  $d$ . Поскольку

толщина приэлектродного слоя больше в тлеющем разряде, то средняя плотность выходного тока в этом случае уменьшается. В предыдущем разделе аналогичная ситуация рассматривалась для случая электронной эмиссии и проведенный анализ позволил объяснить особенности эмиссионных характеристик электронных источников. Используя те же допущения, можно получить простое аналитическое соотношение, связывающее плотности выходного и эмиссионного тока

$$J = 0,81J_e - \frac{k\varphi_e^{3/2}}{d^2\sqrt{A}}, \quad (10.15)$$

где  $A$  – атомный номер газа, а коэффициент  $k$  измеряется в амперах, деленных на вольт в степени  $3/2$ , и численно равен  $7,14 \cdot 10^{-6}$ . Зависимость, определяемая этим соотношением для случая  $\varphi_e = 500$  В довольно неплохо согласуется с результатами численного анализа.

При формировании низкоэнергетичных пучков целесообразно обеспечить требуемую плотность тока при как можно меньшем полном ускоряющем напряжении, чтобы обойтись без высоковольтной изоляции и упростить конструкцию источника. На рис. 7.5 представлены зависимости  $J_m$  от  $U_t$ .

Как и в высоковольтной системе  $J_m$  меньше в случае тлеющего разряда, однако, причина этого другая. При небольших  $J_e$  эмиттирующая поверхность плазмы тлеющего разряда формируется на значительном расстоянии от эмиттерного электрода. С увеличением  $J_e$  происходит перемещение границы плазмы к отверстию и она приобретает выпуклую форму, что приводит к увеличению расходимости пучка. Поэтому для обеспечения прохождения пучка через оптическую систему необходимо прикладывать большее ускоряющее напряжение.

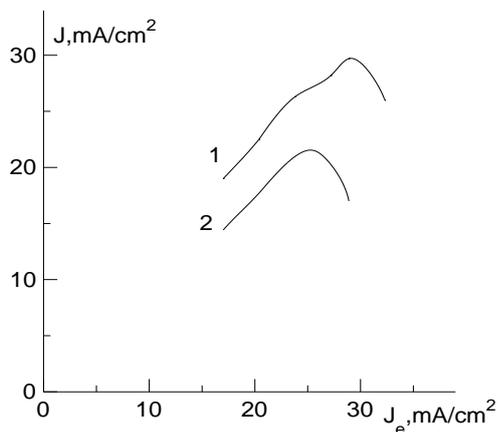


Рис. 10.4. Зависимости средней плотности выходного тока от плотности тока ионной эмиссии для высоковольтного источника.  
1 - $\phi_e = 50$  В, 2 - $\phi_e = 500$  В

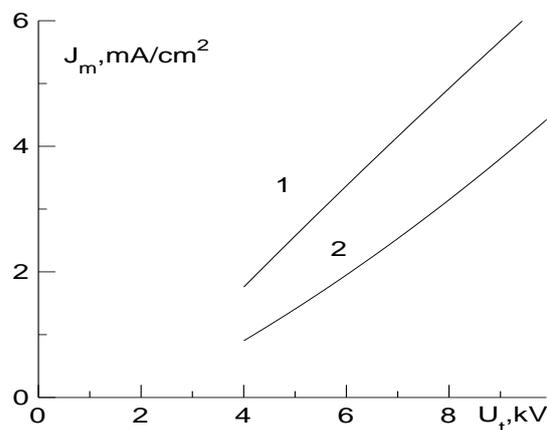


Рис. 10.5. Зависимости  $J_m$  от  $U_t$  для низкоэнергетического источника.  
1 - $\phi_e = 50$  В, 2 - $\phi_e = 500$  В

На рис. 10.6 приведены зависимости  $J_m$  от  $d$  при некотором заданном  $U_t$ . Увеличение диаметра отверстий упрощает изготовление ускоряющей системы и ее юстировку, но приводит к уменьшению предельной плотности тока. Это уменьшение идет более резко в случае дугового разряда и при  $d = 16$  мм разница между двумя анализируемыми случаями невелика, так как здесь протяженность приэлектродного слоя становится существенно меньше размеров эмиссионного отверстия для обоих рассматриваемых разрядов.

Величина предельного тока, пропускаемого ускоряющей системой с некоторыми заданными параметрами, уменьшается с увеличением разности потенциалов между плазмой и эмиттерным электродом. Причинами этого являются уменьшение площади эмитирующей поверхности плазмы при ее формировании внутри отверстия в эмиттерном электроде и образование выпуклой плазменной поверхности при ее формировании вблизи отверстия.

Таким образом, если эмиттерный электрод имеет не плавающий потенциал, а потенциал катода тлеющего разряда, то для получения заданной плотности тока пучка необходимо использование более высокого полного ускоряющего напряжения. Кроме того, представляет интерес изучение вопроса о возможности уменьшения в тлеющем разряде разности потенциалов между

плазмой и эмиттерным электродом. Если такое уменьшение не затрудняет горение разряда, то использование этого способа также возможно.

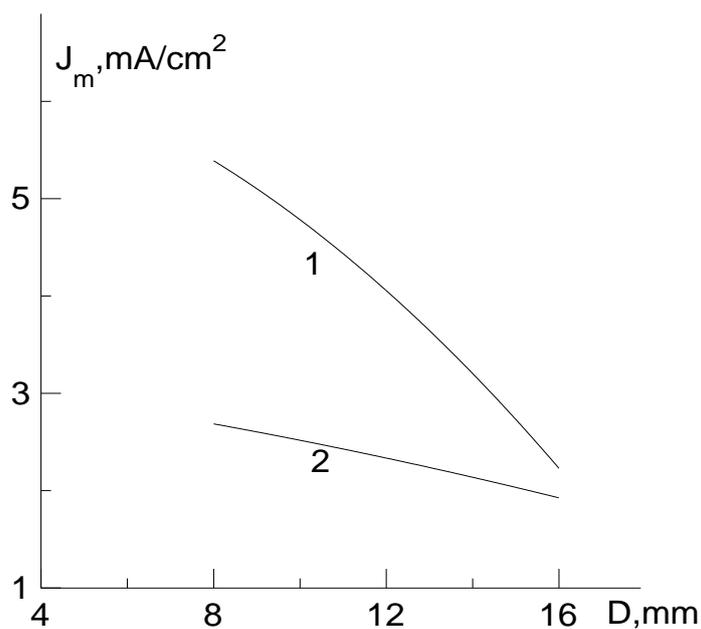


Рис.10.6. Зависимости  $J_m$  от  $d_1$  -  $\phi_e = 50$  В, 2 -  $\phi_e = 500$  В

### 10.3. Экспериментальное исследование эмиссии ионов из плазмы разрядов в магнитном поле

В предыдущей главе исследовались особенности эмиссии электронов из разряда, горящего в системе типа обращенный магнетрон. В настоящем параграфе представлены результаты экспериментов, в ходе которых эта система была применена и для получения ионных пучков.

Извлечение ионов осуществлялось через торцевой электрод и эффективность извлечения, даже в случае выполнения эмиссионных отверстий по всей поверхности эмиттерного электрода, не превышала нескольких процентов. В этом случае негативное влияние на разряд, связанное с отбором части заряженных частиц, что обсуждалось в предыдущей главе, является незначительным.

При исследовании ионно-эмиссионных свойств использовалась та же газоразрядная камера, что и в вышеописанных экспериментах по

исследованию электронной эмиссии с катодом, выполненным из нержавеющей стали, длиной и диаметром 150 мм. Длина и диаметр анода варьировались в ходе экспериментов. С помощью плоского коллектора, перемещающегося в радиальном направлении в щели, выполненной в торце катода, были проведены измерения радиальных распределений плотности тока ионной эмиссии.

В целом наблюдались те же закономерности, что и при электронной эмиссии. Так, например, с увеличением индукции магнитного поля эмиссионный ток уменьшался, а его переменная составляющая возрастала. Уменьшение эмиссионного тока наблюдалось также при увеличении диаметра анода (см. рис. 10.7) и уменьшении его длины (рис. 10.8). С увеличением разрядного тока ток ионной эмиссии возрастал примерно пропорционально  $I_d$  (см. рис. 10.9), так что эффективность извлечения оставалась величиной практически постоянной.

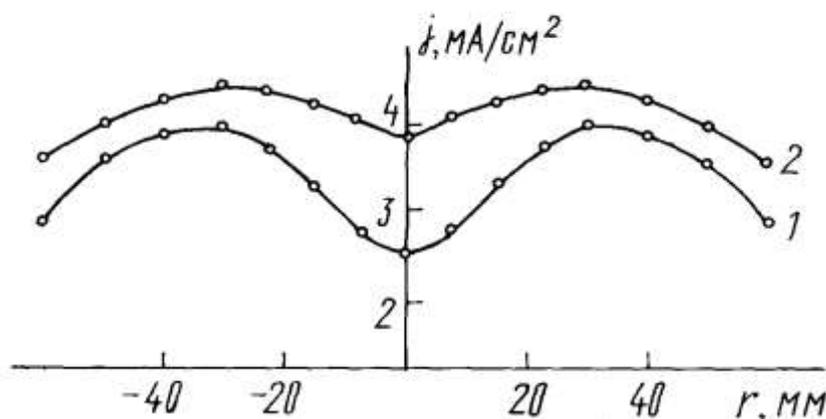


Рис. 10.7. Радиальные распределения плотности тока ионной эмиссии при  $P = 0,027$  Па,  $I_d = 3$  А,  $d_a$ (мм): 1 - 10, 2 - 3

При наложении слабых магнитных полей генерируемая плазма близка к однородной. Анализ распределений, приведённых на рис. 10.7-10.9, показал, что отклонение плотности тока от среднего значения в пределах круга диаметром 10 см не превышает  $\pm 10\%$ . Такой уровень неоднородности является вполне приемлемым для большинства возможных приложений и таким образом проведенные эксперименты показали, что система типа обращенный

магнетрон вполне может быть использована в ионных источниках, предназначенных для генерации пучков большого сечения.

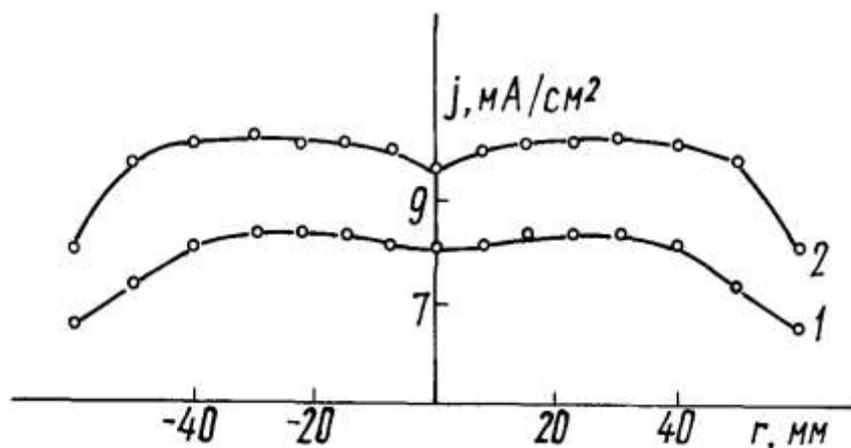


Рис. 10.8. Радиальные распределения плотности тока ионной эмиссии при  $P = 0,027$  Па,  $I_d=6$ А,  $I_a(\text{см})$ : 1 – 6; 2 – 8,5

С использованием системы типа обращенный магнетрон были проведены эксперименты по получению низкоэнергетичного ионного пучка в непрерывном режиме. Такие пучки широко применяются для очистки поверхностей перед нанесением покрытий. Использовался эмиттерный электрод со 179 отверстиями диаметром 5 мм. Отбор ионов осуществляется ускоряющим электродом с аналогичным размещением отверстий. Длина ускоряющего промежутка составляла 2 мм. Ускоряющий электрод также служит для отсеки вторичных электронов, выбиваемых ионами из обрабатываемой детали. С этой целью на него подается отрицательное напряжение  $\sim 1$ кВ относительно заземленной мишени. Рабочий газ напускается в газоразрядную систему через зазор между анодом и катодом и откачивается через эмиссионные отверстия.

Эффективность извлечения при наложении слабых магнитных полей приблизительно равна отношению суммы площадей эмиссионных отверстий к площади катода и составляет величину  $\sim 0,07$ . С увеличением магнитного поля эффективность извлечения заметно снижается (рис. 7.10). Существенного изменения эффективности при варьировании давления не наблюдалось. Однако

с увеличением давления уменьшается напряжение горения разряда, что приводит к повышению энергетической эффективности. Зависимости  $\alpha_e(p)$  приведены на рис. 10.11 для нескольких значений  $V$ .

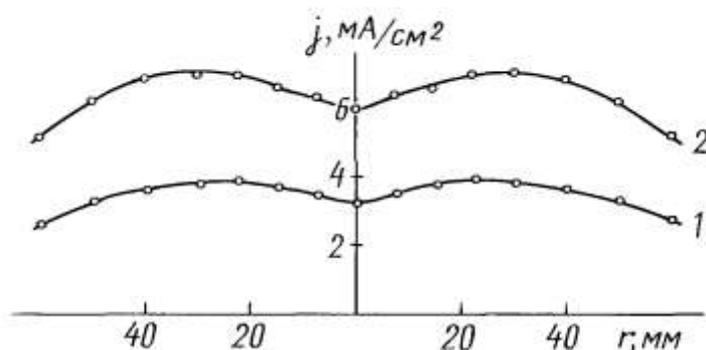


Рис. 10.9. Радиальные распределения плотности тока ионной эмиссии при  $P = 0.013$  Па,  $I_d(A)$ : 1 - 3, 2 - 6

При использовании системы типа обращенный магнетрон получены непрерывные ионные пучки большого сечения с энергией частиц несколько кэВ и током до 150 мА. Источник с газоразрядной системой такого типа использовался в Институте физики металлов УрО РАН для очистки подложек перед нанесением покрытий из нитрида титана.

Также были проведены эксперименты по получению более высокоэнергетичных пучков (несколько десятков кэВ) в импульсно-периодическом режиме. Такие пучки часто применяют для ионной имплантации. Длина ускоряющего промежутка в этом случае была увеличена до 10 мм.

Испытания проводились в импульсно-периодическом режиме с длительностью импульса 1-2 мс, током разряда до 10 А и при ускоряющем напряжении до 40 кэВ. Эффективность извлечения при оптимальном выборе индукции магнитного поля, как и в первом случае составляла 0,07. Увеличение эффективности до значения 0,12 оказалось возможным при использовании катода, выполненного в виде усеченного конуса, но следует отметить, что в этом случае возрастали напряжение горения и амплитуда переменной составляющей тока.

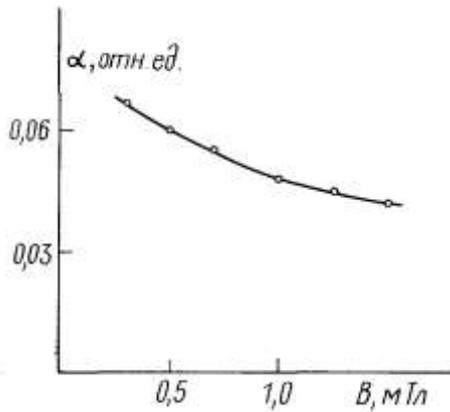


Рис.10.10. Зависимость эффективности извлечения ионов от магнитной индукции при  $P = 0,055$  Па

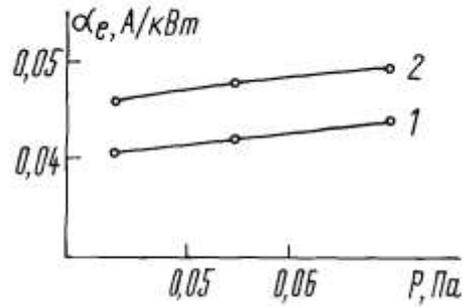


Рис.10.11. Зависимости энергетической эффективности ионного источника от давления при  $B$  (мТл): 1- 1,5; 2 - 1

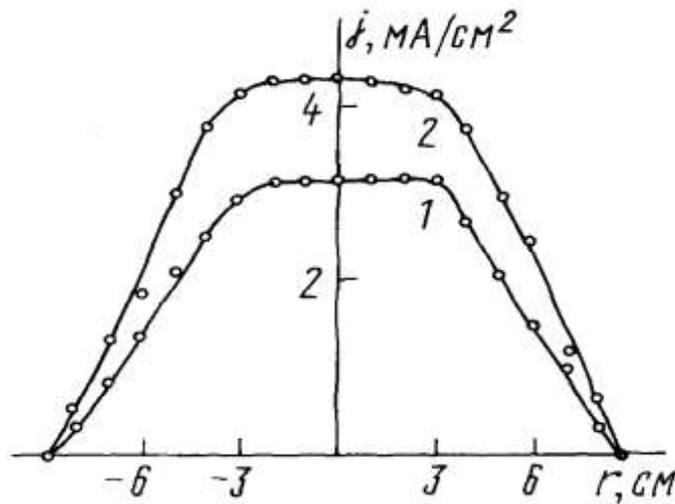


Рис. 10.12. Радиальные распределения плотности тока в ионном пучке при  $P = 0,04$  Па;  $B$ (мТл): 1 – 1; 2 – 0,5

Были проведены измерения радиальных распределений плотности тока в пучке на расстоянии 20 см от ускоряющего электрода. Как видно из рис. 10.12 распределение плотности тока в пучке несколько трансформируется по сравнению с распределением эмиссионного тока из плазмы, в частности, исчезает имевшийся в центре неглубокий минимум и происходит некоторое расплывание пучка.

Полученные в настоящей работе результаты позволили разработать газоразрядную систему ионного плазменного эмиттера с широким пучком площадью поперечного сечения  $\sim 100$  см<sup>2</sup>, который успешно применялся в

экспериментах по ионной имплантации, в частности, при его использовании были получены пучки углеродсодержащих газов.

Однако, как уже отмечалось выше, эффективность извлечения ионов через торцевой электрод системы типа обращенный магнетрон невелика. Как показали результаты экспериментов, значительно большую эффективность извлечения можно обеспечить при использовании Пеннинговской системы. При проведении этих измерений использовался тот же экспериментальный макет, что и при проведении экспериментов по выявлению газоразрядной системы, в которой обеспечивается минимальное рабочее давление, но один из торцевых электродов был разделен на две части: диск диаметром 4 см в центре и периферийное кольцо. Диск использовался в качестве коллектора ионов. На рис. 10.13 показаны зависимости тока коллектора от тока разряда для различных газоразрядных систем. Как видно из рисунка, в системе типа обращенный магнетрон, отбираемый ионный ток самый меньший, несколько большее значение тока достигается при использовании разряда с полым катодом без магнитного поля, но и этот разряд по эффективности извлечения существенно уступает Пеннинговской системе. Это означает, что для генерации пучка с заданным током в системе типа обращенный магнетрон придется поддерживать разряд со значительно большей силой тока, что может потребовать большего напуска газа для обеспечения устойчивости разряда. Таким образом, применительно к рассматриваемой ситуации сделанный ранее вывод, что наименьшее рабочее давление обеспечивается в системе обращенный магнетрон, представляется не совсем корректным, так как измерения проводились при заданном токе разряда. Более правильным в данной ситуации представляется проведение измерений при некотором заданном уровне тока ионного коллектора. Такие измерения были проведены и оказалось, что в этом случае наименьшее рабочее давление достигается в Пеннинговской системе (см. рис. 10.14). Таким образом, именно эта система является наиболее подходящей для получения ионных пучков, и надо отметить, что в этом качестве, система достаточно неоднократно использовалась, но в

основном для получения узких пучков. Недостатком, затрудняющим использование этой системы в источниках широких пучков, является неоднородность генерируемой плазмы. Этот недостаток может быть устранен при использовании различных модификаций, рассмотренных в главе 5, и газоразрядные системы на основе модифицированных Пеннинговских систем вполне могут быть использованы в технологических ионных источниках. Что касается магнетронного разряда и разряда с полым катодом, то возможно эти системы более целесообразно использовать для получения радиально расходящихся пучков.

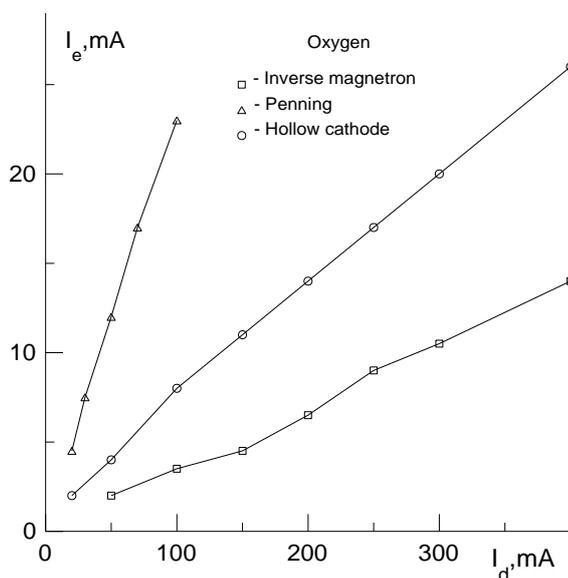


Рис.10.13. Зависимости тока коллектора от тока разряда для различных газоразрядных систем

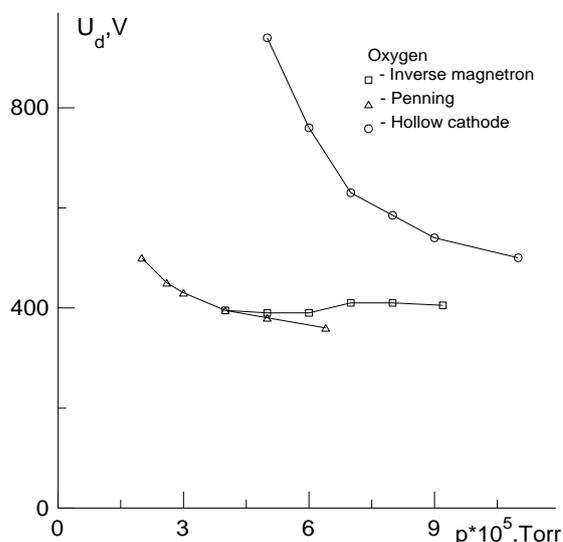


Рис.10.14. Зависимости разрядного напряжения от давления для различных газоразрядных систем

#### 10.4. Оптимальный уровень отбора ионов из тлеющих разрядов с осцилляцией электронов в магнитном поле

Выше была разработана модель тлеющего разряда с полым катодом, и было показано, что существует некоторый оптимальный уровень отбора частиц из ионного источника на основе этого разряда. Как показали выполненные расчеты, чрезмерное увеличение доли отбираемого ионного тока

$$\alpha = \frac{I_b}{I_d}, \quad (10.16)$$

где  $I_b$  – ток пучка,  $I_d$  – ток разряда, должно привести к резкому росту напряжения горения разряда  $U_d$ . Это связано с неучастием отбираемых в пучок ионов в гамма-процессах на поверхности катода и соответствующим затруднением условий горения разряда. Вследствие этого происходящий с увеличением  $\alpha$  первоначальный рост такой важной характеристики ионного источника, как энергетическая эффективность

$$\alpha_e = \frac{I_b}{I_d U_d} = \frac{\alpha}{U_d}, \quad (10.17)$$

сменяется уменьшением. Таким образом, при некотором оптимальном уровне извлечения энергетическая эффективность источника имеет максимум. В ионных источниках также часто используются тлеющие разряды в магнитном поле, которые, как и разряд с полым катодом, относятся к так называемым разрядам с осциллирующими электронами. Поскольку основные физические процессы в разрядах с магнитным полем те же, что и в разряде с полым катодом, то для ионных источников на их основе следует ожидать аналогичного эффекта. Целью настоящей работы является теоретическое и экспериментальное исследование оптимальных условий отбора ионов из источников на основе тлеющих разрядов в магнитном поле.

Качественный теоретический анализ ситуации может быть проведен с использованием разработанной выше модели тлеющего разряда в магнитном поле. Было получено условие самостоятельности разряда в следующем виде:

$$u \left( 1 - \frac{1}{ch(2,61b/u)} \right) = 1, \quad (10.18)$$

где  $u$  и  $b$  – безразмерные переменные, пропорциональные катодному падению потенциала  $U_c$ , которое для рассматриваемых разрядов практически совпадает с  $U_d$ , и индукции внешнего магнитного поля  $B$ ,

$$u = \frac{U_c}{U_0} \quad b = \frac{B}{B_0}, \quad (10.19)$$

где параметры  $U_0$  и  $B_0$  являются, соответственно, минимально возможным напряжением горения разряда, которое достигается, если все стартовавшие с

катода быстрые электроны полностью растрчивают энергию на ионизацию до ухода на анод, и критическим значением индукции магнитного поля, ниже которого поддержание самостоятельного разряда невозможно. Для этих параметров были получены следующие соотношения

$$U_o = \frac{W}{e\gamma} + \phi_i \approx \frac{W}{e\gamma}, \quad B_0 = \frac{3}{2} \frac{\sqrt{mWv_f/v_i}}{\gamma ed}, \quad (10.20)$$

где  $W$  – средняя энергия, затрачиваемая на образование пары заряженных частиц,  $e$  – элементарный заряд,  $\phi_i$  – потенциал ионизации,  $\gamma$  – коэффициент ионно-электронной эмиссии,  $m$  – масса электрона,  $d$  – длина газоразрядного промежутка,  $v_f$  и  $v_i$  – частоты упругих и ионизационных столкновений для быстрых электронов, соответственно.

С математической точки зрения отбор части частиц в ускоряющий промежуток можно учесть, заменив реальный коэффициент ионно-электронной эмиссии из катода на некоторый эффективный  $\gamma_{eff}$ , определяемый следующим соотношением:

$$\gamma_{eff} = \gamma(1-\alpha). \quad (10.21)$$

Используя это выражение, а также соотношение

$$U_c \approx U_d = \frac{\alpha}{\alpha_e}, \quad (10.22)$$

можно преобразовать условие самостоятельности к следующему виду:

$$\frac{(1-\alpha)\alpha}{\alpha_e U_0} \left( 1 - \frac{1}{ch(2,61bU_0\alpha_e/\alpha)} \right) = 1. \quad (10.23)$$

Это соотношение представляет собой в неявном виде зависимость энергетической эффективности от уровня извлечения  $\alpha_e(\alpha)$ . Найти эту зависимость в явном аналитическом виде возможно только в случае сильных магнитных полей  $b \rightarrow \infty$ . Тогда, учитывая, что в этом случае гиперболический косинус также стремится к бесконечности, можно получить для искомой зависимости следующее соотношение:

$$\alpha_e = \frac{(1-\alpha)\alpha}{U_0} = \frac{e\gamma(1-\alpha)\alpha}{W}. \quad (10.24)$$

График этой функции представлен на рис. 10.15 кривой 4. При расчете коэффициент ион-электронной эмиссии принимался равным 0,05, а средняя энергия, затрачиваемая на одну ионизацию, для наиболее широко используемого газа Ar равна 26 эВ. Также на рисунке представлены несколько рассчитанных с использованием соотношения (10.23) зависимостей  $\alpha_e(\alpha)$  для различных значений параметра  $b$ . Как видно из рисунка с уменьшением магнитного поля максимум энергетической эффективности и значение  $\alpha$ , при котором достигается этот максимум, несколько уменьшаются. Кроме того, для каждого значения индукции магнитного поля (или для каждого значения параметра  $b$ ) существует критическое значение эффективности извлечения, ниже которого возможно поддержание разряда в режиме извлечения, а при значениях  $\alpha$ , больших критического, поддержание разряда становится невозможным. Уравнение (10.23) в этом случае не может быть разрешено относительно  $\alpha_e$ . С уменьшением магнитного поля критическое значение эффективности извлечения также уменьшается.

В экспериментах использовался ионный источник на основе модифицированной Пеннинговской системы с неэквипотенциальным катодом.

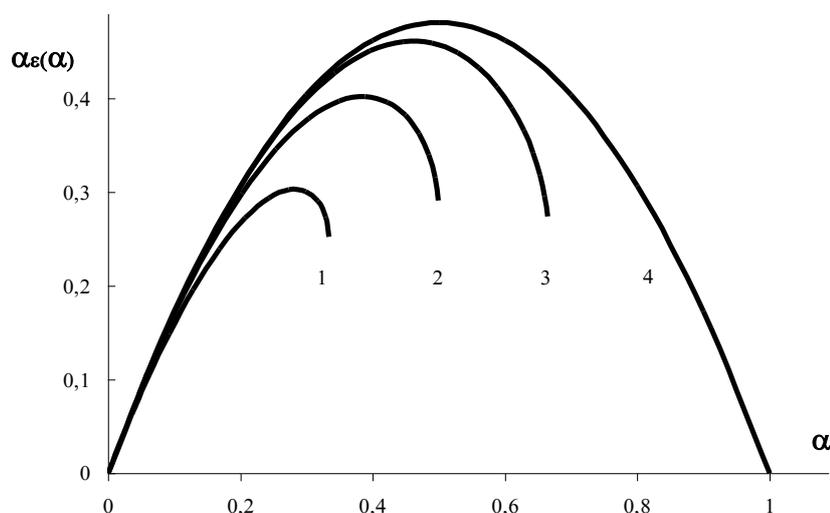
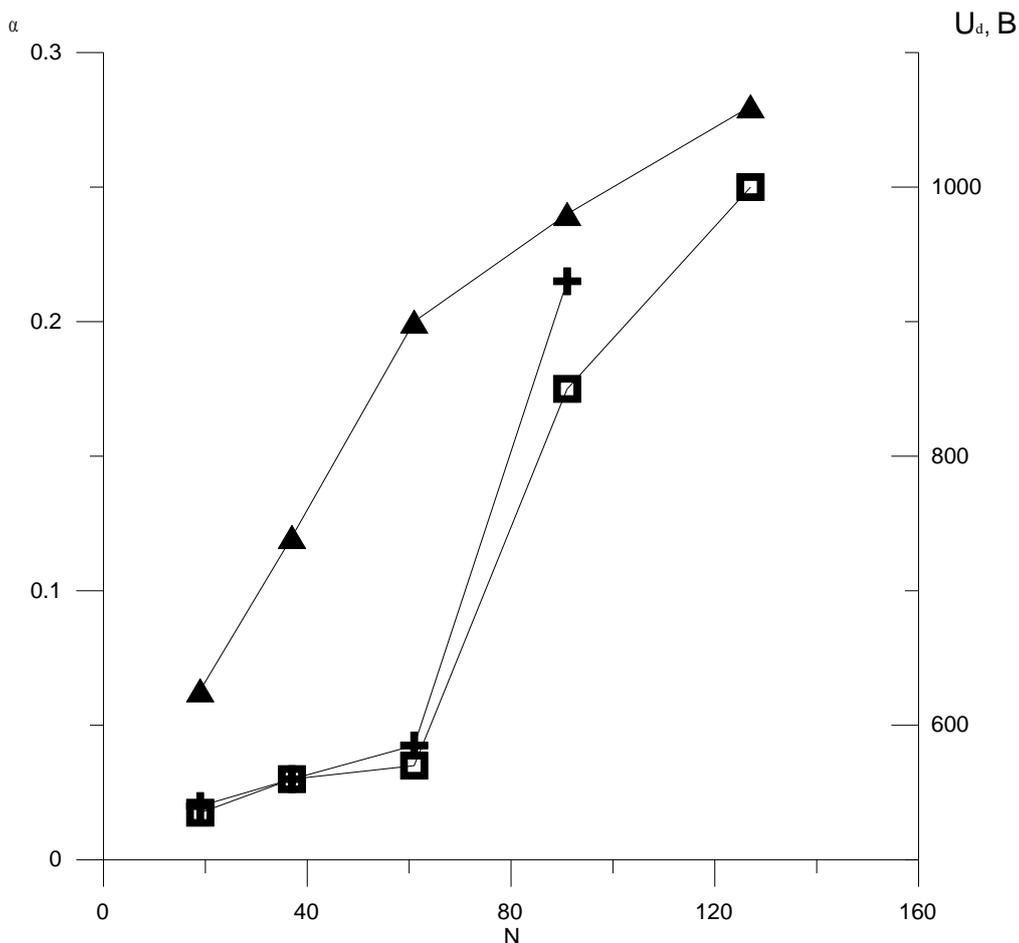


Рис. 10.15. Зависимости  $\alpha_e(\alpha)$  для различных значений параметра  $b$ .  
1 - 1.5; 2 - 2; 3 - 3; 4 -  $\infty$

Конструкция источника позволяет осуществить отбор до 30 % ионного тока и при таких уровнях извлечения вполне можно ожидать проявления вышеуказанного эффекта. Использовалась трехэлектродная ускоряюще – замедляющая ионная оптика, позволяющая регулировать в широких пределах уровень извлечения ионов из газоразрядной камеры. Это достигалось благодаря использованию эмиттерных электродов с различным числом эмиссионных отверстий  $N$ . Было изготовлено 5 эмиттерных электродов, в которых было выполнено 19, 37, 61, 91 и 127 отверстий диаметром 8 мм. В ускоряющем и замедляющем электродах число отверстий было 127 диаметром также 8 мм. В ходе экспериментов при некоторых заданных значениях тока разряда, напуска газа  $Q$ , и индукции магнитного поля измерялись ток пучка и напряжение горения разряда при использовании эмиттерных электродов с различным числом эмиссионных отверстий. Первоначально с увеличением  $N$  ток пучка нарастал линейно, но затем рост замедлялся. Это объясняется тем, что при  $N \leq 61$  извлечение идет из области, где плазма однородна, а при дальнейшем увеличении числа отверстий начинается отбор из периферийной области, где концентрация плазмы начинает спадать. Отношение тока пучка к току разряда зависело только от числа эмиссионных отверстий (см. рис. 10.16) и практически не менялось при изменении напуска газа или магнитного поля. Что касается напряжения горения, то эта зависимость, представленная на этом же рисунке, имела качественно другой характер. Первоначальное слабое увеличение сменяется резким ростом при больших  $N$ , и при использовании эмиттерных электродов с числом отверстий, больше некоторого критического, или, соответственно, при попытках превысить некоторый критический уровень извлечения, горение разряда при заданном уровне индукции магнитного поля и напуска газа становилось невозможным.



10.16. Зависимость эффективности извлечения и напряжения горения разряда от числа эмиссионных отверстий

Найденные при обработке полученных экспериментальных данных зависимости  $\alpha_e(\alpha)$  приведены на рис. 10.17 для различных  $B$ . Качественный характер полученных экспериментальных кривых соответствует расчетным зависимостям. Зависимости являются немонотонными, причем в слабых магнитных полях максимум энергетической эффективности ниже, чем в более сильных, и положение этого максимума смещается в сторону меньших  $\alpha$  при ослаблении магнитного поля.

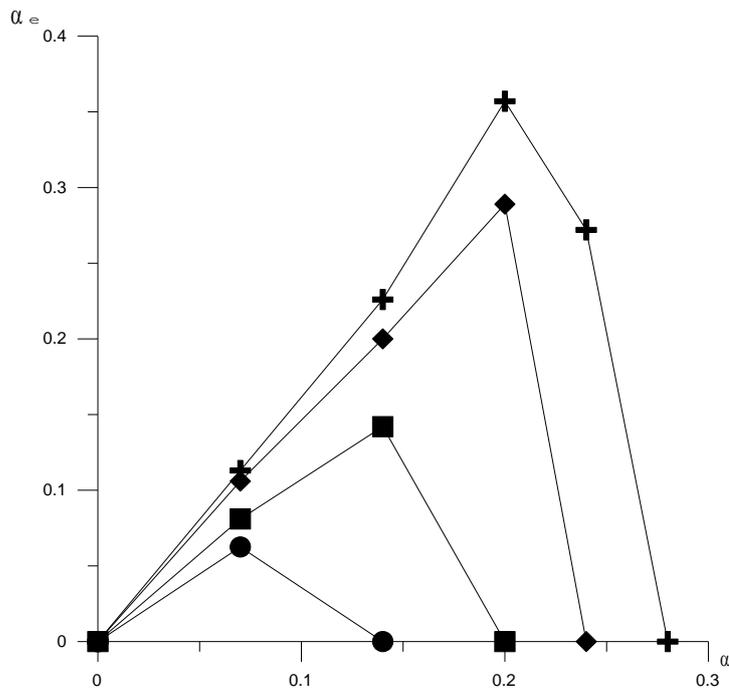


Рис.10.17. Зависимость энергетической эффективности ионного источника от уровня извлечения при разных магнитных полях

Таким образом, как результаты расчетов, так и экспериментальные данные свидетельствуют о наличии некоторого оптимального уровня отбора частиц из ионных источников на основе тлеющих разрядов в магнитном поле. Превышение этого уровня нецелесообразно, так как ведет к уменьшению одной из основных характеристик ионного источника – энергетической эффективности. Отметим, что достигнутые в экспериментах значения энергетической эффективности близки к предельно возможным для систем на основе самостоятельных тлеющих разрядов.

### 10.5. Плотность тока ионной эмиссии

Для оценки плотности тока ионной эмиссии из плазмы обычно используют формулу Бома

$$j = 0,61en_0\sqrt{\frac{kT_e}{M}}, \quad (10.25)$$

где  $e$  – элементарный заряд,  $n_0$  – концентрация плазмы,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T_e$  – электронная температура,  $M$  – масса иона. В ходе проведенного анализа Бомом было показано, что для формирования слоя с преобладанием ионного заряда вблизи граничащего с плазмой электрода с потенциалом, отрицательным по сравнению с потенциалом плазмы, необходимо, чтобы на границе плазма – слой энергия ионов отвечала следующему условию:

$$e\varphi_0 \geq \frac{kT_e}{2}, \quad (10.26)$$

а средняя скорость ионов на этой границе  $v_b$ , соответственно, должна быть не меньше, чем  $(kT_e/M)^{1/2}$ . Это условие известно как критерий Бома. Для того чтобы объяснить, каким образом ионы приобретают на выходе из плазмы такую скорость, было предложено разделить плазменную область на область невозмущенной плазмы с концентрацией  $n_0$ , в которой электрическое поле отсутствует, и область возмущенной плазмы, в которой выполняется условие квазинейтральности, но тем не менее существует электрическое поле, ускоряющее ионы в сторону границы плазма – слой. Эту область возмущенной плазмы Бом предложил называть предслоем. Если принять, что в предслое сосредоточен перепад потенциала  $\varphi_0 = kT_e/2$ , разгоняющий ионы до скорости  $(kT_e/M)^{1/2}$ , а электроны распределены по Больцману, то для концентрации плазмы на границе предслой – слой выполняется следующее соотношение:

$$n_b = n_0 \exp\left(-\frac{e\varphi_0}{kT_e}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right) = 0,61n_0. \quad (10.27)$$

Тогда, после умножения полученного значения на заряд и скорость иона, для плотности тока ионной эмиссии можно получить приведенную выше формулу Бома.

Проведенный анализ содержит грубое противоречие. Действительно, если считать, что в предслое происходит только ускорение ионов при отсутствии процессов ионизации, то из уравнения непрерывности мы получаем, что на границе между невозмущенной плазмой и предслоем должен

протекать такой же ток, как и на границе предслой-слой, и должно выполняться

$$j = en_b v_b = en_0 v_0, \quad (10.28)$$

где  $v_0$  – скорость ионов на границе невозмущенная плазма-предслой. Мы получаем, что в невозмущенной плазме, где электрическое поле отсутствует, ионы должны, тем не менее, каким-то образом набирать скорость  $v_0 = j / (en_0) = 0,61 \sqrt{kT_e / M}$ . Кроме того, именно с этой скоростью ионы должны попадать в предслой, в то время, как было принято, что перепад потенциала в предслое должен обеспечивать набор ионами скорости от 0 до  $(kT_e / M)^{1/2}$ . Снять эти противоречия можно, если считать, что в предслое происходит не только ускорение ионов, но и их генерация, и провести совместный анализ уравнений движения и непрерывности.

### 10.5.1. Ток ионной эмиссии с учетом ионизации в предслое

Запишем уравнение непрерывности

$$\frac{d(nv)}{dx} = G(x), \quad (10.29)$$

где  $G$  – число ионов, генерируемых внешним источником в единицу времени в единице объема, либо  $G = \nu_i n$ , если ионизацию осуществляют плазменные электроны. Пренебрегая столкновениями ионов с атомами, запишем уравнение движения в следующем виде:

$$Mv \frac{dv}{dx} = -e \frac{d\phi}{dx} - \frac{kT_i}{n} \frac{dn}{dx} - \frac{G}{n} Mv. \quad (10.30)$$

Для электронов будем использовать закон Больцмана

$$n = n_0 \exp\left(\frac{e\phi}{kT_e}\right). \quad (10.31)$$

Дифференцируя, получаем

$$\frac{dn}{dx} = n \frac{e}{kT_e} \frac{d\phi}{dx}. \quad (10.32)$$

Отсюда можно выразить производную потенциала. Подставляя ее и  $G = d(nv)/dx$  в уравнение движения получим

$$Mv \frac{dv}{dx} = -\frac{kT_e}{n} \frac{dn}{dx} - \frac{kT_i}{n} \frac{dn}{dx} - \frac{d(nv)}{ndx} Mv. \quad (10.33)$$

Умножая все члены на  $n$ , деля на  $M$  и перенося все члены из правой части налево получаем

$$nv \frac{dv}{dx} + v \frac{d(nv)}{dx} + \frac{k(T_e + T_i)}{M} \frac{dn}{dx} = 0. \quad (10.34)$$

Вводя обозначение

$$v_s = \sqrt{\frac{k(T_e + T_i)}{M}} \quad (10.35)$$

перепишем уравнение в виде

$$\frac{d}{dx} (n(v^2 + v_s^2)) = 0. \quad (10.36)$$

Интегрируя и считая, что на границе между невозмущенной плазмой и предслоем скорость ионов равна 0 получаем

$$n(v^2 + v_s^2) = n_0 v_s^2. \quad (10.37)$$

Разрешая полученное выражение относительно скорости, получим

$$v = v_s \sqrt{\frac{n_0}{n} - 1}. \quad (10.38)$$

Подставляя это соотношение в уравнение непрерывности, получаем после дифференцирования

$$v_s \sqrt{\frac{n_0}{n} - 1} \frac{dn}{dx} - \frac{nv_s}{2\sqrt{\frac{n_0}{n} - 1}} \frac{n_0}{n^2} \frac{dn}{dx} = \frac{v_s}{\sqrt{\frac{n_0}{n} - 1}} \left( \frac{n_0}{n} - 1 - \frac{n_0}{2n} \right) \frac{dn}{dx} = G. \quad (10.39)$$

Тогда для производной концентрации получаем

$$\frac{dn}{dx} = \frac{G \sqrt{\frac{n_0}{n} - 1}}{v_s \left( \frac{n_0}{2n} - 1 \right)}. \quad (10.40)$$

При  $n = n_0/2$  знаменатель обращается в 0, а производная концентрации, а значит, и производная потенциала обращаются в бесконечность, т.е. происходит нарушение квазинейтральности. Таким образом, на границе предслоя и слоя концентрация плазмы  $n_b = n_0/2$ . При этом значении концентрации выполняется соотношение  $v = v_s$ . Тогда для плотности тока ионной эмиссии получаем

$$j = \frac{en_0}{2} \sqrt{\frac{k(T_e + T_i)}{M}}. \quad (10.41)$$

Если температура ионов мала по сравнению с электронной, то

$$j = \frac{en_0}{2} \sqrt{\frac{kT_e}{M}}. \quad (10.42)$$

Интересно отметить, что, несмотря на недостаточную обоснованность использования гидродинамики в бесстолкновительном режиме, при анализе проблемы на кинетическом уровне было получено выражение

$$j = 0,344en_0 \sqrt{\frac{2kT_e}{M}} \approx 0,49en_0 \sqrt{\frac{kT_e}{M}} \quad (10.43)$$

практически не отличающееся от вышезаписанного. Поскольку в столкновительном режиме применимость гидродинамических уравнений выглядит более обоснованной, то отмеченное совпадение можно использовать для получения универсальных соотношений для плотности тока ионной

эмиссии, пригодных как в бесстолкновительном, так и в столкновительном режимах.

10.5.2. Ток ионной эмиссии с учетом ион-атомных столкновений в предслое

Запишем уравнение движения с учетом столкновений

$$Mv \frac{dv}{dx} = -e \frac{d\varphi}{dx} - \frac{kT_i}{n} \frac{dn}{dx} - \left( \frac{G}{n} + v \right) Mv, \quad (10.44)$$

где  $v$  – эффективная частота ион-атомных столкновений. Используя прежнее

обозначение,  $v_s = \sqrt{\frac{k(T_e + T_i)}{M}}$  преобразуем уравнение движения к следующему виду:

$$\frac{d}{dx} \left( n(v^2 + v_s^2) \right) = -nv. \quad (10.45)$$

Рассмотрим сначала случай  $G = \text{const}$ . Из уравнения непрерывности имеем  $nv = Gx$ . Подставляя в предыдущее уравнение и интегрируя, получаем

$$n(v^2 + v_s^2) - n_0 v_s^2 = -\frac{\nu G x^2}{2}. \quad (10.46)$$

Заменяя  $v$  на  $Gx/n$  получим уравнение, связывающее  $x$  и  $n$ . При решении этого уравнения удобно считать независимой переменной не координату, а концентрацию. Тогда решение можно записать в более компактной форме

$$x = \frac{v_s}{G} \sqrt{\frac{n(n_0 - n)}{1 + \frac{\nu n}{2G}}}. \quad (10.47)$$

Условие нарушения квазинейтральности  $dn/dx \rightarrow \infty$  соответствует условию  $dx/dn = 0$ . Дифференцируя и приравнявая производную 0 найдем, что квазинейтральность нарушается при

$$n = \frac{n_0}{1 + \sqrt{1 + \frac{m_0}{2G}}} . \quad (10.48)$$

Подставляя в выражение для  $x$  найдем, что нарушение квазинейтральности происходит в точке

$$x_p = \frac{n_0 v_s}{G(1 + \sqrt{1 + \frac{m_0}{2G}})} \quad (10.49)$$

и, соответственно, этим выражением определяется протяженность предслоя. Отметим, что протяженность предслоя должна быть намного меньше, чем диаметр электрода, на который отбираются ионы. В противном случае задача не может считаться одномерной. Плотность тока на выходе из предслоя определяется выражением  $j = eGx_p$ , и таким образом, для плотности тока ионной эмиссии получаем

$$j = \frac{en_0 \sqrt{k(T_e + T_i)/M}}{(1 + \sqrt{1 + \frac{m_0}{2G}})} , \quad (10.50)$$

причем скорость ионов на границе предслой-слой, как и в бесстолкновительном случае равна  $\sqrt{k(T_e + T_i)/M}$ .

Теперь рассмотрим случай  $G = v_i n$ . Из уравнения непрерывности имеем  $dx = d(nv)/(v_i n)$ . Подставляя в уравнение движения получаем

$$d\left(n(v^2 + v_s^2)\right) = -\frac{v}{v_i} v d(nv) . \quad (10.51)$$

Разделяем переменные

$$-\frac{dn}{n} = \frac{(2 + \frac{v}{v_i})v dv}{v_s^2 + (1 + \frac{v}{v_i})v^2} \quad (10.52)$$

и после интегрирования получаем

$$\ln\left(\frac{n_0}{n}\right) = \frac{2\nu_i + \nu}{2(\nu_i + \nu)} \ln\left(\frac{\nu_s^2 + \left(1 + \frac{\nu}{\nu_i}\right)\nu^2}{\nu_s^2}\right). \quad (10.53)$$

Анализируя уравнение движения и используя полученную связь концентрации и скорости, можно показать, что условие нарушения квазинейтральности выполняется, как и в предыдущих случаях, при  $\nu = \nu_s$ . Тогда для концентрации плазмы на границе получаем

$$n_b = n_0 \left(2 + \frac{\nu}{\nu_i}\right)^{-\frac{2\nu_i + \nu}{2(\nu_i + \nu)}}, \quad (10.54)$$

а для плотности тока ионной эмиссии

$$j = en_0 \sqrt{\frac{k(T_e + T_i)}{M}} \left(2 + \frac{\nu}{\nu_i}\right)^{-\frac{2\nu_i + \nu}{2(\nu_i + \nu)}}. \quad (10.55)$$

Нетрудно видеть, что при низких давлениях, когда частота ион-атомных столкновений стремится к 0, полученное соотношение, справедливое в случае  $G = \nu_i n_e$ , так же как и выражение, полученное в случае  $G \sim \text{const}$ , переходят в формулу (10.41), полученную в бесстолкновительном случае.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В книге проведено комплексное рассмотрение физических процессов, характерных для газоразрядных систем низкого давления. Обсуждаются основные элементарные процессы, происходящие с участием ионов и электронов, и рассмотрены подходы, используемые при расчетах характеристик ансамблей заряженных частиц. Показано, что использование бесстолкновительного приближения в ряде случаев может привести к грубым ошибкам, несмотря на выполнение условия Кнудсена.

Представлены классические модели Таунсендовского и тлеющего разрядов и оригинальные результаты, полученные автором, при изучении тлеющих разрядов с осциллирующими электронами. Разработана модель разряда, основанная на раздельном рассмотрении быстрых и медленных электронов, которая позволила определить характерные области внешних параметров, таких как давление, индукция магнитного поля и электродная геометрия, в пределах которых реализуется сильноточная форма разряда с полым катодом и разряда в магнитном поле.

Показано, что при малой величине разрядного тока и, соответственно, при малых радиальных размерах плазмы система плазма-ионный слой, формирующаяся в разряде с полым катодом, является неустойчивой, что позволило объяснить эффект сокращения участвующей в разряде поверхности полого катода при уменьшении тока разряда или давления. При большой протяженности катодного слоя значительный вклад в ток разряда могут внести ионы, генерируемые осциллирующими электронами в этом слое. Учет этого обстоятельства позволил рассчитать вольт-амперные характеристики разряда с полым катодом в удовлетворительном согласии с экспериментально измеренными.

Экспериментально показано, что напряжение зажигания превышает напряжение горения сильноточной формы тлеющего разряда в магнитном поле, что связано со значительным отличием в характере распределения

электрического поля в промежутке при иницировании и горении разряда. Обнаружен эффект немонотонной зависимости напряжения зажигания от индукции магнитного поля.

Проведенный анализ условий генерации однородной плазмы показал, что в отличие от разрядов высокого давления, где для этого необходимо осуществление равномерной ионизации, в тлеющих разрядах низкого давления с полым катодом и полым анодом необходимо усиление ионизации на периферии системы и ее ослабление в центральной области. Показано, что, вопреки широко распространенной точке зрения, использование магнитных полей может быть фактором, способствующим, а не препятствующим, получению однородной плазмы.

Показано, что существует зависящий от давления оптимальный уровень ионной эмиссии из разряда с полым катодом, при котором энергетическая эффективность достигает максимума. При превышении этого уровня энергетическая эффективность начинает уменьшаться вследствие резкого роста напряжения горения, обусловленного неучастием отбираемых ионов в гамма-процессах на катодной поверхности. Экспериментально и теоретически показано, что из прианодной части разрядов с магнитным полем возможна высокоэффективная эмиссия электронов без нарушения устойчивости разряда, что связано с различным характером пространственных распределений быстрых частиц, концентрация которых у анода мала, и медленных частиц, концентрация которых вблизи анода возрастает при использовании слабых магнитных полей. Учет ограничения эмиттирующей поверхности плазмы протяженным катодным слоем позволил получить соотношение для расчета эмиссионных характеристик плазменных источников электронов с катодным эмиттерным электродом, удовлетворительно согласующееся с экспериментально измеренными характеристиками и позволяющее объяснить их качественные особенности.

В ходе изложения материала обсуждаются проблемы, представляющие интерес для дальнейшего развития этой области науки.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Габович М.Д. Физика и техника плазменных источников ионов / М.Д. Габович. М.: Атомиздат, 1972. 304 с.
2. Крейнделъ Ю.Е. Плазменные источники электронов / Ю.Е. Крейнделъ. М.: Атомиздат, 1977. 145 с.
3. Москалев Б.И. Разряд с полым катодом / Б.И. Москалев. М.: Энергия, 1969. 184 с.
4. Penning F. M., Physica 4, 71. 1937.
5. Данилин Б.С. Применение низкотемпературной плазмы для нанесения тонких пленок / Б.С. Данилин. М.: Энергоатомиздат, 1989. 328 с.
6. Gill W. D. and Kay E., Efficient Low Pressure Sputtering in a Large Inverted Magnetron Suitable for Film Synthesis, RSI, 36, N3, 1965. P. 277-282.
7. McClure G. W. / Appl. Phys. Lett. No 12, v. 2, 1963. P. 233-234.
8. Жаринов А.В. / А.В. Жаринов, С.В. Никонов // ЖТФ, 1988, Т .58, в. 7. 1268 с.
9. Источники электронов с плазменным эмиттером / под ред. Ю.Е. Крейнделя. Новосибирск: Наука, 1983. 120 с.
10. Источники заряженных частиц с плазменным эмиттером / под ред. П.М. Щанина. Екатеринбург: УИФ Наука. 1993. 149 с.
11. Бугаев С.П. Электронные пучки большого сечения / С.П. Бугаев, Ю.Е. Крейнделъ, П.М. Щанин. М.: Энергоатомиздат, 1984. 112 с.
12. Модифицирование и легирование поверхности лазерными, ионными и электронными пучками, пер. с англ. под ред. Углова А.А. М.: Машиностроение, 1987.
13. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. / В.Л. Грановский. М.: Наука, 1971. 543 с.
14. J. Phys. B. 1987, 20, N5. p. 1095; 1985, 18, N10, 2021.
15. Королев Ю.Д. Физика импульсного пробоя газов / Ю.Д. Королев, Г.А. Месяц. М.: Наука, 1991. 224 с.

16. Окс Е.М. Доклады I Всесоюзного совещания по плазменной эмиссионной электронике / Е.М. Окс, А.А. Чагин, П.М. Щанин. Улан-Удэ, 1991. С. 18-23.
17. Райзер Ю.П. Физика газового разряда / Ю.П. Райзер. М.: Наука, 1987. 592 с.
18. Будкер Г.И. Кинетическое уравнение для электронного газа при редких столкновениях. Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Т.2 / Г.И. Будкер, С.Т. Беляев. Изд-во АН СССР, 1958. С. 330-354.
19. Смирнов Б.М. Физика слабоионизованного газа / Б.М. Смирнов. М.: Наука, 1972.
20. Кириченко В.И. / В.И. Кириченко, В.М. Ткаченко, В.Б. Тютюнник // ЖТФ, т.46, N 9, 1976. С. 1857-1867.
21. Dravin. Zs. Phys., 164, 513, 1961.
22. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. / В.Л. Грановский. Т. 1. М.: ГИТТЛ, 432 с.
23. Силады М. Электронная и ионная оптика / М.Силады. М.: Мир, 1990. 640 с.
24. Форрестер А.Т. Интенсивные ионные пучки / Т.А. Форрестер. М.: Мир, 1991. 358 с.
25. Молоковский С.И. Интенсивные электронные и ионные пучки / С.И. Молоковский, А.Д. Сушков. Л.: Энергия, 1972.
26. Завьялов М.А. Плазменные процессы в технологических электронных пушках / М.А. Завьялов, Ю.Е. Крейндель, А.А. Новиков, Л.П. Шантурин. М. : Энергоатомиздат, 1989. 256 с.
27. Cooper W. S. et al., Nucl. Fusion 12, 263. 1972.