

Российская академия наук
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт электрофизики
Уральского отделения Российской академии наук
(ИЭФ УрО РАН)

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«ВАКУУМНАЯ И ПЛАЗМЕННАЯ ЭЛЕКТРОНИКА»

Б1.В.ДВ.1-3

Специальность 03.06.01 – «Физика и астрономия»

Физика электронных и ионных процессов

Материалы разработал:

к.ф.-м.н.

Уйманов И.В.

Содержание

§ 1. Элементы электронной теории металлов	4
Дополнение 1	9
§ 2. Потенциальный барьер на границе металл-вакуум	10
Дополнение 2	14
§ 3. Коэффициент прозрачности.....	15
§ 4. Плотность тока термоэмиссии	19
§ 5. Энергетические распределения эмитированных электронов.....	22
§ 6. Плотность тока термоавтоэмиссии (продолжение)	28
§ 7. Плотность потока энергии через эмиссионную поверхность	31
§ 8. Автоэлектронная эмиссия. Эксперимент.....	33
8.1 Автоэмиттер.....	33
8.2 Автоэмиссионный метод определения работы выхода	35
8.3 Микроскопия поверхности твердого тела.....	37
8.3.1 Автоэлектронная (полевая электронная) микроскопия	38
8.3.2 Автоионная (полевая ионная) микроскопия.....	41
8.3.3 Сканирующая туннельная микроскопия	44
§ 9. Термоэлектронная эмиссия	48
9.1 Термокатоды	48
9.2 Термоэмиссионный метод определения работы выхода	48
§ 10. Другие виды электронной и ионной эмиссии	50
10.1 Общая классификация явлений эмиссии	50
10.2 Фотоэлектронная эмиссия (внешний фотоэффект).....	52
10.3 Вторичная электронная эмиссия.....	54
10.4 Кинетическая ионно-электронная эмиссия.....	57
10.5 Экзоэлектронная эмиссия.....	57
10.6 Потенциальная ионно-электронная эмиссия (потенциальное вырывание).....	57
10.7 Эмиссия горячих электронов	58
10.8 Комбинированные виды эмиссии	58
§ 11. Токи, ограниченные пространственным зарядом	59
11.1 Закон «трех вторых»	59
11.2 Общая схема расчета самосогласованных полей и объемных зарядов	63
11.3 Плоскопараллельная электродная система	65
11.4 Цилиндрическая электродная система	69
11.5 Сферическая электродная система	72

11.6 Влияние пространственного заряда на автоэлектронную эмиссию	72
§ 12. Взрывная электронная эмиссия (ВЭЭ).....	74
12.1 Феноменология ВЭЭ.....	74
12.2 Импульсный пробой при остром катode.....	76
12.3 Импульсный пробой при плоских электродах.....	78
12.4 Пробой постоянным напряжением	79
12.5 Джоулев механизм вакуумного пробоя.....	79
12.6 Вольт-амперная характеристика искрового разряда.....	82
Литература.....	84

§ 1. Элементы электронной теории металлов

Макроскопическое твердое тело представляет систему из огромного числа частиц, взаимодействующих между собой. Для построения теории необходимы квантовомеханическое и статистическое описание и физическая модель твердого тела.

Модель включает следующие представления: твердое тело – это совокупность ионов и валентных электронов. Под ионами понимаются атомные ядра вместе с электронами заполненных оболочек. Взаимодействие этих электронов с ядром является столь сильным, что сближение атомов и образование кристалла не оказывает на них существенного влияния. И наоборот, при сближении ионов до расстояний порядка их собственных размеров валентные электроны данного атома вступают в сильное взаимодействие с соседними ядрами и их электронными оболочками. Это взаимодействие обеспечивает силы сцепления, образующие кристаллы. Валентные электроны уже нельзя считать локализованными у данного атома, они могут перемещаться по всему кристаллу, например, в случае металла. Их совокупность и образует систему электронов проводимости металла.

При построении теории пользуются целым рядом более или менее обоснованных допущений. Первое – это адиабатическое приближение. Ионы находятся в периодически расположенных узлах кристаллической решетки с расстоянием между ними, равным постоянной решетки a . Это положение равновесия ионов. При конечных температурах за счет тепловой энергии они колеблются относительно своего положения равновесия. Валентные электроны также двигаются. В адиабатическом приближении считается, что легкие электроны движутся при заданных положениях тяжелых ионов, т.е. гораздо быстрее ионов. Каждому новому положению ионов отвечает свое распределение электронов, которые всегда успевают подстраиваться к изменившейся обстановке. Второе допущение касается взаимодействия между электронами проводимости металла по закону Кулона. Соответствующий анализ показывает, что отдельно взятый электрон проводимости движется окруженный положительно заряженной “шубой”. Положительный заряд “шубы” обусловлен зарядом ионов. Электрон проводимости при своем движении отталкивает другие электроны и вокруг него возникает движущийся вместе с ним некомпенсированный положительный ионный заряд. Движение электронов проводимости носит коллективный характер, каждый в своем движении влияет на других. Оказалось, что систему взаимодействующих электронов с массой m можно представлять как систему невзаимодействующих квазичастиц с эффективной массой m^* (квазичастица, образно говоря, это электрон плюс “шуба” с точки зрения инерции движения). В дальнейшем, в

целях упрощения и согласно принятой терминологии, квазичастицы мы будем называть электронами проводимости или просто электронами.

Третье допущение состоит в том, что электрон проводимости в кристалле представляется как свободная частица в потенциальной яме, как показано на рис. 1.1. Границы ямы обусловлены границами кристалла, глубина ямы – взаимодействием электронов и ионов. Это так называемое приближение квазисвободных электронов. Волновая функция электрона ψ , а также связь между его энергией ε и импульсом \mathbf{p} имеют вид:

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp\left(i \frac{\mathbf{p}}{\hbar} \cdot \mathbf{r}\right), \quad \varepsilon = \frac{p^2}{2m}, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}, \quad (1.1)$$

где h – постоянная Планка, V – объём кристалла. Запись (1.1) является решением уравнения Шредингера для частицы в потенциальной яме, представленной на рис. 1.1, и удовлетворяет условию нормировки:

$$\int_V |\psi|^2 dV = 1. \quad (1.2)$$

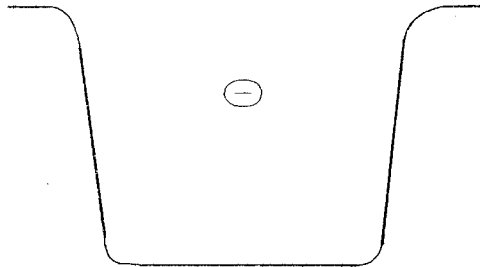


Рис. 1.1

Рассмотрим далее образование металла из невзаимодействующих атомов на примере простой модели. Пусть в атоме имеется один валентный электрон на соответствующем уровне энергии. Этот уровень будет двукратно вырожденным, поскольку энергия электрона не зависит от ориентации его спина. В системе, состоящей из N невзаимодействующих атомов соответствующий уровень будет $2N$ – кратно вырожден. При сближении атомов и установлении между ними взаимодействия, снимающего вырождение, уровень распадается на $2N$ уровней, образующих полосу. Половина этих уровней энергии будет занята парами электронов с противоположно направленными спинами, как это показано на рис. 1.2. Таким образом возникает зона проводимости, в которой электроны могут изменять свое состояние под внешним воздействием, занимая выше лежащие свободные энергетические уровни. Если, например, приложено электрическое поле, то электроны приобретут дополнительную скорость вдоль поля и, соответственно, энергию, будет осуществляться перенос электрического заряда, т.е. течь электрический ток.

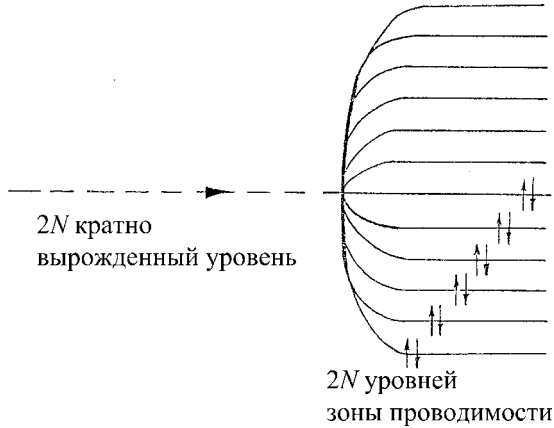


Рис. 1.2

Электроны являются фермионами с полуцелым спином и описываются статистикой Ферми–Дирака, согласно которой плотность частиц в фазовом пространстве (пространстве импульсов и координат) или функция распределения f имеет вид []

$$f = \left(1 + \exp \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT} \right) \right)^{-1}, \quad (1.3)$$

где ε_F – энергия Ферми, k – константа Больцмана, T – температура электронов в градусах Кельвина. Суммируя фазовую плотность частиц по всем возможным значениям импульса (связь f с импульсом определяется посредством зависимости энергии от импульса согласно формуле (1.1)), находим концентрацию частиц n (количество частиц в единице объема)

$$n = 2 \sum_{\mathbf{p}} f. \quad (1.4)$$

Двойка в формуле (1.4) появилась за счет двух возможных значений проекции спина. В квантовой статистике есть правило перехода от суммирования по импульсам к интегрированию.

$$\sum_{\mathbf{p}} \rightarrow \int \frac{d\mathbf{p}}{h^3}, \quad (1.5),$$

h – постоянная Планка или в, данном случае, объем элементарной ячейки в фазовом пространстве в соответствии с соотношением неопределенности. Используя (1.5) в (1.4) и переходя к сферической системе координат в пространстве импульсов (см. рис. 1.3 и приведенные ниже преобразования),

$$d\mathbf{p} = dp_x \cdot dp_y \cdot dp_z = p^2 \cdot dp \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi = \frac{1}{2} (2m^*)^{3/2} \cdot \varepsilon^{1/2} \cdot d\varepsilon \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi, \quad (1.6)$$

получаем

$$n = \frac{2}{h^3} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^{\infty} f \varepsilon^{1/2} d\varepsilon = 4\pi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} \frac{f \varepsilon^{1/2} d\varepsilon}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT}\right)}. \quad (1.7)$$

Формула (1.7) дает связь между концентрацией электронов проводимости n и энергией Ферми ε_F . В общем случае интеграл в (1.7) в элементарных функциях не выражается. Поэтому используют два основных приближения.

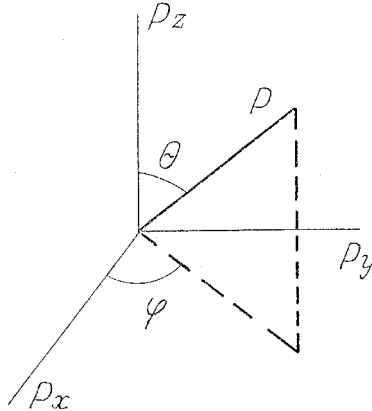


Рис. 1.3

1) Вырожденный электронный газ

В этом случае температура электронов мала. Количественно этот критерий записывается в виде

$$kT \ll \varepsilon_F \quad (1.8)$$

При вычислениях используют особенности зависимости функции распределения ее производной от энергии (см. рис. 1.4). Как видно из рис. 1.4, функция f близка по форме к ступеньке (θ – функция Хевисайда), а ее производная – к δ -функции Дирака. Учитывая это обстоятельство, из (1.7) получают

$$n = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m \cdot \varepsilon_F^{(0)}}{h^2} \right)^{3/2} \cdot \left(1 + \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{kT}{\varepsilon_F^{(0)}} \right)^2 \right) \quad (1.9)$$

или

$$\varepsilon_F = \varepsilon_F^{(0)} \cdot \left(1 + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\varepsilon_F^{(0)}} \right)^2 \right), \quad (1.10)$$

где

$$\varepsilon_F^{(0)} = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3}{8\pi} n \right)^{2/3}. \quad (1.11)$$

В “хороших” металлах $n \approx 10^{23} \text{ см}^{-3}$ и $\varepsilon_F^{(0)} \approx 5 \text{ эВ}$. Напомним, что один электрон-вольт $1 \text{ эВ} = 1.6 \times 10^{-12} \text{ эрг}$. Учитывая (1.11), критерий вырождения (1.8) можно переписать в виде

$$kT \ll \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3}{8\pi} n \right)^{2/3}. \quad (1.12)$$

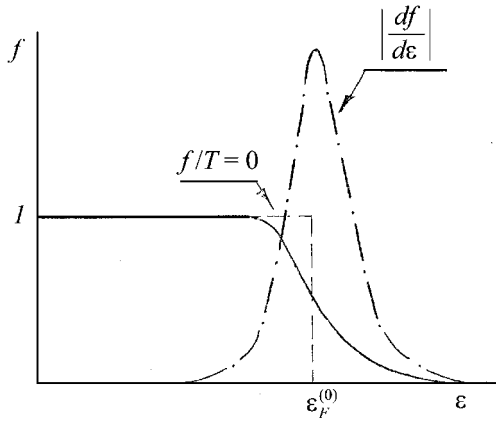


Рис. 1.4

2) Невырожденный электронный газ

В этом случае уровень Ферми отрицателен и функцию распределения можно представить в виде

$$f = \left(1 + \exp \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT} \right) \right)^{-1} \cong \exp \left(-\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT} \right). \quad (1.13)$$

Подстановка (1.7) в (1.13) дает

$$n = \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} \exp \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT} \right) \quad (1.14)$$

и

$$\varepsilon_F = -kT \ln \left(\frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{nh^3} \right). \quad (1.15)$$

Критерий невырожденности можно записать как

$$\exp\left(\frac{\varepsilon_F}{kT}\right) = \frac{nh^3}{2(2\pi mkT)^{3/2}} \ll 1. \quad (1.16)$$

Сравнивая критерии (1.12) и (1.16), мы видим, что высокая концентрация приводит к вырождению электронов проводимости, в то время как требование невырожденности (классичности) ограничивает концентрацию сверху. В металлах с хорошей электропроводностью и высокой эмиссионной способностью реализуется первый случай.

Дополнение 1

Понятие эффективной массы, введенное в § 1, нуждается в некотором дополнении. Дело в том, что более реалистическая картина поведения электрона в кристалле соответствует не рис. 1.1, а рис. Д1.1. Дно потенциальной ямы гофрировано с периодом, соответствующим расположению ионов в кристаллической решетке. Это обстоятельство приводит к тому, что волновая функция электрона и связь между энергией и импульсом имеют более сложный вид

$$\psi_{\mathbf{p}} = U(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \exp\left(i \frac{\mathbf{p}}{\hbar} \cdot \mathbf{r}\right), \quad (Д1.1)$$

где функция $U(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ имеет ту же периодичность, что и потенциал электрона в кристалле. Для энергии, например, можно записать

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p_x^2}{2m_{xx}} + \frac{p_y^2}{2m_{yy}} + \frac{p_z^2}{2m_{zz}}, \quad (Д1.2)$$

т.е. поверхность постоянной энергии представляет собой эллипс в пространстве импульсов, а кривизна этой поверхности или эффективная масса есть тензор

$$m_{ij} = \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial p_i \partial p_j}. \quad (Д1.3)$$

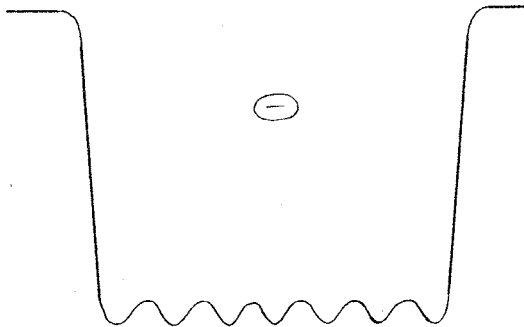


Рис. Д1.1

В дальнейшем под эффективной массой следует понимать суммарный эффект влияния кулоновского взаимодействия электронов и периодичности потенциала. Для металлов с хорошей электропроводностью, т.е. с большим количеством электронов проводимости, этот эффект мал.

§ 2. Потенциальный барьер на границе металл-вакуум

В предыдущем параграфе мы уже указывали, что электрон проводимости в металле находится в потенциальной яме (см. рис. 1.1). В данном разделе нам необходимо детально выяснить, как описывается потенциальный барьер для электрона вблизи границы металла, для того, чтобы выяснить механизм выхода или механизм эмиссии электронов.

Будем рассматривать следующую модель, представленную на рис. 2.1. Образец металла ориентирован таким образом, что электрон движется вдоль оси x через границу металл-вакуум, которая компланарна плоскости yz . В квантовой механике известна задача об отражении частицы от прямоугольного полубесконечного потенциального барьера, показанного на рис. 2.2. Решение данной задачи дает следующий результат. В области I, идентифицируемой в нашем случае с объемом металла, волновая функция электрона имеет осциллирующий вид, в области II, за пределами металла, экспоненциально затухает

$$\left. \begin{aligned} \psi(x) &= A \exp(ikx) + B \exp(-ikx), & x < 0 \\ \psi(x) &= C \exp(-\chi x), & x > 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

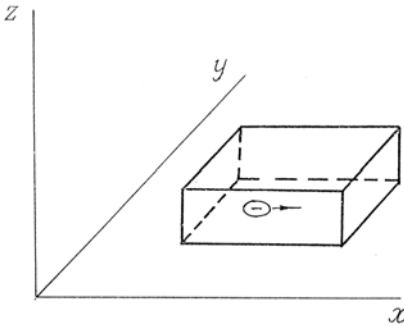


Рис. 2.1

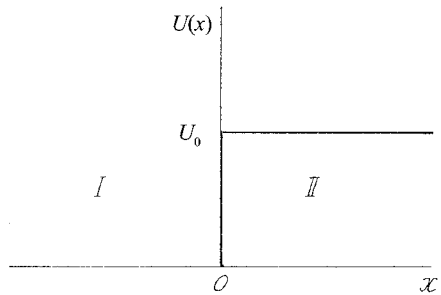


Рис. 2.2

Из этого результата можно сделать вывод, полезный для дальнейшего рассмотрения: над поверхностью металла имеет место как бы “пар” из электронов, т.е. электроны проникают под барьер. На поверхности металла существует двойной электрический слой, обусловленный, с одной стороны, положительным зарядом ионов, возникшем из-за дефицита электронов в приповерхностной области со стороны ме-

талла, и, с другой стороны, отрицательным зарядом электронного “пара”. Толщина этого слоя очень мала, порядка длины волны электрона, что составляет единицы ангстрем.

В электростатике существует метод изображений (см. рис. 2.3). Суть его, применительно к нашему случаю, заключается в следующем. Если на расстоянии x справа от поверхности металла находится электрон, то слева на том же расстоянии от границы, в глубине металла, индуцируется “дырка” с эффективным положительным зарядом, равным по модулю заряду электрона. “Дырка” образуется благодаря перераспределению в металле, а точнее, на его поверхности, электронов проводимости на фоне положительно заряженных ионов. Сила электростатического взаимодействия между электроном и “дыркой”, очевидно, равна

$$F = \frac{e^2}{(2x)^2}. \quad (2.2)$$

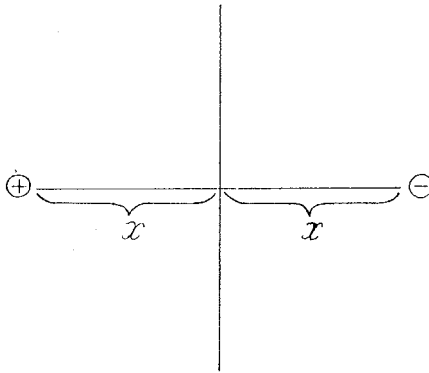


Рис. 2.3

Таким образом, для того, чтобы покинуть металл, электрону необходимо преодолеть два препятствия: пересечь двойной слой, препятствующий его выходу, и совершить работу против сил изображения. Бардин детально исследовал задачу о поведении электрона, покидающего металл, и показал, что на расстоянии от поверхности, превышающем постоянную решетки, можно пользоваться представлениями о силах изображения. Шоттки предложил на расстояниях от поверхности, меньших постоянной решетки a , считать силу изображения постоянной и равной при $x = a$, т.е.

$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{e^2}{(2a)^2}, & x \leq a \\ F &= \frac{e^2}{(2x)^2}, & x > a \end{aligned} \right\}. \quad (2.3)$$

Используя (2.3), мы можем подсчитать работу, которую необходимо затратить для того, чтобы переместить электрон из металла на бесконечно удаленное расстояние, т.е. в свободное состояние

$$\varepsilon_0 = \int_0^{\infty} F(x) dx = \int_0^a \frac{e^2}{(2a)^2} dx + \int_a^{\infty} \frac{e^2}{(2x)^2} dx = \frac{e^2}{4a} + \frac{e^2}{4a} = \frac{e^2}{2a}. \quad (2.4)$$

Величина ε_0 называется полной работой выхода. Текущая работа или потенциальная энергия электрона по отношению к его состоянию в металле равна

$$U(x) = \int_0^x F(x) dx = \varepsilon_0 - \frac{e^2}{4x}, \quad x \geq a. \quad (2.5)$$

Формулу (2.5) полезно проиллюстрировать диаграммой процесса эмиссии, представленной на рис. 2.4. Нулевой уровень энергии соответствует дну зоны проводимости. Слева изображена функция распределения электронов проводимости по энергиям в системе координат, повернутой на девяносто градусов. Из рис. 2.4 ясно, что покидать металл могут лишь электроны высокоэнергетического “хвоста” функции распределения, у которых энергия $\varepsilon > \varepsilon_0$. Такой вид эмиссии носит название “термоэлектронная эмиссия”. Физический механизм термоэмиссии – испарение электронов.

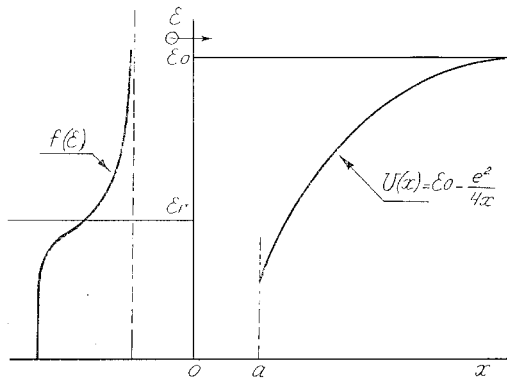


Рис. 2.4

Рассмотрим теперь более сложный случай. Пусть имеет место электрическое поле с напряженностью E , тянущие электроны из металла. Формулы (2.3) и (2.5) переписутся следующим образом

$$\left. \begin{aligned}
 F(x) &= \frac{e^2}{(2a)^2} - eE, \quad x \leq a \\
 F(x) &= \frac{e^2}{(2x)^2} - eE, \quad x > a
 \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

и

$$U(x) = \varepsilon_0 - \frac{e^2}{4x} - eEx, \quad x \geq a. \quad (2.7)$$

При записи (2.6) необходимо учесть, что за положительное направление силы считается направление справа налево, т.е. к металлу. Диаграмма процесса эмиссии в данном случае будет выглядеть следующим образом (см. рис. 2.5). Барьер на границе металл-вакуум будет теперь конечной ширины с максимумом при координате $x = x_m$ и энергии $\varepsilon = \varepsilon_m$. Из квантовой механики известно, что через барьер конечной ширины частицы могут туннелировать, имея при этом полную (кинетическую плюс потенциальную) энергию, величина которой меньше потенциальной в области под барьером. Туннельный способ выхода электронов из металла носит название “автоэлектронная эмиссия”, т.е. эмиссия без затрат энергии, т.к. не надо совершать работу по преодолению барьера. Общая эмиссия при наличии электрического поля станет более интенсивной благодаря туннельному эффекту и увеличившемуся из-за понижения барьера надбарьерному выходу электронов. Такой совокупный вид эмиссии называется “термоавтоэлектронная эмиссия”. При относительно низких температурах (количественный критерий этому будет дан ниже) эмиссия электронов будет происходить с энергетических уровней, прилегающих к уровню Ферми.

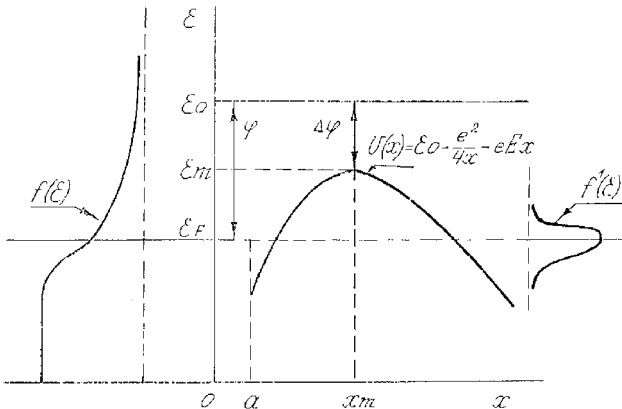


Рис. 2.5

На рис. 2.5 справа схематически изображена функция распределения $f(\varepsilon)$ эмитированных электронов. На уровнях вблизи энергии Ферми достаточно много элек-

тронов $f(\varepsilon_F) = 1/2$, а интенсивность туннельного эффекта больше, чем у барьера. На энергетических уровнях, лежащих ниже уровня Ферми, много электронов, но барьер широк, а на уровнях выше вершины барьера очень мало электронов, хотя барьер не препятствует их выходу из металла. Таким образом, термоавтоэмиссия электронов из металла происходит в довольно узком диапазоне энергий. В силу этого в эмиссионной электронике вводят величину, называемую эмиссионной работой выхода или просто работой выхода

$$\varphi = \varepsilon_0 - \varepsilon_F. \quad (2.8)$$

Ниже мы увидим, что эта величина играет определяющую роль при количественном описании явления эмиссии. Найдем положение вершины барьера. Из (2.6) и (2.7) следует

$$\left. \frac{dU(x)}{dx} \right|_{x=x_m} = F(x_m) = \frac{e^2}{(2x_m)^2} - eE = 0, \quad (2.9)$$

откуда

$$x_m = \frac{1}{2} \left(\frac{e}{E} \right)^{1/2} \quad (2.10)$$

и

$$\varepsilon_m = U(x_m) = \varepsilon_0 - (e^3 E)^{1/2} \quad (2.11)$$

Величина

$$\Delta\varphi = (e^3 E)^{1/2} \quad (2.12)$$

носит название “поправка Шоттки” к работе выхода, а само понижение барьера на величину $\Delta\varphi$ при наличии электрического поля – “эффект Шоттки”.

В заключении данного параграфа отметим, что в приведенных выше рассуждениях молчаливо предполагалось, что эмиттирующая поверхность металла чистая и граничит с хорошим вакуумом. В реальных условиях так называемого технического вакуума имеются атомы и молекулы остаточного газа, которые осаждаются, или, другими словами, адсорбируются на поверхности металла, изменяя его свойства, в частности, работу выхода.

Дополнение 2

Формула (2.7) справедлива при $x \geq a$, где a – постоянная решетки. Это означает, что поля ограничены сверху таким образом, чтобы левая точка поворота, соответствующая заметной эмиссии с данной энергией, $x_1 \geq a$. Иногда используют модифицированную формулу для потенциального барьера

$$U(x) = \varepsilon_0 - \frac{e^2}{4x + \frac{e^2}{\varepsilon_0}} - eEx. \quad (Д2.1)$$

Замена $y = x + \frac{e^2}{4\varepsilon_0}$ сводит (Д2.1) к потенциалу (2.7). При этом энергия ε_0 увеличивается на величину $\frac{e^3 E}{4\varepsilon_0}$, что приводит к увеличению на ту же величину работы

выхода в конечных формулах эмиссии. При сильных полях, когда возможно наблюдение отклонения от потенциала сил изображения, может иметь место эффект проникновения поля в металл. Этот эффект приводит к понижению работы выхода, что компенсирует увеличение работы выхода за счет отклонения от потенциала сил изображения вплоть до полей $E \approx 10^8$ В/см.

Необходимо заметить следующее. Формулы (2.7) и (Д2.1) подразумевают, что металл обладает идеальной электропроводностью, т.е. “дырка” изображения успевает занять положение, зеркальное по отношению к эмиттированному электрону. Реальный металл обладает конечной электропроводностью и некоторой высокочастотной диэлектрической проницаемостью. В результате реальная работа выхода может отличаться от величины $\frac{e^2}{2a}$ для идеального случая, причем это отличие состоит из двух частей: обратимой, связанной с отставанием “дырки” от идеального изображения, а также необратимой, связанной с джоулевой диссипацией токов, образующих “дырку”. Точная количественная теория этого эффекта сложна, но, на наш взгляд, оценить влияние этого эффекта можно, если переписать формулу (Д2.1) в виде

$$U(x) = \varepsilon_0 - \frac{e^2}{v \left(x + \gamma \frac{e^2}{\varepsilon_0} \right)} - eEx, \quad 1 \leq v \leq 4, \quad 0 \leq \gamma \leq 1. \quad (\text{Д2.2})$$

Выше мы пользовались представлениями об одномерном барьере, т.е. предполагали, что граница металл-вакуум является идеальной плоскостью. Такая картина далека от действительности, поскольку реальная поверхность твердого тела обладает тангенциальной периодичностью, а также нарушениями ее. То есть в общем случае необходимо решать трехмерную задачу. Эта задача очень сложна и решения до сих пор не получено. Следует, однако, заметить, что, по-видимому, влияние указанных эффектов станет существенным, когда ширина барьера будет сравнима с размерами тангенциальных неоднородностей $x_2 - x_1 \approx a$.

§ 3. Коэффициент прозрачности

Основной количественной характеристикой процесса туннелирования является коэффициент прохождения частицы через потенциальный барьер или коэффициент прозрачности D . Пусть частица падает на потенциальный барьер, двигаясь вдоль оси x слева направо. Ее полная энергия меньше максимума потенциальной. На рис. 3.1 схематически изображено прохождение частицы через барьер. В области I волновая функция частицы имеет осциллирующий характер и состоит из падающей и отраженной волны, в области II экспоненциально затухает, и в области III опять

осциллирует с гораздо меньшей амплитудой и состоит только из прошедшей волны. Длина стрелок на рис. 3.1 пропорциональна плотности потока вероятности, соответственно падающего, отраженного и прошедшего, определяемого в квантовой механике как

$$j_{\psi} = \frac{\hbar}{2mi} \left(\psi^* \frac{d\psi}{dx} - \psi \frac{d\psi^*}{dx} \right), \quad (3.1)$$

где $\hbar = h/2\pi$, i – мнимая единица, ψ^* – комплексно сопряженная волновая функция. Коэффициент прозрачности определяется как отношение величин прошедшей плотности потока вероятности к падающей

$$D = \frac{j_{\psi, \text{пр.}}}{j_{\psi, \text{па.}}} \quad (3.2)$$

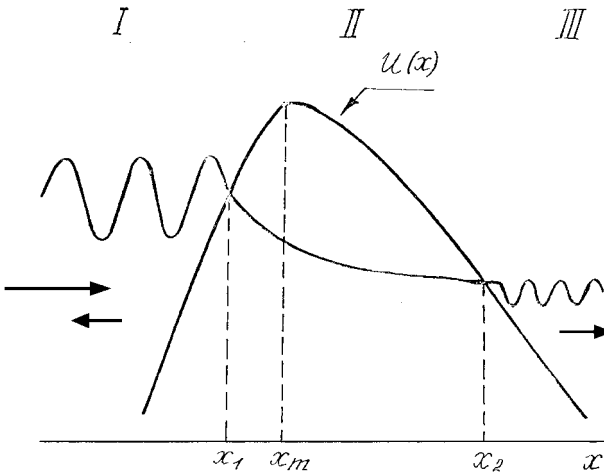


Рис. 3.1

В квантовой механике решена задача о прохождении частицы через потенциальный барьер в квазиклассическом приближении, и найден коэффициент прозрачности

$$D = \exp \left(\frac{2i}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(\varepsilon - U)} dx \right), \quad (3.3)$$

x_1 и x_2 – точки поворота, в которых полная энергия ε становится равной потенциальной, а импульс частицы равным нулю. Квазиклассическое приближение накладывает ряд условий, при которых справедлив результат (3.3).

1. Потенциальный барьер достаточно широк и

$$D \ll 1 \quad (3.4)$$

2. Длина волны де Бройля частицы λ достаточно мала.

3. Достаточно медленно изменяется потенциальная энергия U , так, что на длине порядка λ мало изменение импульса частицы.

Аналитически два последних условия запишутся в виде

$$\frac{m}{\hbar^2} \left(\lambda^3 \frac{dU}{dx} \right) \ll 1, \quad (3.5)$$

где

$$\lambda = \frac{\hbar}{p} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(\varepsilon - U)}}. \quad (3.6)$$

Перечисленные ограничения означают, что квазиклассическое приближение и формула (3.3) становятся неприменимыми вблизи вершины барьера и вблизи точек поворота. Кэмбл решил точно, без квазиклассического приближения, задачу о прохождении частицы через потенциальный барьер параболической формы. Для системы координат, соответствующей рис. 3.1, параболический барьер можно представить в виде

$$U = U_0 - \frac{1}{2}k(x - x_m)^2 \quad (3.7)$$

и задача о прохождении через барьер сводится к задаче о линейном осцилляторе, решение которой хорошо изучено. Кэмбл получил точное выражение для коэффициента прозрачности

$$D = \left[1 + \exp \left(- \frac{2i}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(\varepsilon - U)} dx \right) \right]^{-1} \quad (3.8)$$

справедливое при любых значениях энергии ε . Действительно, если энергия меньше вершины барьера, что соответствует подбарьерному прохождению частицы, то значения координат точек поворота x_1 и x_2 вещественны, подкоренное выражение в (3.8) отрицательное и показатель экспоненты положительное вещественное число. Если энергия больше вершины барьера и имеет место надбарьерное прохождение, то значения координат точек поворота комплексные величины, подкоренное выражение положительное и показатель экспоненты в (3.8) отрицательное вещественное число. По мере того, как энергия превышает вершину барьера, отрицательный вещественный показатель экспоненты очень быстро растет по модулю и коэффициент прозрачности становится равным единице. В случае подбарьерного прохождения при достаточном удалении от вершины барьера по энергии формула (3.8) переходит в (3.3).

Достаточно гладкий барьер произвольной формы можно вблизи вершины аппроксимировать формулой (3.7). Это наводит на мысль, что формулу (3.8) можно

использовать для произвольных барьеров. Миллер и Гуд проанализировали это обстоятельство и показали, что формула (3.8) с хорошей точностью описывает произвольные гладкие барьеры с максимумом. Эту формулу мы и будем использовать в своих дальнейших вычислениях.

Обратимся теперь к нашему конкретному барьеру на границе металл-вакуум при наличии тянущего электроны электрического поля (см. рис. 3.2). Координаты точек поворота находятся из уравнения

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{e^2}{4x} - eEx, \quad (3.9)$$

откуда

$$x_{1,2} = \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon) \pm \sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon)^2 - e^3 E}}{2eE}. \quad (3.10)$$

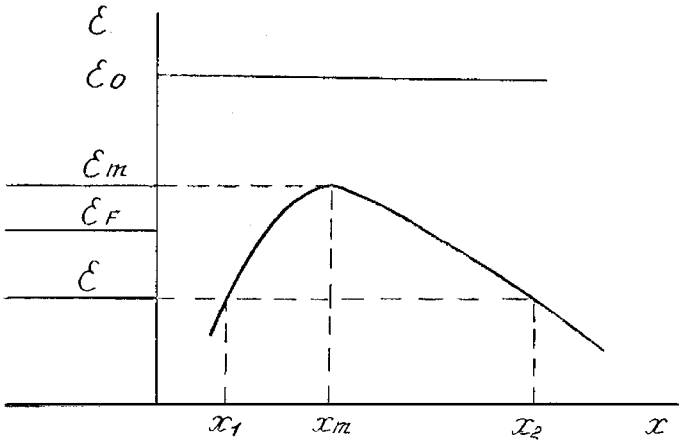


Рис. 3.2

Если $(\varepsilon_0 - \varepsilon) > (e^3 E)^{1/2}$ (подбарьерное прохождение, как показано на рис. 3.2), то x_1 и x_2 имеют два различных вещественных значения, при надбарьерном прохождении $(\varepsilon_0 - \varepsilon) < (e^3 E)^{1/2}$ и x_1 и x_2 комплексные величины. При $\varepsilon = \varepsilon_m$ или $\varepsilon_0 - \varepsilon = (e^3 E)^{1/2}$ $x_1 = x_2 = x_m$ из (2.10) (прохождение с рассеянием на вершине барьера). Подстановка потенциала сил изображения в (3.8) дает следующее выражение для коэффициента прозрачности

$$D(\varepsilon, E) = \left[1 + \exp \left(-\frac{2i}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m \left(\varepsilon - \left(\varepsilon_0 - \frac{e^2}{4x} - eEx \right) \right)} dx \right) \right]^{-1}. \quad (3.11)$$

Интеграл в (3.11) через элементарные функции не выражается. Результат вычисле-

ния $D(\varepsilon, E)$ можно представить в виде

$$D(\varepsilon, E) = \left[1 + \exp \left(\frac{4\sqrt{2}}{3} \frac{m^{1/2}}{eE\hbar} (\varepsilon_0 - \varepsilon)^{3/2} \theta \left(\frac{\sqrt{e^3 E}}{\varepsilon_0 - \varepsilon} \right) \right) \right]^{-1}, \quad (3.12)$$

где функция $\theta(y)$ называется функцией Нордгейма, она выражается через эллиптические интегралы и для нее составлены таблицы.

Выше, при рассмотрении задачи о коэффициенте прозрачности мы предполагали, что движение частицы носит одномерный характер, т.е. частица имеет одну степень свободы и соответственно импульс вдоль оси x , перпендикулярной барьеру. На самом же деле электрон в металле и вне его имеет три степени свободы и соответствующие компоненты импульса и энергии

$$\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z, \quad (3.13)$$

где

$$\varepsilon_x = \frac{p_x^2(x)}{2m} + U(x), \quad (3.14)$$

$$\varepsilon_y = \frac{p_y^2}{2m}, \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_z = \frac{p_z^2}{2m}. \quad (3.16)$$

Энергия $\varepsilon_x(x)$ не зависит от координаты x , т.к. согласно уравнению движения

$$\frac{p_x}{m} \frac{dp_x}{dx} = - \frac{dU(x)}{dx} \quad (3.17)$$

и

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{p_x^2}{2m} + U \right) = \frac{d\varepsilon_x}{dx} = 0, \quad (3.18)$$

$$\varepsilon_x = \text{const}(x) = \varepsilon_x \Big|_{\text{в металле}} = \frac{p_x^2}{2m} \Big|_{\text{в металле}}. \quad (3.19)$$

Из предыдущих рассуждений ясно, что процесс туннелирования зависит только от величины ε_x , а движение в плоскости, компланарной границе эмиссии, не оказывает влияние на прохождение частицы через потенциальный барьер. В формулы (3.3), (3.6), (3.8), (3.12) необходимо подставлять в качестве аргумента ε_x , т.е. $D = D(\varepsilon_x, E)$.

§ 4. Плотность тока термоэмиссии

Важнейшей экспериментально наблюдаемой характеристикой является плотность тока эмиссии j . По физическому смыслу величина j есть количество электри-

ческого заряда, переносимого в единицу времени через единицу площади границы эмиссии или границы раздела металл–вакуум. Граница эмиссии понимается в том смысле, в каком мы ее обсуждали в § 2 и § 3. Аналитически j определяется выражением

$$j = \frac{2e}{h^3} \int_{-\infty}^{\infty} dp_y \int_{-\infty}^{\infty} dp_z \int_0^{\infty} dp_x \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_x} \frac{D(\varepsilon_x, E)}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT}\right)} \quad (4.1)$$

$h = 2\pi\hbar$, интегрирование по $dp_y dp_z$ проводится в плоскости, компланарной плоскости эмиссии p_x , и ε_x – импульс и энергия движения, нормального по отношению к плоскости эмиссии, ε – полная энергия электрона в металле, ε_F – энергия Ферми, T – температура в °К, k – постоянная Больцмана.

Дадим пояснения к формуле (4.1). Произведение Df , где $f = \left(1 + \exp\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT}\right)^{-1}$, есть произведение вероятностей двух независимых событий, вероятности туннелирования D частицы на вероятность f иметь энергию ε . Другими словами, произведение Df есть функция распределения или фазовая плотность эмиттирования электронов справа от барьера (см. рис. 2.5). При учете (3.13)–(3.19) $\frac{\partial \varepsilon}{\partial p_x} = \frac{p_x}{m} = V_x$, т.е.

это скорость, с которой частица пересекает границу эмиссии. Произведение фазовой плотности на скорость и на заряд e дает плотность тока в фазовом пространстве. Суммирование по всем возможным значениям импульса дает наблюдаемую плотность тока в реальном трехмерном пространстве. Суммирование в (4.1) заменено на интегрирование согласно правилам (1.4)–(1.5).

Интегрирование по dp_x проводится в пределах от нуля до бесконечности, поскольку пересекать границу эмиссии могут только те электроны, которые двигаются слева направо. Интегрирование по dp_y и dp_z проводится по всем значениям, поскольку эмиттировать частица может с любым значением составляющей импульса, лежащей в плоскости эмиссии. Размерность плотности тока есть произведение заряда на концентрацию и на среднюю дрейфовую скорость $\langle V \rangle$, т.е. $j = en \langle V \rangle$. В дальнейшем, так, как это принято в эмиссионной электронике, будем называть металлический образец, из которого эмиттируют электроны, эмиттером или катодом. Электрическое поле реализуется в системах, состоящих из двух металлических электродов, разделенных вакуумным промежутком, к которым приложена разность потенциалов. Отрицательный электрод называется катодом, положительный – анодом или коллектором. При записи (4.1) предполагалось, что распределение по энергиям электронов в зоне проводимости катода описывается функцией Ферми–Дирака, а наибольшие отклонения от этой функции распределения, связанные с явлениями переноса, дают пренебрежимо малый вклад в ток эмиссии. При вычислении (4.1) используются два подхода. NED-представление (“Normal Energy Distribution” – распределение по нормальным энергиям), и TED-представление (“Total Energy Distribution” – распределение по полным энергиям). Оба этих подхода оказываются полезными при анализе

явления эмиссии, поэтому продемонстрируем их.

NED-представление

Вычисления будем проводить в рамках модели свободных электронов. Ниже мы обсудим правомочность такого приближения. Делаем замену переменных согласно схеме

$$\varepsilon = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m} = \varepsilon_x + \varepsilon_\perp, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_x} dp_x = d\varepsilon_x, \quad dp_x dp_y dp_z = m d\varphi d\varepsilon_\perp, \quad (4.2)$$

тогда

$$j = \frac{2em}{h^3} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty d\varepsilon_\perp \int_0^\infty d\varepsilon_x \frac{D(\varepsilon_x, E)}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_\perp + \varepsilon_x - \varepsilon_F}{kT}\right)} = \frac{4\pi emkT}{h^3} \int_0^\infty N(\varepsilon_x) d\varepsilon_x, \quad (4.3)$$

$$N(\varepsilon_x) = D(\varepsilon_x, E) \cdot \ln\left(1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_x}{kT}\right)\right), \quad (4.4)$$

$N(\varepsilon_x)$ – функция распределения по нормальным энергиям эмиттированных электронов.

TED-представление

Делаем замену переменных интегрирования

$$\left. \begin{aligned} dp_x dp_y dp_z &= \frac{1}{2}(2m)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon \sin\theta d\theta d\varphi, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_x} &= \left(\frac{2\varepsilon}{m}\right)^{1/2} \cos\theta, \quad \varepsilon_x = \varepsilon \cos^2\theta \end{aligned} \right\}, \quad (4.5)$$

$$j = \frac{4\pi em}{h^3} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin\theta \cos\theta d\theta \int_0^\infty \frac{D(\varepsilon \cos^2\theta, E)}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT}\right)} \varepsilon d\varepsilon = \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{4\pi emkT}{h^3} \int_0^\infty T(\varepsilon) d\varepsilon \\ T(\varepsilon) &= \frac{\frac{\varepsilon}{kT} \int_0^1 D(y\varepsilon, E) dy}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT}\right)}, \end{aligned} \quad (4.7)$$

$T(\varepsilon)$ – функция распределения по полным энергиям эмиттированных электронов. Учитывая важность функций $N(\varepsilon_x)$ и $T(\varepsilon)$ при определении термоавтоэмиссионных характеристик катода, исследуем их отдельно.

§ 5. Энергетические распределения эмитированных электронов

Исследуем NED-распределение

$$N(\varepsilon_x) = D(\varepsilon_x, E) \ln \left(1 + \exp \frac{\varepsilon_F - \varepsilon_x}{kT} \right). \quad (5.1)$$

Качественный анализ функции $N(\varepsilon_x)$ показывает следующее (см. рис. 5.1) При $T \rightarrow 0$ энергия эмитированных электронов в основном меньше ε_F , максимум $N(\varepsilon_x)$ находится вблизи ε_F и энергетический разброс определяется коэффициентом прозрачности D (рис. 5.1, а). При $E \rightarrow 0$ энергия эмитированных электронов в основном больше ε_m , максимум $N(\varepsilon_x)$ находится вблизи ε_m , ширину распределения определяет функция $\ln \left(1 + \exp \left(\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_x}{kT} \right) \right)$ (рис. 5.1, б). При конечных E и T максимум распределения по нормальным энергиям расположен между ε_F и ε_m (см. рис. 5.1, в). При увеличении E прозрачность барьера растет и распределение сдвигается в сторону меньших энергий, с ростом T – в сторону больших энергий.

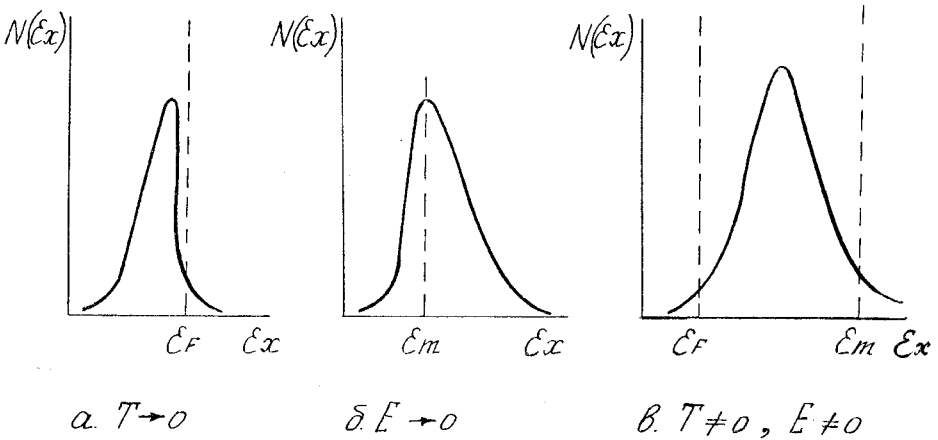


Рис. 5.1

Исследуем далее функцию $N(\varepsilon_x)$ аналитически. При произвольных значениях напряженности электрического поля E и температуры исследовать функцию $N(\varepsilon_x)$ трудно, поскольку она имеет сложное математическое выражение из-за коэффициента прозрачности $D(\varepsilon_x, E)$ (см. формулу (3.12)). Поэтому прибегают к двум основным приближениям, которые представляют интерес с точки зрения физики и легко реализуются на практике.

1. Низкие температуры и высокие электрические поля (E - T эмиссия). Количественный критерий этого приближения будет дан ниже. Как уже указывалось, макси-

мум $N(\varepsilon_x)$ лежит вблизи ε_F , поэтому показатель экспоненты (3.12) можно разложить около ε_F в ряд Тейлора и ограничиться линейным слагаемым. Результат получается следующий:

$$\left. \begin{aligned} D(\varepsilon_x, E) &= [1 + \exp(a + b(\varepsilon_x - \varepsilon_f))]^{-1}; \\ a &= \frac{4\sqrt{2m}}{3e\hbar E} \varphi^{3/2} \theta \left(\frac{\sqrt{e^3 E}}{\varphi} \right); \\ b &= -\frac{2\sqrt{2m}}{e\hbar E} \varphi^{1/2} \eta \left(\frac{\sqrt{e^3 E}}{\varphi} \right) = -(2kT_1)^{-1}; \\ \eta(y) &= \theta(y) - \frac{2}{3} y \frac{d\theta(y)}{dy} \end{aligned} \right\} . \quad (5.2)$$

При записи (5.2) учтено определение работы выхода (2.8). Характеристическую температуру

$$T_1 = \frac{e\hbar}{4k\sqrt{2m}\varphi\eta\left(\frac{\sqrt{e^3 E}}{\varphi}\right)} E \quad (5.3)$$

называют температурой инверсии. Целесообразность введения этой величины и ее физический смысл станет понятен при вычислении плотности потока энергии через границу эмиссии, а пока отметим, что температура T_1 линейно растет с напряженностью электрического поля E и определяет ширину энергораспределения при низких температурах. Поскольку при низких температурах и высоких полях имеет место в основном подбарьерный выход электронов с катода, показатель экспоненты в формуле (5.2) для D достаточно велик

$$\exp\left(a + \frac{\varepsilon_F - \varepsilon_{x.m.}^{(1)}}{2kT_1}\right) \gg 1 \quad (5.4)$$

и справедливо ВКБ-приближение (3.3). С учетом этого распределение по нормальным энергиям запишется в виде

$$N(\varepsilon_x) = \ln\left(1 + \exp\left(\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_x}{kT}\right)\right) \exp\left(-a - \frac{\varepsilon_F - \varepsilon_x}{2kT_1}\right). \quad (5.5)$$

Из условия $dN/d\varepsilon_x = 0$ находим уравнение для $\varepsilon_{x.m.}^{(1)}$

$$\frac{T}{2T_1} \ln\left(1 + \exp\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_{x.m.}^{(1)}}{kT}\right) - \frac{\exp\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_{x.m.}^{(1)}}{kT}}{1 + \exp\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_{x.m.}^{(1)}}{kT}} = 0. \quad (5.6)$$

В силу всего сказанного выше естественно предполагать, что $\varepsilon_{x.m.}^{(1)} < \varepsilon_F$, $T < T_1$ и

$$\exp \frac{\varepsilon_F - \varepsilon_{x.m.}^{(1)}}{kT} \gg 1. \quad (5.7)$$

Пренебрегая в (5.6) единицей по сравнению с экспонентой, получаем

$$\varepsilon_{x.m.}^{(1)} = \varepsilon_F - 2kT. \quad (5.8)$$

При подстановке результата (5.8) в условия (5.4) и (5.7) видно, что они выполняются. Максимальное значение $N(\varepsilon_{x.m.}^{(1)})$ следующее

$$N(\varepsilon_{x.m.}^{(1)}) = \ln \left(1 + \exp \frac{2T_1}{T} \right) \exp(-a-1) \approx \frac{2T_1}{T} \exp(-a-1). \quad (5.9)$$

Для практических целей функцию $N(\varepsilon_x)$ удобно отнормировать так, чтобы при $\varepsilon_x = \varepsilon_{x.m.}^{(1)}$ она имела значение равное единице.

$$N'(\varepsilon_x) = \frac{N(\varepsilon_x)}{N(\varepsilon_{x.m.}^{(1)})} = \frac{T}{2T_1} \ln \left(1 + \exp \frac{\varepsilon_F - \varepsilon_x}{kT} \right) \exp \left(1 - \frac{\varepsilon_F - \varepsilon_x}{2kT_1} \right) \quad (5.10)$$

Одной из экспериментально измеряемых характеристик является энергетическая ширина кривой $N'(\varepsilon_x)$ на полувывсоте, т.е.

$$\frac{T}{2T_1} \ln \left(1 + \exp \frac{\varepsilon_F - \varepsilon_x}{kT} \right) \exp \left(1 - \frac{\varepsilon_F - \varepsilon_x}{2kT_1} \right) = \frac{1}{2} \quad (5.11)$$

Решение уравнения (5.11) относительно ε_x даст правое $\varepsilon_{x,0.5}^{(n)}$ и левое $\varepsilon_{x,0.5}^{(n)}$ значения корней и энергетическую ширину $\Delta\varepsilon_{x,0.5} = \varepsilon_{x,0.5}^{(n)} - \varepsilon_{x,0.5}^{(n)}$ (см. рис. 5.2). Трансцендентное уравнение (5.11) в общем случае необходимо решать численно.

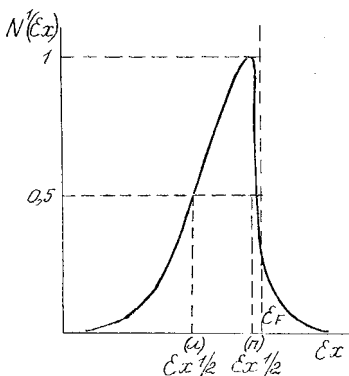


Рис. 5.2

2. Высокие температуры и слабые электрические поля (T - E эмиссия). В этом случае максимум $N(\varepsilon_x)$ лежит вблизи ε_m и разложение, аналогичное (5.2) имеет вид

$$\left. \begin{aligned} D(\varepsilon_x, E) &= [1 + \exp(a' + b'(\varepsilon_x - \varepsilon_m))]^{-1}; \\ a' &= \frac{4\sqrt{2m}}{3eE\hbar} (\varepsilon_0 - \varepsilon_m)^{3/2} \theta\left(\frac{\sqrt{e^3 E}}{\varepsilon_0 - \varepsilon_m}\right); \\ b' &= -\frac{2\sqrt{2m}}{e\hbar E} (\varepsilon_0 - \varepsilon_m)^{1/2} \eta\left(\frac{\sqrt{e^3 E}}{\varepsilon_0 - \varepsilon_m}\right) \end{aligned} \right\}. \quad (5.12)$$

Для потенциала сил изображения: $\varepsilon_0 - \varepsilon_m = \sqrt{e^3 E}$, $\theta(1) = 0$, $a' = 0$,

$$b' = -\frac{2\sqrt{2m}\eta(1)}{e^{1/4}\hbar E^{3/4}} = -(0.5kT_2)^{-1}. \quad (5.13)$$

Вторая характеристическая температура

$$T_2 = \frac{e^{1/4}\hbar}{k\sqrt{2m}\eta(1)} E^{3/4} \quad (5.14)$$

не имеет явно выраженного физического смысла и специального названия, как температура инверсии T_1 , и служит в основном для удобства записи формул. Поскольку эмиссия происходит в энергетическом интервале, прилегающем к ε_m , то в предположении $\varepsilon_m - \varepsilon_F \gg kT$ можно записать

$$\ln\left(1 + \exp\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_x}{kT}\right) \approx \exp\left(-\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_F}{kT}\right). \quad (5.15)$$

Подставляя (5.12)–(5.15) в (5.1), получаем

$$N(\varepsilon_x) = \frac{\exp\left(-\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_F}{kT}\right)}{1 + \exp\left(-\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_m}{0.5kT_2}\right)}. \quad (5.16)$$

Условие $dN/d\varepsilon_x = 0$ приводит к уравнению

$$\frac{0.5T_2}{T} - \frac{\exp\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_{x.m.}^{(2)}}{0.5kT_2}}{1 + \exp\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_{x.m.}^{(2)}}{0.5kT_2}} = 0. \quad (5.17)$$

Решение этого уравнения дает

$$\varepsilon_{x.m.}^{(2)} = \varepsilon_m + kT \cdot \frac{0.5T_2}{T} \ln\left(\frac{1 - \frac{0.5T_2}{T}}{\frac{0.5T_2}{T}}\right) \quad (5.18)$$

и

$$N(\varepsilon_{x.m.}) = \Gamma \exp\left(-\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_F}{kT}\right), \quad (5.19)$$

где

$$\Gamma = \left(\frac{0.5 \frac{T_2}{T}}{1 - 0.5 \frac{T_2}{T}}\right)^{0.5 \frac{T_2}{T}} \cdot \left(1 + \frac{0.5 \frac{T_2}{T}}{1 - 0.5 \frac{T_2}{T}}\right)^{-1}. \quad (5.20)$$

Отнормированное энергораспределение в данном случае

$$N'(\varepsilon_x) = \Gamma^{-1} \frac{\exp\left(-\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_m}{kT}\right)}{1 + \exp\left(-\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_m}{0.5kT_2}\right)}. \quad (5.21)$$

Аналогично (5.11), приравнивание выражения (5.21) 0,5 (?) дает возможность определить энергетическую ширину на полувысоте.

Исследуем далее TED-распределение

$$T(\varepsilon) = \frac{\frac{\varepsilon}{kT} \int_0^1 D(y\varepsilon, E) dy}{1 + \exp\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT}}. \quad (5.22)$$

1. E-T эмиссия

Использование разложения (5.2) и условия (5.4) позволяет записать

$$\int_0^1 \left[1 + \exp\left(a + b(y\varepsilon - \varepsilon_F)\right)\right]^{-1} dy = \frac{2kT_1}{\varepsilon} \ln \left[\frac{e^{\frac{\varepsilon}{2kT_1}} + e^{a + \frac{\varepsilon_F}{2kT_1}}}{1 + e^{a + \frac{\varepsilon_F}{2kT_1}}} \right] \approx \approx \frac{2kT_1}{\varepsilon} e^{-a + \frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{2kT_1}} \quad (5.23)$$

и

$$T(\varepsilon) = \frac{2T_1}{T} \cdot \frac{\exp\left(-a + \frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{2kT_1}\right)}{1 + \exp\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT}}. \quad (5.24)$$

Условие $dT/d\varepsilon = 0$ дает уравнение

$$\frac{T}{2T_1} - \frac{\exp \frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT}}{1 + \exp \frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT}} = 0, \quad (5.25)$$

решение которого позволяет найти $\varepsilon_m^{(1)}$

$$\varepsilon_m^{(1)} = \varepsilon_F - 2kT_1 \frac{T}{2T_1} \ln \left(\frac{1 - \frac{T}{2T_1}}{\frac{T}{2T_1}} \right) \quad (5.26)$$

Подстановка (5.26) в (5.24) приводит к формулам

$$T(\varepsilon_m^{(1)}) = \frac{2T_1}{T} G e^{-a} \quad (5.27)$$

и

$$T'(\varepsilon) = G^{-1} \frac{\exp \frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{2kT_1}}{1 + \exp \frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT}}, \quad (5.28)$$

где

$$G = \left(\frac{\frac{T}{2T_1}}{1 - \frac{T}{2T_1}} \right)^{\frac{T}{2T_1}} \cdot \left(1 + \frac{\frac{T}{2T_1}}{1 - \frac{T}{2T_1}} \right)^{-1}. \quad (5.29)$$

Энергетическая ширина ищется из уравнения

$$T(\varepsilon) = 1/2. \quad (5.30)$$

2. T-E эмиссия

Используя разложение (5.12), можно записать

$$D \approx \left(1 + \exp \frac{\varepsilon_m - \varepsilon_y}{0.5kT_2} \right)^{-1} \quad (5.31)$$

и

$$\int_0^1 D dy = \frac{0.5kT_2}{\varepsilon} \ln \left(1 + \exp \frac{\varepsilon - \varepsilon_m}{0.5kT_2} \right), \quad (5.32)$$

в предположении, что

$$\exp \frac{\varepsilon_m}{0.5kT_2} \gg 1. \quad (5.33)$$

Подставляя (5.32) в (5.22) и используя приближение, аналогичное (5.15), получаем

$$T(\varepsilon) \approx \frac{0.5T_2}{T} \ln \left(1 + \exp \frac{\varepsilon - \varepsilon_m}{0.5kT_2} \right) \exp \left(-\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT} \right). \quad (5.34)$$

Условие максимума $T(\varepsilon)$ приводит к уравнению

$$\frac{\exp \frac{\varepsilon_m^{(2)} - \varepsilon_m}{0.5kT_2}}{1 + \exp \frac{\varepsilon_m^{(2)} - \varepsilon_m}{0.5kT_2}} - \frac{0.5T_2}{T} \ln \left(1 + \exp \frac{\varepsilon_m^{(2)} - \varepsilon_m}{0.5kT_2} \right) = 0. \quad (5.35)$$

В данном случае естественно предположить, что

$$\exp \frac{\varepsilon_m^{(2)} - \varepsilon_m}{0.5kT_2} \gg 1, \quad (5.36)$$

т.к. электроны несут энергию, соответствующую поперечным по отношению к направлению эмиссии степеням свободы (ε – полная энергия). Тогда из (5.35) получаем

$$\varepsilon_m^{(2)} = \varepsilon_m + kT, \quad (5.37)$$

$$T(\varepsilon_m^{(2)}) = \exp \left(-\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_F - 1}{kT} \right), \quad (5.38)$$

$$T'(\varepsilon) = \frac{0.5T_2}{T} \ln \left(1 + \exp \frac{\varepsilon - \varepsilon_m}{0.5kT_2} \right) \exp \left(-\frac{\varepsilon - \varepsilon_m + 1}{kT} \right). \quad (5.39)$$

Приравнение (5.38) (??) 0,5 определяет энергетическую ширину TED при высоких температурах и слабых электрических полях.

§ 6. Плотность тока термоавтоэмиссии (продолжение)

В § 5 мы детально исследовали распределение электронов эмиссии по энергиям. Эти результаты позволят нам вычислить величину плотности тока термоавтоэмиссии, поскольку функция распределения электронов эмиссии является подинтегральным выражением в соответствующей формуле для плотности тока. Вычисления удобно проводить в NED-представлении. Как и в § 5, рассмотрим два случая.

1. E - T эмиссия

Подставляя (5.5) в (4.3), получаем

$$j = \frac{4\pi e m^* kT}{h^3} e^{-a} \int_0^\infty d\varepsilon_x \ln \left(1 + \exp \frac{\varepsilon_F - \varepsilon_x}{kT} \right) \exp \left(-\frac{\varepsilon_F - \varepsilon_x}{2kT_1} \right). \quad (6.1)$$

Замена переменной

$$\exp \frac{\varepsilon_F - \varepsilon_x}{kT} = x \quad (6.2)$$

и условие $\exp \frac{\varepsilon_F}{kT} \gg 1$ позволяет переписать выражение (6.1) в виде

$$j = \frac{4\eta em^* k^2 T^2}{h^3} e^{-a} \int_0^\infty dx \ln(1+x) x^{-\frac{T}{2T_1}-1}. \quad (6.3)$$

Интеграл в (6.3) равен

$$\int_0^\infty dx \ln(1+x) x^{-\frac{T}{2T_1}-1} = \left(\frac{2T_1}{T} \right)^2 \frac{\frac{\pi T}{2T_1}}{\sin \frac{\pi T}{2T_1}}; \quad 1 > \frac{T}{2T_1} > 0. \quad (6.4)$$

Подставляя (6.4) в (6.1) и делая несложные преобразования, окончательно для j получаем

$$j = \frac{16\pi em^* k^2 T_1^2}{h^3} e^{-a} \frac{\frac{\pi T}{2T_1}}{\sin \frac{\pi T}{2T_1}}. \quad (6.5)$$

Величина

$$j_{F-N} = \frac{16\pi em^* \cdot k^2 T_1^2}{h^3} e^{-a} \quad (6.6)$$

носит название плотность тока автоэмиссии или плотность тока Фаулера–Нордгейма, по имени исследователей, впервые рассмотревших задачу об автоэлектронной эмиссии. Формула (6.5) с учетом влияния конечной температуры впервые была получена Мерфи и Гудом.

Перепишем формулу (6.6), подставляя в нее выражения для a и T_1 согласно (5.2) и (5.3)

$$j_{F-N} = \frac{e^3 E^2}{16\pi^2 \hbar \eta^2 \left(\frac{\sqrt{e^3 E}}{\varphi} \right) \varphi} \exp \left(\frac{4\sqrt{2m\theta} \left(\frac{\sqrt{e^3 E}}{\varphi} \right) \varphi}{3e\hbar E} \right)^{3/2}. \quad (6.7)$$

В этом выражении обращает на себя внимание очень резкая, экспоненциальная, зависимость плотности тока автоэмиссии от напряженности электрического поля E и работы выхода φ . Это обстоятельство, как мы увидим ниже, играет определяющую роль в целом ряде физических явлений, в которых имеет место автоэлектронная эмиссия.

В эмиссионной электронике используется смешанная система единиц, в которой плотность тока исчисляется в А/см², работа выхода в эВ, напряженность электриче-

ского поля в В/см. Если принять, что эффективная масса электрона m равна массе свободного электрона, то можно записать расчетные формулы для термоавтоэмиссии

$$j_{F-N} = 1.55 \cdot 10^{-6} \frac{E^2}{\eta^2 \left(\frac{3.62 \cdot 10^{-4} \sqrt{E}}{\varphi} \right) \varphi} \exp \left(- \frac{6.85 \cdot 10^7 \varphi^{3/2}}{E} \theta \left(\frac{3.62 \cdot 10^{-4} \sqrt{E}}{\varphi} \right) \right) \quad (6.8)$$

и

$$T_1 = 5.37 \cdot 10^{-5} \frac{E}{\eta \left(\frac{3.62 \cdot 10^{-4} \sqrt{E}}{\varphi} \right) \sqrt{\varphi}}. \quad (6.9)$$

В формуле (6.9) температура инверсии T_1 получается в градусах Кельвина.

2. T - E эмиссия

Подставляя (5.15) в формулу (4.3), получаем

$$j = \frac{4\pi e m k T}{h^3} \int_0^\infty d\varepsilon_x \frac{\exp \left(- \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_F}{kT} \right)}{1 + \exp \left(- \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_m}{0.5kT_2} \right)}. \quad (6.10)$$

Делая замену переменных:

$$\exp \left(- \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_m}{0.5kT_2} \right) = x \quad (6.11)$$

и учитывая, что $\exp \left(\frac{\varepsilon_m}{0.5kT_2} \right) \gg 1$, переписываем (6.10) в виде

$$j = \frac{4\pi e m k T}{h^3} e^{-\frac{\varepsilon_m - \varepsilon_F}{kT}} 0.5kT_2 \int_0^\infty dx \frac{x^{\frac{0.5T_2}{T} - 1}}{1 + x}. \quad (6.12)$$

Интеграл равен

$$\int_0^\infty dx \frac{x^{\frac{0.5T_2}{T} - 1}}{1 + x} = \frac{\pi}{\sin \frac{\pi T_2}{2T}}; \quad 0 < \frac{T_2}{2T} < 1. \quad (6.13)$$

Подставляя (6.13) в (6.12), учитывая определения работы выхода (2.8) и эффекта Шоттки (2.11), окончательно получаем

$$j = \frac{4\pi e m k^2 T^2}{h^3} \exp \left(- \frac{\varphi - \sqrt{e^3 E}}{kT} \right) \frac{\pi T_2}{\sin \frac{\pi T_2}{2T}}. \quad (6.14)$$

Величина

$$j_{R-S} = \frac{4\pi em^* k^2 T^2}{h^3} \exp\left(-\frac{\varphi - \sqrt{e^3 E}}{kT}\right) \quad (6.15)$$

носит название плотности тока термоэмиссии с поправкой Шоттки или плотности тока Ричардсона–Шоттки. В отсутствие электрического поля формула (6.15) описывает термоэмиссию или испарение электронов. Формула (6.14) с дополнительным множителем, учитывающим влияние электрического поля, была получена впервые Мерфи и Гудом.

Если принять эффективную массу равной массе свободного электрона, то расчетные формулы, описывающие T – E эмиссию, выглядят следующим образом

$$j_{R-S} = 1.2 \cdot 10^2 T^2 \exp\left(-\frac{(\varphi - 3.62 \cdot 10^{-4} \sqrt{E}) 1.16 \cdot 10^4}{T}\right), \quad (6.16)$$

$$T_2 = 1.1 \cdot 10^{-2} E^{3/4}. \quad (6.17)$$

§ 7. Плотность потока энергии через эмиссионную поверхность

Как будет показано во второй главе, важную роль в энергетическом балансе термоавтокатода играет поверхностный источник тепла, непосредственно связанный с эмиссией. Из изложенного в пятом параграфе следует, что функция распределения эмиттированных электронов отличается от энергетического распределения электронов проводимости катода. Это приводит к тому, что средняя энергия, уносимая электроном эмиссии, отлична от той средней энергии, которую приносит электрон проводимости из глубины катода к границе эмиссии, что и обуславливает поверхностный источник тепла (в алгебраическом смысле, т.е. разогрев или охлаждение). Плотность потока энергии j_T через эмиссионную поверхность, аналогично (4.1), определяется выражением

$$j_T = \frac{2}{h^3} \int_{-\infty}^{\infty} dp_y \int_{-\infty}^{\infty} dp_z \int_0^{\infty} dp_x \frac{\partial \varepsilon}{\partial p_x} \varepsilon \frac{D(\varepsilon_x, E)}{1 + \exp\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT}}. \quad (7.1)$$

Вычисления j_T удобно проводить в ТЕД-представлении. Делая замену переменных в (7.1) согласно процедуре (4.5), получаем

$$j_T = \frac{4\pi mkT}{h^3} \int_0^{\infty} d\varepsilon \varepsilon T(\varepsilon). \quad (7.2)$$

1. E – T эмиссия

Используя (5.24), записываем

$$j_T = \frac{8\pi mkT_1}{h^3} \int_0^\infty d\varepsilon \varepsilon \frac{\exp\left(-a + \frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{2kT_1}\right)}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT}\right)}, \quad (7.3)$$

$$j = \frac{8\pi emkT_1}{h^3} \int_0^\infty d\varepsilon \frac{\exp\left(-a + \frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{2kT_1}\right)}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT}\right)}. \quad (7.4)$$

Сравнение (7.3) и (7.4) позволяет при вычислении (7.3) обойтись без квадратур, используя результаты § 6:

$$j_T = \frac{j}{e} (\varepsilon_F + 2kT_1) + \frac{1}{e} \frac{\partial j}{\partial \left(\frac{1}{2kT_1}\right)}. \quad (7.5)$$

Подставляя в (7.5) (6.5), окончательно получаем

$$j_T = \frac{j}{e} \left(\varepsilon_F - 2kT_1 \frac{\pi T}{2T_1} \operatorname{ctg} \frac{\pi T}{2T_1} \right). \quad (7.6)$$

Формула (7.6) интересна в том отношении, что второе слагаемое в скобках меняет свой знак при $T = T_1$. Как будет показано во второй главе, это соответствует смене процесса разогрева катода на процесс охлаждения. Отсюда и получила величина T_1 название температуры инверсии. Впервые на это обстоятельство указал Ноттингам.

2. T-E эмиссия

Подставляя (5.34) в (7.2) и (4.6), получаем

$$j_T = \frac{2\pi mkT_2}{h^3} \int_0^\infty d\varepsilon \varepsilon \ln \left(1 + \exp \frac{\varepsilon - \varepsilon_m}{0.5kT_2} \right) \exp \left(-\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT} \right), \quad (7.7)$$

$$j = \frac{2\pi mkT^2}{h^3} \int_0^\infty d\varepsilon \ln \left(1 + \exp \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_m}{0.5kT_2} \right) \right) \exp \left(-\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{kT} \right). \quad (7.8)$$

Сравнивая (7.7) и (7.8), можно записать

$$j_T = \frac{j}{e} \varepsilon_F + \frac{1}{e} \frac{\partial j}{\partial \left(-\frac{1}{kT} \right)}. \quad (7.9)$$

Используя (6.14), из (7.9) получаем

$$j_T = \frac{j}{e} \left(\varepsilon_m + kT \left(1 + \frac{\pi T_2}{2T} \operatorname{ctg} \frac{\pi T_2}{2T} \right) \right). \quad (7.10)$$

На рис. 7.1 показаны области значений электрических полей и температур, при ко-

торых можно использовать полученные выше формулы.

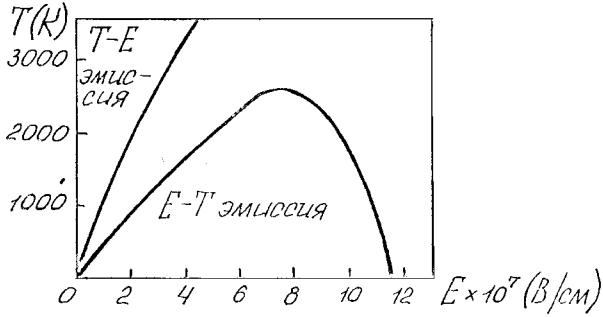


Рис. 7.1

§ 8. Автоэлектронная эмиссия. Эксперимент

8.1 Автоэмиттер

Для того чтобы получить очень большие поля, необходимые для автоэмиссии электронов, эмиттирующая поверхность, хотя она и "микроскопически" плоская, должна находиться в области большой кривизны и соответственно сильного локального электрического поля. С этой целью автоэлектронные эмиттеры изготавливают из гонких проводов, протравливая их до получения острой вершины (рис. 8.1, *a*). Термодинамически стабильное состояние поверхности вершины состоит из плоских областей, соответствующих хорошо определенным кристаллографическим плоскостям, которые в совокупности образуют изогнутую поверхность. Радиус вершины автоэлектронного эмиттера может варьироваться от 100 до 2000 Å. Радиус типичного эмиттера $r_s \approx 1000 \text{ Å}$.



Рис. 8.1. *a* – Типичные профили автоэлектронного эмиттера, полученные в электронном микроскопе, *б* – Проводящая сфера на ортогональном конусе и соответствующие эквипотенциальные поверхности (тонкие линии).

В целях оценки величины напряженности электрического поля на вершине эмиттера используют различные геометрические аппроксимации (см. рис. 8.2).

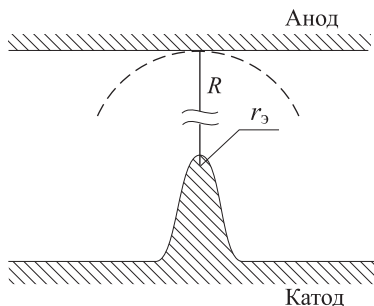


Рис. 8.2. Типичная геометрия для автоэмиссионных экспериментов

1) *Параболическая аппроксимация.* Катодное острие представляют в виде параболоида вращения с радиусом кривизны при вершине r_3 . Анод – конфокальный гиперboloид с радиусом R . Напряженность поля на вершине острия

$$E = \frac{2V_a}{r_3 \ln \frac{R}{r_3}}, \quad (8.1)$$

где V_a – разность потенциалов на промежутке катод-анод.

2) *Гиперболическая аппроксимация.* Катод – гиперboloид вращения с радиусом вершины r_3 , анод – конфокальный параболоид с радиусом R . Напряженность поля на вершине острия

$$E = \frac{2V_a}{r_3 \ln \frac{4R}{r_3}} \quad (8.2)$$

Иногда используется более сложная аппроксимация. Например, конус со сферой на вершине (рис. 8.1, б). Катод отождествляют с поверхностью одной из эквипотенциалей, как показано на рис. 8.3. Одной из особенностей величины напряженности электрического поля является то, что она падает с увеличением угла θ , показанного на рис. 8.3. На рис. 8.4 показан характер этой зависимости.

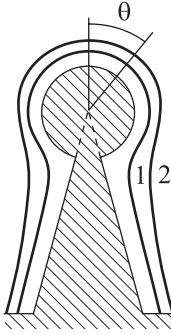


Рис. 8.3. Производящая геометрия в виде конуса со сферой для катодного острия. В качестве образующей поверхности острия выбирается одна из эквипотенциалей (кривые 1 или 2)

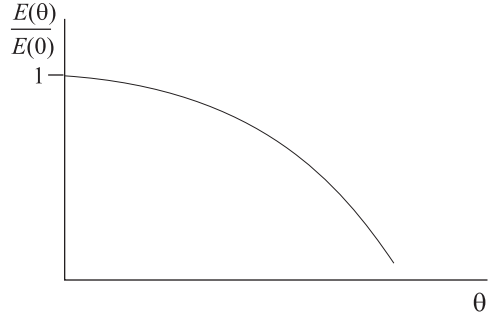


Рис. 8.4. Характерная зависимость напряженности электрического поля от угла θ

8.2 Автоэмиссионный метод определения работы выхода

Запишем формулу для плотности тока автоэлектронной эмиссии, выделив в явном виде зависимость от напряженности электрического поля

$$j_{F-N} = AE^2 \exp(-B/E) \quad (8.3)$$

Аналогично, для плотности потока энергии через эмиссионную границу имеем

$$j_T = \frac{j_{F-N}}{e} (\varepsilon_F - 2kT_1) \quad (8.4)$$

и

$$T_1 = cE. \quad (8.5)$$

Функции $\theta(\sqrt{e^3 E / \varphi})$ и $\eta(\sqrt{e^3 E / \varphi})$ имеют относительно слабую зависимость от E и явно не учитываются. Как видно из формулы (8.3), имеет место очень резкая зависимость плотности тока от поля, а следовательно, от угла θ . В эксперименте измеряют ток. На практике оказывается приемлемым считать, что весь ток сосредоточен в пределах площади $S_3 \approx r_3^2$ со средней плотностью тока, соответствующую напряженности поля на вершине острия

$$i = r_3^2 j(E(\theta = 0)). \quad (8.6)$$

Связь напряженности поля и приложенного напряжения записывают в виде

$$E = \beta' V_a. \quad (8.7)$$

В данном случае β' – геометрический фактор. Без ограничения общности можно считать

$$R \gg r_3, \quad (8.8)$$

и тогда, как это следует из (8.1) и (8.2), параболическая и гиперболическая аппроксимации практически совпадают и

$$\beta' \approx \frac{2}{r_3 \ln \frac{R}{r_3}}. \quad (8.9)$$

Иногда вводят коэффициент усиления поля

$$E = \beta E_{\text{ср}}, \quad (8.10)$$

где, например, для (8.1) и (8.2)

$$E_{\text{ср}} = \frac{V_a}{R}. \quad (8.11)$$

Тогда

$$\beta = \frac{2R}{r_3 \ln \frac{R}{r_3}}. \quad (8.12)$$

Используя (8.3), (8.6) и (8.9), можно записать

$$i = A \frac{4V_a^2}{\ln^2 \frac{R}{r_3}} \exp \left(- \frac{2B}{r_3 \ln \frac{R}{r_3}} \cdot \frac{1}{V_a} \right). \quad (8.13)$$

Соотношение (8.13) для целей сравнения с экспериментом удобно представить в виде

$$\ln \frac{i}{V_a^2} = \ln \frac{4A}{\ln^2 \frac{R}{r_3}} - \frac{2B}{r_3 \ln \frac{R}{r_3}} \cdot \frac{1}{V_a}. \quad (8.14)$$

В эксперименте измеряется ток i и приложенное напряжение V_a и строятся вольт-амперные характеристики в форме, представленной на рис. 8.5.

Данные зависимости носят название характеристик Фаулера–Нордгейма. Как следует из рис. 8.5, можно записать

$$\text{tg} \alpha = \frac{2B}{r_3 \ln \frac{R}{r_3}}, \quad (8.15)$$

$$\gamma = \ln \frac{4A}{\ln^2 \frac{R}{r_3}}. \quad (8.16)$$

Решение трансцендентных уравнений (8.15) и (8.16) позволяет определить работу выхода ϕ эмиттера, которая входит в A и B , а также эффективный радиус эмиссии r_3 .

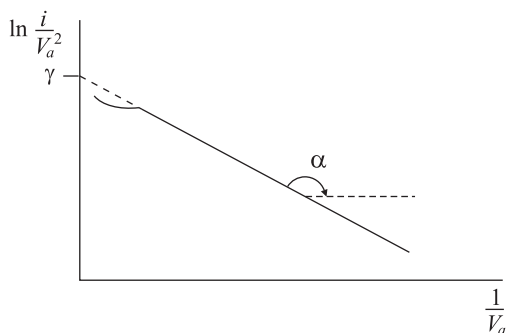


Рис. 8.5. Типичный вид характеристик Фаулера–Нордгейма. Отход от прямой соответствует влиянию объемного заряда

8.3 Микроскопия поверхности твердого тела

Физика поверхностных явлений в настоящее время является одним из наиболее интенсивно развивающихся разделов науки. Именно на фундаментальных исследованиях в области физики поверхности твердого тела основаны успехи современных микро- и нанoeлектроники, гетерогенного катализа, космических технологий и т.п. Поэтому исследование разнообразных электронных, атомных и молекулярных процессов, происходящих на поверхности твердых тел, остается актуальной задачей. И заветное желание ученых (и не только ученых) на протяжении многих лет – непосредственное наблюдение за поведением отдельных атомов на поверхности твердого тела и изучение процессов с участием одиночных или небольших групп атомов. Первостепенное значение для понимания свойств любого объекта имеет знание его атомной структуры, поэтому определение поверхностных структур – один из наиболее важных разделов физики поверхности. Последние 30 лет микроструктура поверхностей твердых тел интенсивно изучалась методами дифракции и рассеяния электронных и ионных пучков, а также электронной спектроскопии.

Долгое время основным методом исследования структуры поверхностей служил метод дифракции медленных электронов (ДМЭ), с применением которого связан существенный прогресс в развитии науки о поверхности. Достаточно упомянуть, что с помощью ДМЭ была открыта атомная реконструкция поверхностей – существование особого их структурного состояния, отличного от объемного, и обнаружено большое количество специфических фазовых переходов на поверхностях, как чистых, так и покрытых адсорбированными пленками. В методе ДМЭ тонкий коллимированный моноэнергетический пучок электронов низкой (до десятков электронвольт) энергии направляется на поверхность исследуемого кристалла. Так как энергия падающих электронов сравнительно невелика, то они проникают на глубину всего

одного-двух атомных слоев, поэтому анализ углового распределения дифракционных рефлексов, образованных рассеянным пучком, дает сведения о расположении атомов в поверхностном слое. Такая информация, однако, методически связана со структурой обратной (а не прямой!) решетки и оказывается усредненной по относительно большой площади поверхности кристалла.

Научно-технический прогресс в этом направлении привел к тому, что в настоящее время существуют приборы, позволяющие отображать отдельные атомы. Нами будут рассмотрены некоторые из них, а именно, полевой ионный и сканирующий туннельный микроскопы. Однако прежде всего будут рассмотрены вопросы формирования автоэмиссионного изображения в проекторе Мюллера. Подчеркнем, что в случае автоионного и автоэлектронного микроскопов исследуемые образцы должны иметь форму острых игл (автоэмиттеров) из проводящего материала с радиусом закругления не более 1000 Å. Поэтому изобретение в 1982 году Г. Биннигом и Х. Рорером сканирующего туннельного микроскопа, который не накладывает ограничений на размеры образцов, реально открыло двери в новый микроскопический мир.

8.3.1 Автоэлектронная (полевая электронная) микроскопия

На рис. 8.6 представлено схематическое изображение автоэмиссионного диода. Анод является почти сферическим (точная форма анода несущественна), острие (вершина) эмиттера находится в центре кривизны анода. Испускаемые из вершины электроны имеют очень малую начальную кинетическую энергию, а их траектории определяются пространственным распределением ускоряющего приложенного поля, причем это распределение является почти сферическим в непосредственной близости от полусферической поверхности острия. Так обстоит дело в случае металлического эмиттера, поверхность которого является эквипотенциальной поверхностью электрического поля и перпендикулярна его силовым линиям. Значение поля уменьшается почти пропорционально квадрату радиального расстояния от вершины, поэтому электроны приобретают свою конечную скорость на расстоянии порядка нескольких радиусов вершины от эмиттирующей поверхности, следуя далее по радиальным траекториям к аноду. На анод нанесено люминофорное покрытие – флуоресцирующий экран – которое, активируясь за счет падающих электронов, генерирует увеличенное изображение поверхности вершины. Коэффициент увеличения пропорционален отношению расстояния между вершиной и экраном к радиусу острия и на практике обычно составляет величину порядка 10^5 . Это и есть основа автоэлектронного (эмиссионного) микроскопа, изобретенного Мюллером (1937). Поскольку о принципах автоэлектронной микроскопии и о многочисленных способах ее применения написан ряд прекрасных обзорных статей и книг (*Гас и Мюллер, 1956; Дайк и Долан, 1956; Гомер, 1961; Свенсон и Белл, 1973; Гадзук и Пламмер, 1973*), приведем лишь типичные изображения, полученные при использовании автоэлектронной микроскопии (см. рис. 8.8, *а* и *в*).

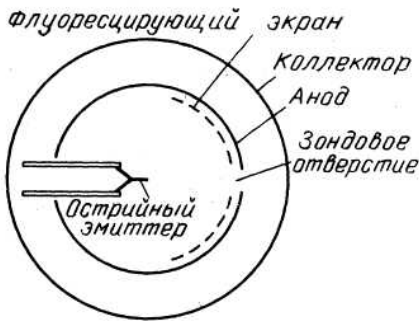


Рис. 8.6. Схема автоэмиссионного диода

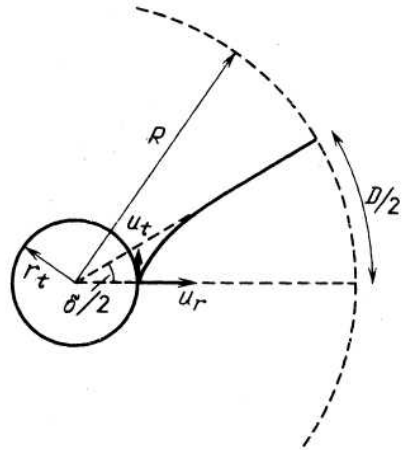


Рис. 8.7. Траектория автоэлектрона

На рис. 8.7 схематически показана траектория движения автоэлектрона (сплошная кривая). Отметим, что этот рисунок выполнен не в реальном масштабе; в действительности расстояние от вершины эмиттера до экрана, равное нескольким сантиметрам, почти в 10^5 раз больше радиуса вершины. Радиальная и тангенциальная компоненты начальной скорости электрона обозначены через u_r и u_t . Так как u_t отлично от нуля, электрон достигает экрана в точке, смещенной на некоторую величину $D/2$ от радиальной проекции точки вылета автоэлектрона с поверхности катода. В расчетах (Гомер, 1961) показано, что

$$D/2 \approx 2 \langle u_t \rangle t. \quad (8.17)$$

Здесь $\langle u_t \rangle$ означает среднюю тангенциальную компоненту начальной скорости эмиттированных электронов, а t задается выражением

$$t \approx x(2eV_a/m)^{-1/2}, \quad (8.18)$$

где x — расстояние от вершины до экрана, V_a — напряжение, приложенное между катодом-эмиттером и анодом. Для оценки $\langle u_t \rangle$ можно записать

$$\langle u_t \rangle = (2 \langle \varepsilon_t \rangle / m)^{1/2}, \quad (8.19)$$

где $\langle \varepsilon_t \rangle$ — средняя тангенциальная компонента энергии автоэлектронов на эмиттирующей поверхности. Прямое вычисление этой величины (в электронвольтах), основанное на теории АЭЭ Фаулера–Нордгейма, дает

$$\langle \varepsilon_t \rangle = 0,433 E \theta(3,79E^{1/2} / \phi)^{-1} \phi^{-1/2}. \quad (8.20)$$

Здесь θ — функция Нордгейма, ϕ — эффективная работа выхода, E — поле на поверхности острия (в вольтах на ангстрем), которое можно найти из соотношения

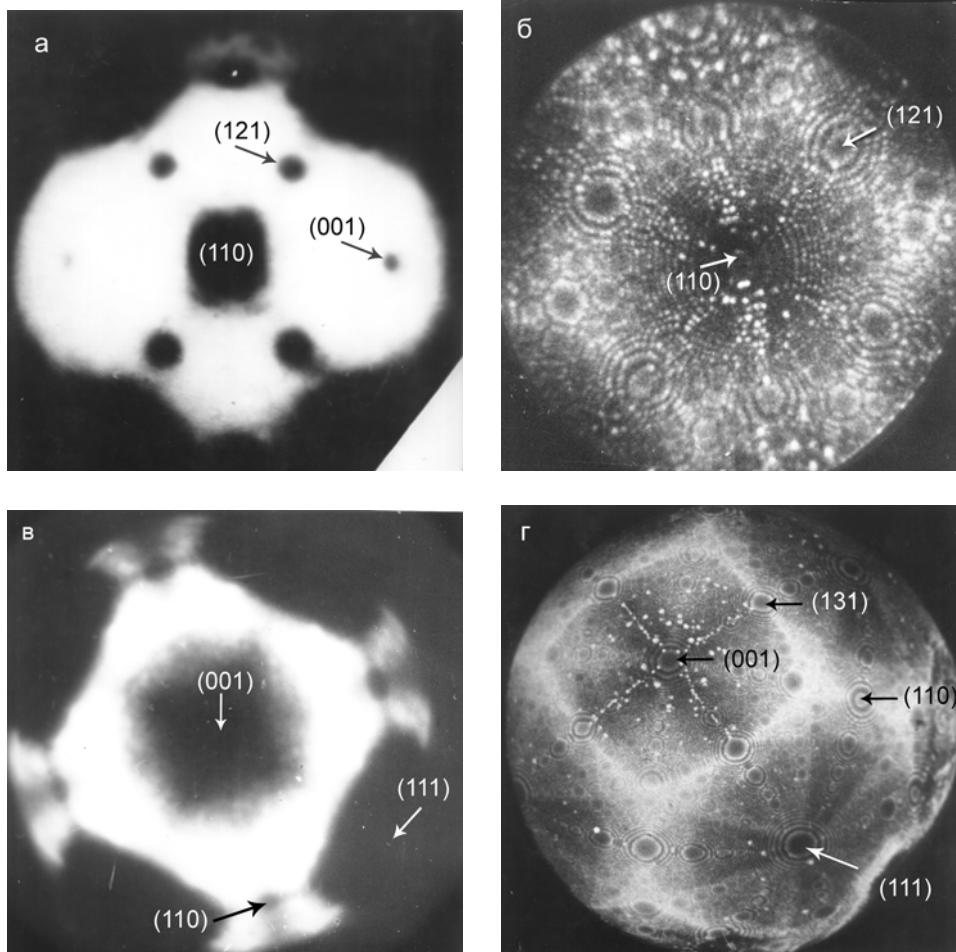


Рис. 8.8. Полевое электронное (а, в) и ионное (б, г) изображения W (сверху) и Ir (снизу) с индексацией проявляющихся граней

$$E = \beta V_a \equiv V_a / k r_t, \quad (8.21)$$

где $k \approx 5$ на вершине эмиттера и увеличивается с возрастанием полярного угла (рис. 8.3).

Из рис. 8.7 видно, что произвольный малый отрезок на поверхности острия появится перед смотрящим на экран наблюдателем растянутым на величину

$$\delta / 2 = D / 2M, \quad (8.22)$$

где M – коэффициент увеличения автоэлектронного микроскопа. Если бы вершина эмиттера была идеально сферической, тогда коэффициент M равнялся бы x/r_t . На практике присутствие ствола эмиттера сжимает линии поля в направлении оси вер-

шины, уменьшая тем самым эффект увеличения. Установлено, что для реальных эмиттеров

$$M = x/\gamma r_t, \quad (8.23)$$

где $\gamma \approx 1,5$, И наконец, используя (8.18)–(8.23), найдем, что разрешающая способность автоэмиссионного микроскопа (в ангстремах) составляет

$$\delta \approx 2,62\gamma(r_t/k\theta\phi^{1/2})^{1/2}, \quad (8.24)$$

где r_t – радиус острия (в ангстремах). Для типичного эмиттера разрешающая способность $\delta \approx 25 \text{ \AA}$ (Гомер, 1961, 1978).

Наряду с (2.13) существует и другое условие, ограничивающее разрешающую способность авто эмиссионного микроскопа; оно обусловлено принципом неопределенности Гейзенберга, который гласит, что если электрон испускается из области шириной δ_0 то он по необходимости должен иметь минимальную тангенциальную компоненту скорости $u_t \approx \hbar/2m\delta_0$. Этот принцип накладывает неустранимое ограничение на разрешающую способность любого электронного микроскопа. Однако, если принять во внимание это обстоятельство, окончательная оценка разрешающей способности не будет сильно отличаться от оценки, даваемой соотношением (8.24) (Гуд и Мюллер, 1956; Гомер, 1961).

8.3.2 Автоионная (полевая ионная) микроскопия

Полевая ионная микроскопия вступила уже в свое пятое десятилетие, но она все еще остается единственной методикой в микроскопии, способной в ходе обычного эксперимента обеспечивать прямое наблюдение отдельных атомов как элементов, составляющих структуру образца. Для полевой ионной микроскопии можно использовать широкий круг металлических и полупроводниковых образцов для наблюдения их поверхности с атомным разрешением, выбирать отдельный атом на изображении для масс-спектрометрической идентификации, производить *in situ* эксперименты с отдельными атомами, осажденными на поверхность, и анализировать структурный и химический состав образца в объеме посредством управляемого послойного удаления поверхностных атомов электрическим полем при криогенных температурах.

Первый вариант полевого ионного микроскопа (ПИМ) был создан в 1951 г. Э. Мюллером на основе известной конструкции полевого электронного микроскопа. Отличие этих двух типов микроскопов состоит в следующем: во-первых, на образце в режиме ПИМ подается положительное напряжение, позволяющее создавать поле напряженностью 500 МВ/см, во-вторых, радиус закругления острия-образца делают на порядок меньше. Изображение поверхности острия формируется теперь на экране положительными ионами, летящими по нормали к его поверхности. Увеличение достигает несколько миллионов диаметров, а разрешающая способность – 2–3 А. Образец в полевом ионном микроскопе не эмиттирует ионы, они образуются благодаря процессам полевой ионизации изображающего газа и полевого испарения атомов самого материала в виде положительных ионов. Изображающий газ вводится в

камеру микроскопа под давлением 10^{-3} – 10^{-4} Па, в непосредственной близости к острию.

Этого давления достаточно для того, чтобы длина среднего свободного пробега ионов позволяла им долетать до экрана без искажающих картину взаимных соударений. В ПИМе можно выделить две основные конструктивные особенности: охлаждение острия путем теплоотвода через металлические вводы (на них же и крепится острие-образец), охлаждаемые сжиженным газом; наличие плоского экрана, который необходим для фоторегистрации слабых изображений объективом с большой апертурой и малым фокусным расстоянием. Назначение теплового экрана вокруг острия, обычно находящегося при потенциале флуоресцирующего экрана, сводится не только к предварительному охлаждению поступающего на острие газа, но и к одновременному ограничению пространства, где создается электрическое поле.

Принцип действия полевого ионного микроскопа (ПИМ) основан на проективном характере получения ионного изображения поверхности образца и определяется конструкцией прибора (рис. 8.9).

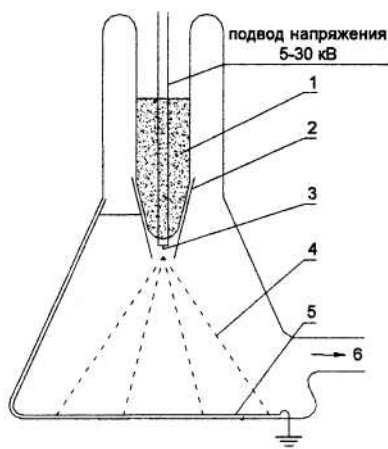


Рис. 8.9. Схематическое изображение автоионного микроскопа: 1 – хладагент; 2 – ускоряющий экран; 3 – образец; 4 – траектория иона; 5 – фосфоресцирующий экран на токопроводящем покрытии; 6 – к вакуумному насосу и системе подачи газа

Образец в виде игольчатого острия, приготовленного путем электролитической полировки, монтируется на молибденовых вводах вакуумной камеры микроскопа. Охлаждение образца-острия производится также за счет теплоотвода через молибденовые вводы, которые находятся при температуре сжиженных газов, в частности, жидкого азота (78 К). Пропусканием электрического тока через те же вводы можно нагревать образец-острие до необходимых температур. Давление остаточных газов в камере микроскопа может достигать 10^{-4} – 10^{-8} Па. В качестве изображающего газа

служит инертный газ, как правило, гелий или неон. Рабочее давление изображающего газа составляет обычно около 10^{-3} – 10^{-4} Па и определяется соизмеримым с длиной среднего пробега ионов изображающего газа расстоянием между острием и флюоресцентным экраном. Для получения ионного изображения поверхности образца-острия на флюоресцентном экране между ними создается разность потенциалов порядка нескольких киловольт. Причем экран имеет потенциал земли. Благодаря высокой напряженности электрического поля ($E \sim 500$ МВ/см), возникающей на близкой к полусферической вершине острия-образца ($r \sim 100$ – 1000 А), изображение ее поверхности формируется на экране положительными ионами изображающего газа, летящими по траекториям, нормальным к этой поверхности. Ионизация атомов изображающего газа происходит при определенной напряженности электрического поля и имеет место на расстоянии не ближе критического от поверхности вершины кончика острия ~ 5 А (рис.8.10).

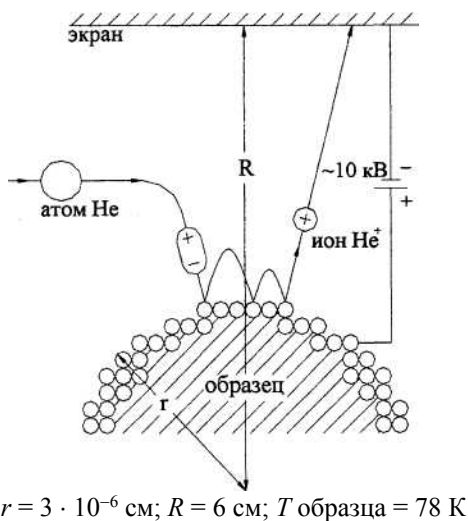


Рис. 8.10. Процесс формирования ионного изображения металлической поверхности

Вероятность ионизации атомов изображающего газа намного выше над выступающими атомами поверхности, которые располагаются в местах изломов ступенек.

Формирование ионного изображения поверхности образца посредством радиального проецирования напрямую связано с возможностью приготовления вершины эмиттера в виде почти полусферической атомарно гладкой поверхности. Это достигается с помощью полевого испарения, которое возможно только при приложенном к эмиттеру поля достаточно высокой напряженности. В таком поле выступающие на поверхности атомы будут испаряться в виде положительных ионов. Полевое испарение представляет собой саморегулирующийся процесс "полировки" острия, потому что локальное усиление электрического поля вблизи острых краев и над высту-

пами приводит к их преимущественному испарению (удалению) полем. В результате образуется идеально гладкая в атомном масштабе поверхность вершины образца-острия. К тому же эта постоянно визуализируемая в процессе полевого испарения поверхность является атомарно чистой. Непрерывная регистрация такой поверхности с помощью фото-, видео- или кинокамеры при контролируемом удалении слоя за слоем поверхностных атомов позволяет в результате анализировать кристаллическую структуру объекта исследования в объеме материала.

Интерпретация полевых ионных изображений. Типичное ионное изображение поверхности образца-острия представляет собой сравнительно легко поддающуюся расшифровке "топографическую карту" вершины эмиттера (рис. 8.8 б и г). Кольцевые контурные линии на ионном изображении являются краями соответствующих семейств кристаллографических плоскостей определенных направлений. Соседние кольца (из любого семейства концентрических колец) представляют собой изображения параллельных атомных слоев. Расстояние между кольцами соответствует межплоскостному для данного кристаллографического направления. В терминологии ионной микрокартины это расстояние называют еще высотой ступеньки кристаллической решетки. Сами кольца на ионной микрокартине, как правило, состоят из отдельных ярких точек, которые представляют собой изображения поверхностных атомов, находящихся в положениях атомов в изломах ступенек (рис. 8.10).

Полевой ионный микроскоп не предназначен для определения параметров неизвестных кристаллических решеток или неизвестных элементарных ячеек каких-либо материалов. Предварительно эти сведения получают с помощью других структурных методов исследования, таких как рентгеноструктурный анализ или просвечивающая электронная микроскопия. Поэтому структура и параметры решеток материалов, которые изучают в полевом ионном микроскопе, заранее известны. Интерпретацию полевых ионных микрокартин можно легко провести, зная, с одной стороны, данные о симметрии наблюдаемого металла и структуре его решетки, а с другой стороны, принимая во внимание проективный характер получаемого на экране прибора ионного изображения от полусферической поверхности образца. Для этих целей еще в самых ранних работах по полевой ионной микроскопии была построена шариковая модель. Такая модель очень близка к полевым ионным изображениям только для наиболее выступающих на поверхности атомов (ими, собственно, и являются атомы в изломе ступенек). Это соответствие подтверждает тот факт, что индексация микрокартин может быть произведена сравнением ее с геометрической проекцией кристаллической решетки.

8.3.3 Сканирующая туннельная микроскопия

Принцип действия сканирующего туннельного микроскопа (СТМ) довольно прост, но кардинально отличается от всех предшествующих методик, применявшихся в физике поверхности. Тонкое металлическое острие, смонтированное на электромеханическом приводе (X , Y , Z -позиционере), служит зондом для исследования участков поверхности образца (рис. 8.11, а). Когда такое острие подводится к поверхности на расстояние $\leq 10 \text{ \AA}$, то при приложении между острием и образцом небольшого (от 0,01 до 10 В) напряжения смещения V_s через вакуумный

большого (от 0,01 до 10 В) напряжения смещения V_s через вакуумный промежуток δ_z начинает протекать туннельный ток I_t порядка 10^{-9} А. Полагая, что электронные состояния (орбитали) локализованы на каждом атомном участке, при сканировании поверхности образца в направлении X и/или Y с одновременным измерением выходного сигнала в цепи Z можно получить картину поверхностной структуры на атомном уровне. Эта структура может быть отображена в двух режимах: измеряя туннельный ток и поддерживая расстояние δ_z от острия до поверхности образца или измеряя изменения в положении острия (то есть расстояние до поверхности образца) при постоянном туннельном токе (второй режим используется чаще).

Вообще СТМ можно рассматривать как сочетание трех концепций: сканирования, туннелирования и локального зондирования. Само сканирование как средство отображения объекта широко применяется и в других типах микроскопов, например в растровом электронном микроскопе, а также в телевизионной технике, а электронное туннелирование с успехом использовалось для изучения физических свойств твердого тела задолго до появления СТМ (как и контактная спектроскопия). Все это делает СТМ уникальным микроскопом, который не содержит линз (а значит, изображение не искажается из-за аберраций), энергия электронов, формирующих изображение, не превышает нескольких электронвольт (то есть меньше энергии типичной химической связи), что обеспечивает возможность неразрушающего контроля объекта, тогда как в электронной микроскопии высокого разрешения она достигает нескольких килоэлектронвольт и даже мегаэлектронвольт, вызывая образование радиационных дефектов.

В ноябре 1978 года будущие Нобелевские лауреаты Бинниг и Рорер вернулись к идее использования вакуумного туннелирования для локальной спектроскопии тонких оксидных слоев на металлах. Для перемещения острия на малые расстояния и поддержания ширины вакуумного зазора с субангстремной точностью были использованы пьезоэлектрические материалы и система обратной связи (рис. 8.11, б).

Несмотря на свою простоту в принципе, конструирование и изготовление СТМ до сих пор остается трудной задачей. Даже в наши дни существует немного лабораторий, располагающих СТМ, которые работали бы с истинно атомным разрешением. Все СТМ можно разделить на две основные группы: работающие на воздухе (или в другой среде) и в условиях сверхвысокого вакуума. Выделяют также низкотемпературные СТМ, работающие в условиях криогенных температур. В дальнейшем будем говорить только о сверхвысоковакуумных СТМ, работающих при комнатной температуре. Перечислим основные проблемы, стоящие перед разработчиками: 1) изоляция от акустических и механических вибраций; 2) создание быстродействующей малощумящей электроники, работающей в широком динамическом диапазоне; 3) обеспечение надежных сверхвысоковакуумных условий, допускающих различные манипуляции с образцом; 4) изготовление тонких атомно-гладких острий-зондов и их диагностика.

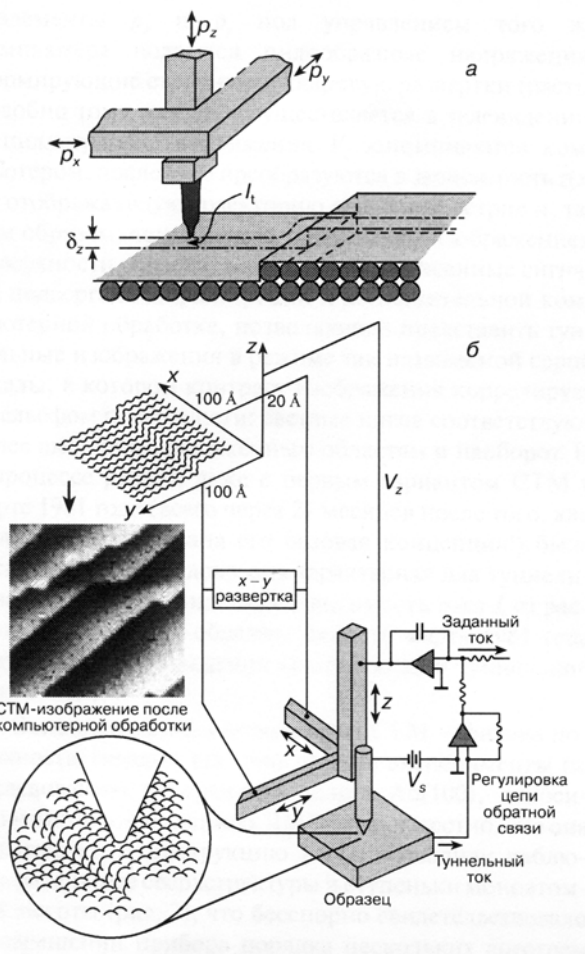


Рис. 8.11. *a* – принцип действия СТМ: p_x, p_y, p_z – пьезоэлементы; δ_z – туннельный вакуумный промежуток между острием-зондом и образцом; I_t – туннельный ток; *б* – схема, иллюстрирующая работу СТМ. Туннельный ток, возникающий при приложении напряжения V_s , поддерживается постоянным за счет цепи обратной связи, которая управляет положением острия с помощью пьезоэлемента p_z . Запись осциллограммы напряжения V_z в цепи обратной связи при одновременном воздействии пилообразного напряжения развертки вдоль осей x и y образует туннельное изображение, являющееся своего рода репликой поверхности образца

Для решения первоначально казавшейся непреодолимой проблемы виброизоляции Бинниг и Рорер в своей первой конструкции использовали даже сверхпроводящий магнитный подвес для размещения образца и сканирующего узла. В дальнейшем эту проблему удалось решить используя специальную подвеску в вакууме всего микроскопа на длинных пружинах и разместив сканирующий узел на массивном

виброизолирующем столике. Для подвода острия-зонда к образцу на расстояние δ_z , равное нескольким ангстремам, и сканирования вдоль поверхности использовался пьезодвигатель на основе пьезоэлектриков – это такие материалы, которые изменяют свои размеры под действием управляющего напряжения (рис. 8.11, а).

Схема, демонстрирующая устройство СТМ и его работу, приведена на рис. 8.11, б. На пьезоэлемент p_z подается напряжение с выхода усилителя обратной связи, которое определяет величину зазора между образцом и острием и тем самым величину туннельного тока. Сам туннельный ток должен быть все время пропорционален заданному току, что поддерживается благодаря управляемой компьютером цепи обратной связи. На пьезоэлементы p_x и p_y , под управлением того же компьютера подаются пилообразные напряжения, формирующие строчную и кадровую развертки (растр) подобно тому, как это осуществляется в телевидении. Осциллограммы напряжения V_z запоминаются компьютером, после чего преобразуются в зависимость $z(x, y)$, отображающую траекторию движения острия и, таким образом, являющуюся туннельным изображением поверхности образца. Как правило, записанные сигналы подвергаются фильтрации и дополнительной компьютерной обработке, позволяющей представить туннельные изображения в режиме так называемой серой шкалы, в котором контраст изображения коррелирует с рельефом поверхности: светлые пятна соответствуют более высоко расположенным областям и наоборот. И в процессе работы даже с первым вариантом СТМ в марте 1981 года (всего через 27 месяцев после того, как была сформулирована его базовая концепция!) была экспериментально доказана характерная для туннелирования экспоненциальная зависимость тока I_t от расстояния δ_z острие–образец. День 16 марта 1981 года считается датой рождения сканирующей туннельной микроскопии.

Основная область применения СТМ – физика поверхности твердых тел. Уже первые эксперименты по исследованию поверхности золота, относительно которой из данных ДМЭ было известно, что она испытывает реконструкцию 1×2 , позволили наблюдать различные сверхструктуры и ступеньки моноатомной высоты, что бесспорно свидетельствовало о разрешении прибора порядка нескольких ангстрем (сами исследователи ожидали получить геометрическое разрешение по плоскости наблюдения не более 45 \AA). И стало ясно, что в руках ученых появился уникальный инструмент, позволяющий наблюдать на поверхности отдельные атомы. Но чтобы убедить широкие круги научной общественности в том, что получаемые данные являются реальными экспериментальными результатами, а не данными компьютерного моделирования, понадобилось провести исследование поверхности кремния. Полученное изображение поверхности Si (111)- 7×7 стало ярким доказательством атомных возможностей СТМ.

§ 9. Термоэлектронная эмиссия

9.1 Термокатоды

Перечислим основные параметры термокатодов.

1) Рабочая температура катода – $T_{\text{раб}}$; под $T_{\text{раб}}$ понимают такую наибольшую температуру катода, при которой он может длительно работать.

2) Плотность тока эмиссии (или удельная эмиссия) j при $T_{\text{раб}}$.

3) Эффективность термокатода A , под которой понимается отношение тока эмиссии i к мощности W тока накала катода, необходимого для поддержания этой эмиссии, т.е. $A = i/W$. Обычно A измеряется в $\text{ма}\cdot\text{вт}^{-1}$.

4) Долговечность или срок службы катода τ . Под τ понимается продолжительность работы катода, в течение которой крутизна характеристики лампы с этим катодом уменьшается на заданное число % (для многих ламп это число принимается равным десяти).

Представляют интерес и другие свойства катодов, такие, как их пористость, поверхностный рельеф, распределение эмиссии по поверхности, стабильность работы при высоких анодных напряжениях, устойчивость катода к ионной бомбардировке и отравляющему действию остаточных газов.

В табл. 9.1 приведены основные параметры некоторых типов термокатодов. Исследования установили, что наилучшими эмиссионными свойствами из окислов щелочно-земельных металлов обладает окись бария; однако смеси этого окисла с другими окислами металлов той же группы дают еще большую плотность эмиссии. Так, например, из двойных окислов бария и стронция, окисел, содержащий 70% (молекулярных) стронция и 30% бария, обладает эмиссионной способностью, примерно в десять раз большей, чем чистый окисел бария. Поэтому почти всегда оксидное покрытие делается из смеси окислов бария с окислами стронция или стронция и кальция.

Таблица 9.1

Тип катода	$T_{\text{раб}}, \text{ }^\circ\text{K}$	$j, \text{ а}\cdot\text{см}^{-2}$	$A, \text{ ма}\cdot\text{вт}^{-1}$
W	2500–2700	0,1–0,4	3–10
W–Th (торированный W)	1800–1900	0,7–1,5	30–50
WC–Th (карбидированный торированный W)	2000	3	70–100
Оксидный катод (статический режим)	1000–1100	0,1–0,5	30–100
Оксидный катод (импульсный режим)	1100	10–100	2500–25000

9.2 Термоэмиссионный метод определения работы выхода

1) Характеристика Ричардсона–Шоттки

Аналогично (8.3), запишем формулу для тока термоэлектронной эмиссии в виде

$$i = SAT^2 \exp\left(-\frac{\varphi}{kT}\right), \quad (9.1)$$

где S - площадь эмиссии и

$$A = \frac{4\pi emk^2}{h^3}. \quad (9.2)$$

Формулу (9.1) удобно представить в виде

$$\ln\left(\frac{i}{T^2}\right) = \ln(SA) - \frac{\varphi}{kT}. \quad (9.3)$$

Зависимость (9.3) носит название характеристики Ричардсона–Шоттки и представлена на рис. 9.1. По углу с осью абсцисс можно определить термоэмиссионную работу выхода

$$\varphi = -kT \operatorname{tg} \alpha. \quad (9.4)$$

По отрезку, отсекаемому пересечением продолжения характеристики Ричардсона–Шоттки с осью ординат, определяется произведение SA . В данном случае площадь S легко находится, так как это разогретая область эмиссии. Зная S , определяется величина A . И хотя, согласно (9.2), A состоит из комбинации мировых констант, реально ее величина различна для разных материалов, из которых может быть выполнен термокатод.

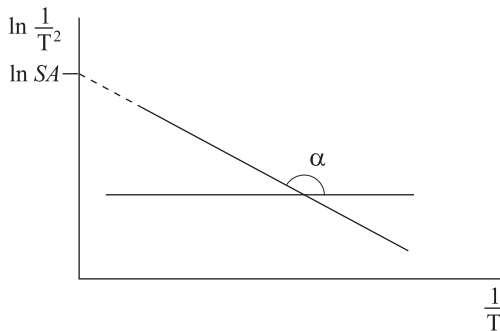


Рис. 9.1

2) Калориметрический метод

Другим независимым методом определения термоэмиссионной работы выхода является калориметрический метод. Принципиальная схема прибора показана на рис. 9.2. С помощью источника питания цепи анода (ИПА) подают на анод отрицательное смещение и делают равным нулю анодный ток, что фиксируется амперметром A_2 . В цепи накала посредством источника питания накала (ИПН) создают ток I_1 при падении напряжения U_1 (показания амперметра A_1 и вольтметра V_1). Тогда подводимая к катоду мощность будет

$$W_1 = I_1 U_1. \quad (9.5)$$

В стационарных условиях эта мощность компенсируется потерями на излучение.

Согласно закону Стефана-Больцмана

$$W_1 = S_k \sigma T^4. \quad (9.6)$$

σ – постоянная Стефана-Больцмана. Температура T проволочного катода фиксируется с помощью пирометра. Затем на анод подают положительное смещение и фиксируют в анодной цепи ток I . Необходимо только, чтобы ток I был ограничен эмиссионной способностью катода и можно было пренебречь эффектом Шоттки. С помощью ИПН добиваются того, чтобы температура катода была по-прежнему равна T , (та же светимость накала катода и нити пирометра). Используя результаты раздела 2, можно записать

$$W_2 = I_2 U_2 \quad (9.7)$$

и

$$W_2 = S_k \sigma T^4 + I(\varphi + 2kT). \quad (9.8)$$

Откуда

$$W_2 - W_1 = I(\varphi + 2kT). \quad (9.9)$$

В данном случае работа выхода φ и величина $2kT$ выражены в вольтах. Соотношение (9.9) позволяет независимым образом определить термоэмиссионную работу выхода.

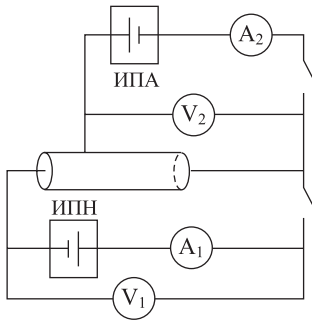


Рис. 9.2

§ 10. Другие виды электронной и ионной эмиссии

10.1 Общая классификация явлений эмиссии

Как уже говорилось в §2, если вне тела нет силовых полей, то потенциальная энергия $U(x)$ электрона во всем пространстве одинакова и обычно принимается равной нулю (“уровень вакуума”). При этом и полная энергия покоящегося вне тела электрона также равна нулю. Если электрон вне тела движется, то его полная энер-

гия ε при этом может быть только положительной. Таким образом, в отсутствие силовых полей вне тела $\varepsilon \geq 0$. Внутри тела возможны состояния электронов с энергиями ε как положительными, так и отрицательными (при отсчете энергии от уровня вакуума),

В основном невозбужденном состоянии системы электронов тела ($T = 0$), как указано в § 1, электроны занимают наиболее низкие энергетические уровни с энергиями ε от дна зоны проводимости вплоть до уровня $(\varepsilon)_{\max}$, равного ε_F , причем $\varepsilon_F < 0$ (при отсчете энергии от уровня вакуума см. рис. 10.1). Но тогда также и $\varepsilon < 0$. Электроны, находящиеся в этих состояниях, не могут выходить из тела. Следовательно, эмиссия электронов в пространство, где $U(x) = 0$, при $T = 0$ невозможна. Для того чтобы некоторые из электронов тела могли выходить из него и участвовать в электронной эмиссии в этих условиях, их необходимо предварительно возбудить, т. е. сообщить им тем или иным способом дополнительную энергию $\Delta\varepsilon$ такую, чтобы их энергия в возбужденном состоянии ε' , равная $\varepsilon + \Delta\varepsilon$, стала положительной (рис. 10.1, переход 2). Этот класс эмиссии мы будем называть эмиссией с предварительным возбуждением электронов эмиттера. Существуют разные виды эмиссии с предварительным возбуждением. Эти виды эмиссии различаются по природе источника энергии возбуждения электронов. Энергия возбужденных электронов может в некоторых случаях черпаться и от нескольких источников (т. е. возбуждение электронов может происходить за счет нескольких различных механизмов).

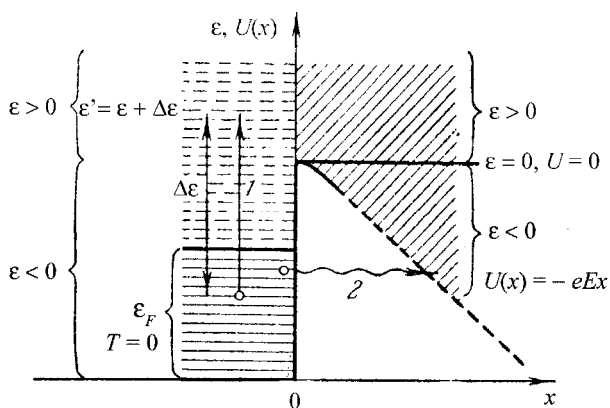


Рис. 10.1

Возможна также эмиссия электронов и без предварительного возбуждения. Такой тип эмиссии мы уже изучали. Действительно, если вне тела вблизи его поверхности имеется силовое электрическое поле, тянущее электроны от границы тела, то потенциальная энергия электрона в этом поле будет убывать с расстоянием от поверхности. Эмиссия электрона при этом не требует предварительного возбуждения

его, а осуществляется туннельным переходом. Аналогичная ситуация имеет место, если вблизи поверхности тела находится положительный ион, создающий кулоновскую потенциальную яму в эту яму электроны тела могут переходить также путем туннельного эффекта. Этот класс эмиссии будем называть эмиссией без предварительного возбуждения.

Возможна и комбинированная эмиссия, при которой действуют оба указанных выше механизма.

10.2 Фотоэлектронная эмиссия (внешний фотоэффект)

При освещении металла с его поверхности вырываются электроны. Это явление называют фотоэффектом. (В широком смысле фотоэффектом является и тот факт, что под влиянием освещения изменяется сопротивление некоторых материалов, а также то, что в некоторых случаях в результате воздействия света возникает напряжение. Эти явления мы рассматривать здесь не будем)

Наиболее важные экспериментальные данные, относящиеся к этому явлению, заключаются в следующем. Проведем измерения с помощью устройства, представленного на рис. 10.2. Изменим напряжение между электродами и измерим ток, обусловленный фотоэффектом. Результат этого измерения можно представить в виде кривых на рис. 10.3 (каждая кривая соответствует различной интенсивности света). Частота света при измерениях была постоянной. Как видно, U_r может задерживать наиболее быстрые из вылетающих электронов; следовательно, замедляющее напряжение не зависит от интенсивности света. Это означает, что максимально достижимая энергия освобождающихся электронов не зависит от интенсивности света.

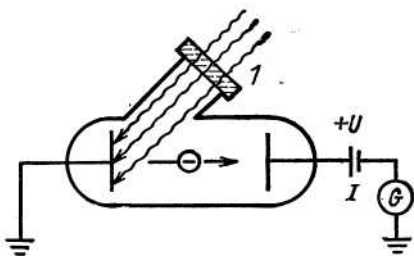


Рис. 10.2. Трубки для изучения фотоэффекта. 1 – кварцевое окно

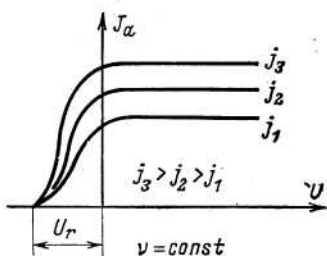


Рис. 10.3. Зависимость тока фотоэлемента от интенсивности падающего света

Если вышеупомянутый опыт повторить таким образом, чтобы интенсивность света оставалась постоянной в течение всего измерения, а частота при снятии различных кривых изменялась, то получим кривые, представленные на рис. 10.4. Из рисунка ясно, что величина U_r и максимальная энергия эмиттируемых электронов

зависят от частоты облучающего света. Если количественно оценить этот эффект, то обнаружим, что максимальная энергия является линейной функцией частоты.

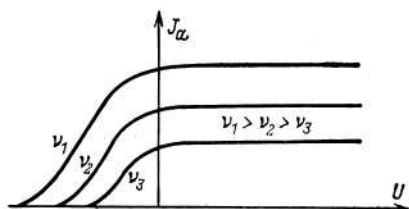


Рис. 10.4. Зависимость тока фотоэлемента от частоты падающего света

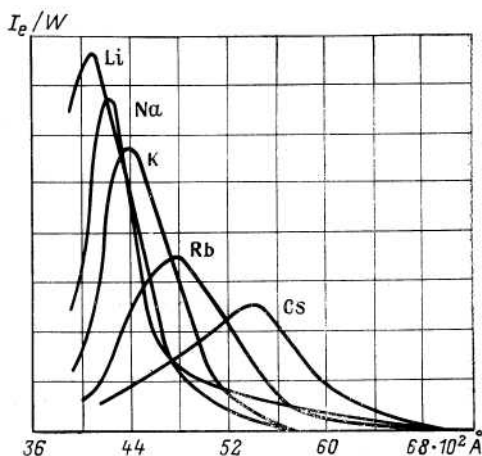


Рис. 10.5. Зависимость светочувствительности щелочных металлов от длины волны света

Фотоэлектронный ток, как видно из первой диаграммы (рис. 10.3) зависит от интенсивности света. В результате измерения тока насыщения (на горизонтальных участках кривой) эта зависимость тоже оказывается линейной. Упомянутые характеристики в широких пределах не зависят от температуры. Под воздействием освещения электроны эмиттируются немедленно. Согласно измерениям задержка между освещением и эмиссией электронов меньше $3 \cdot 10^{-9}$ с.

Светочувствительность определяют с помощью соотношения

$$\text{Светочувствительность} = \frac{\text{фотоэлектронный ток (в амперах)}}{\text{мощность света (в ваттах)}}$$

Согласно измерениям определенная таким образом светочувствительность зависит от длины волны (частоты) света. Экспериментальные кривые для щелочных (металлов приведены на рис. 10.5.)

Фотоэффект имеет основополагающее, принципиальное значение: квантовая теория света проявилась здесь наиболее явным образом. Историческое объяснение этого явления принадлежит Эйнштейну, который использовал квантовую гипотезу Планка. Фотоны проникают в вещество и передают свою энергию $h\nu$ электронам. Последние используют часть полученной энергии для совершения работы выхода W_W , остальное остается в качестве кинетической энергии $m\nu^2/2$ электронов. В соответствии с этим

$$h\nu \geq \frac{1}{2} m\nu^2 + W_W. \quad (10.1)$$

Если теперь, как указывалось выше, на электроны будет действовать задерживающее напряжение, то для запирающего напряжения справедливо уравнение

$$q_e U_r = \frac{1}{2} m\nu_{\text{макс}}^2 = h\nu - W_W, \quad (10.2)$$

где q_e - заряд электрона, а $\nu_{\text{макс}}$ - максимальная энергия эмиттированных электронов.

Это было экспериментально проверено Милликоном, получившим прямую, соответствующую уравнению (10.2) (см. рис. 10.6). Если подставить в уравнение (10.2) $\nu_{\text{макс}} = 0$, то получим наименьшее значение частоты, при котором электроны еще могут выйти из металла. Как видно из графика, эта величина равна

$$\nu_0 = \frac{W_W}{h}, \quad (10.3)$$

где ν_0 - так называемая граничная частота (красная граница фотоэффекта). Соответствующая ей длина волны

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{ch}{W_W}$$

Это измерение можно провести очень легко и просто. Зная q_e , получают одновременно угол наклона экспериментальных прямых и численное значение константы h .

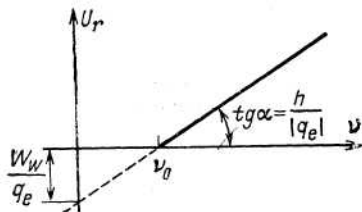


Рис. 10.6. График, поясняющий метод определения постоянной Планка (здесь в уравнениях (10.1)–(10.3) U_r и W_W – положительные величины)

10.3 Вторичная электронная эмиссия

При бомбардировке металлической поверхности электронами последняя эмигрирует электроны. Это и есть вторичная электронная эмиссия. Определим коэффициенты вторичной эмиссии или к.п.д. этой эмиссии с помощью соотношения:

$$\eta = \frac{\text{число вторичных электронов}}{\text{число падающих электронов}} = \frac{N_s}{N_p}.$$

Как показывают измерения, η зависит от числа первичных электронов, угла падения, материала и физического состояния поверхности. Согласно измерениям η различных материалов изменяется как функция энергии W_p падающих электронов соответственно кривым, приведенным на рис. 4-48, *a*.

Как видно из графиков, η сначала повышается вместе с энергией падающих (первичных) электронов, достигает максимума (табл. 10.1) и затем начинает уменьшаться. Качественно это явление объясняется следующим образом; падающие электроны передают свою энергию электронам металла. Если сумма переданной и собственной энергии электрона металла больше, чем работа, необходимая для выхода, то электрон металла может покинуть металл.

Таблица 10.1. Вторичная эмиссия (численные значения для некоторых веществ)

Вещество	$\left(\frac{N_s}{N_p}\right)_{\text{макс}}$	Энергия первичных электронов, эВ	Вещество	$\left(\frac{N_s}{N_p}\right)_{\text{макс}}$	Энергия первичных электронов, эВ
Al	0,97	300	W	1,43	700
Cu	1,35	600	MgO	8,2	525
Fe	1,32	400	BeO	10,2	500
Ni	1,3	550	BaO-SrO	10	1400

Если электрон с энергией ε_p падает на твердую поверхность, он может рассеяться обратно в вакуум упруго или неупруго. На практике величина ε_p лежит, как правило, в интервале $10 < \varepsilon_p < 500$ эВ. Часть энергии этих электронов теряется в целом каскаде столкновений с другими, вторичными электронами. Некоторые из вторичных электронов эмиттируют из поверхности. Очевидно, что нельзя отличить первичный обратно рассеянный электрон и вторичный эмиттированный электрон. Поэтому отличие между этими двумя электронами обычно делается лишь для удобства довольно искусственным образом.

Это объяснено в подписи к рис. 10.7, на котором представлены типичные РПЭ электронов, эмиттированных из поверхности металла. Электроны в области III соответствуют упруго рассеянным электронам и электронам, которые в результате столкновений с фононами потеряли энергию порядка нескольких сотых долей электронвольта. В области II находятся электроны, потерявшие значительно большую энергию. Эта область характеризуется рядом пиков, соответствующих неупругим столкновениям первичных электронов с плазмонами и с другими электронами. Энергия этих пиков фиксирована относительно энергии первичных электронов и лежит на 2–50 эВ ниже ее. Эта величина определяется энергией возбуждения плазмонов и межзонных переходов. Область I соответствует истинно вторичным электронам, генерируемым в каскадном процессе.

Здесь мы будем рассматривать только электроны этой области, называя именно их вторичными электронами. Вследствие большого числа случайных столкновений, происходящих между начальным падением первичного электрона и конечным выходом вторичного электрона из металла, у последнего остается крайне мало ин-

формации о первичном электроны. Следовательно, форма энергетического и углового распределений вторичных электронов должна быть практически независимой от энергии ε_p и направления падения электронного пучка, если ε_p достаточно велика.

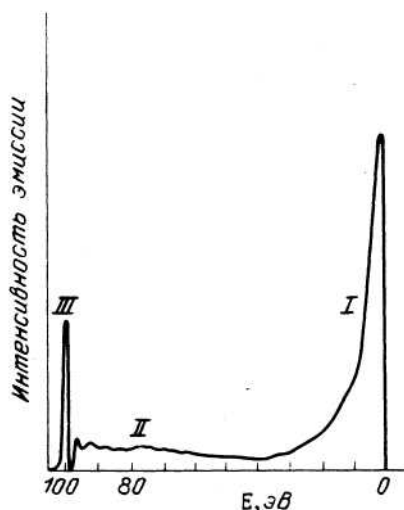


Рис. 10.7. Энергетический спектр вторичных электронов, эмиттированных из поверхности металла при его бомбардировке электронами с энергией 100 эВ (ε – кинетическая энергия эмиттированных электронов). Электроны в области I – истинно вторичные, в области II и III – неупруго и упруго рассеянные первичные электроны

Существует множество теорий ВЭЭ из металлов, большинство из которых основано на модели металла Зоммерфельда. Эти теории (Ван дер Зил, 1953; Вольфф, 1954; Стрейтвольф, 1959; Стольц, 1959; Амелио, 1970; Чанг и Эверхарт, 1974; Шоу, 1980) отличаются одна от другой главным образом способом аппроксимации каскадных процессов. В большинстве этих теорий для энергетического распределения вторичных электронов получены формулы, которые имеют следующий вид:

$$I(\varepsilon) \sim (\varepsilon + \varepsilon_0)^{-x} P(\varepsilon), \quad (10.4)$$

где ε – кинетическая энергия эмиттированных электронов, равная их полной энергии, отсчитываемой от уровня вакуума. Первый множитель в (10.4) пропорционален числу вторичных электронов с энергией ε , падающих на границу металл–вакуум из металла. Значения ε_0 и x в разных теориях различны. Так, в теории Вольффа, например, $x \approx 2$, $\varepsilon_0 = \varepsilon_i$, где $\varepsilon_i = \phi + \varepsilon_F$ – разность энергий между уровнем вакуума и дном зоны проводимости. Второй множитель в (10.4) – коэффициент прохождения, определяющий, какая часть электронов из ме-

талла проходит через барьер и эмиттируется в вакуум. В теории Вольфа распределение электронов по импульсам сферически симметрично, и поэтому

$$P(\varepsilon) \approx 1 - [\varepsilon_i / (\varepsilon + \varepsilon_i)]^{1/2}. \quad (10.5)$$

Это уравнение применимо, если анализатор энергии принимает любой электрон с энергией ε независимо от направления его скорости.

10.4 Кинетическая ионно-электронная эмиссия

Кинетической ионно-электронной эмиссией называется испускание телом электронов при бомбардировке его поверхности ионами в том случае, когда источником энергии возбуждения электронов тела является кинетическая энергия падающих на его поверхность ионов. Явление характеризуется коэффициентом γ_k , равным отношению тока эмитированных электронов к току падающих ионов.

10.5 Экзоэлектронная эмиссия

Экзоэлектронная эмиссия состоит в испускании электронов поверхностями тел после воздействия на эти поверхности механической обработкой, газовым разрядом, облучением ультрафиолетовыми или рентгеновскими лучами. Эмиссия под действием последних двух причин наблюдалась только у диэлектриков. Токи экзоэлектронной эмиссии очень малы и их можно обнаружить только с помощью счетчиков. Со временем эмиссия падает. Этот вид эмиссии изучен слабо и не имеет общепринятого объяснения. Очевидно, что внешнее воздействие создает на поверхности какие-то нарушения равновесного состояния и переводит ее в состояние с большей энергией. Избыток энергии при переходе в равновесное состояние за счет какого-то механизма (а возможно, разных механизмов при различных воздействиях на поверхность) передается электронам тела, которые затем и испускаются. Таким образом, источником энергии возбуждения электронов является энергия, запасенная поверхностью тела при предшествующем на нее воздействию.

10.6 Потенциальная ионно-электронная эмиссия (потенциальное вырывание)

В случае потенциальной ионно-электронной эмиссии область пространства с $U(x) < 0$ создается вблизи поверхности тела при помещении около нее положительного иона. Возможные значения энергии электронов в этой кулоновской потенциальной яме могут быть и отрицательны. В отличие от случая с внешним полем, эти отрицательные значения ε_{i1} , ε_{i2} , ε_{i3} , могут быть дискретны. Можно подобрать, в частности, такое тело и такой ион, чтобы наименьший свободный уровень энергии ε_{i1} в ионе лежал ниже занятых уровней в эмиттере. Тогда электрон тела с энергией ε_1 путем туннельного эффекта сможет из него перейти в потенциальную яму на уровень $\varepsilon_{i1} < \varepsilon_1$ и нейтрализовать ион. Но такой переход должен сопровождаться

выделением избытка энергии, равного разности уровней энергии электрона в теле и в ионе $\varepsilon_1 - \varepsilon_{i1}$. Эта энергия может быть либо передана другому электрону тела с начальной энергией ε_2 (оже-процесс), либо выделена в виде кванта света. Второй процесс обладает меньшей вероятностью. В случае, если энергия возбужденного электрона $\varepsilon = \varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_{i1})$ окажется большей нуля, он сможет выйти из эмиттера. Таким образом, в акте эмиссии участвуют два электрона тела: один освобождает энергию путем туннельного перехода из тела к иону с нейтрализацией последнего, другой получает эту энергию возбуждения и выходит из тела, т.е. имеем и процесс туннельного перехода, и процесс возбуждения.

10.7 Эмиссия горячих электронов

Эмиссией горячих электронов называется испускание электронов полупроводником при наличии в нем электрического поля. Горячие электроны эмитируются из зоны проводимости. Поэтому необходимым условием возможности появления эмиссии этих электронов является предварительное тепловое возбуждение их из основной зоны или с донорных уровней в зону проводимости. Таким образом, при эмиссии горячих электронов фактически реализуются два различных механизма возбуждения электронов: 1) возбуждение их в зону проводимости за счет тепловой энергии решетки; 2) возбуждение электронов в зоне проводимости на уровни энергии, превышающие уровень вакуума. Этот тип возбуждения возникает за счет работы сил электрического поля в полупроводнике; в конечном счете эта энергия берется от внешнего источника напряжения, создающего поле. Наличие электрического поля в полупроводнике вызывает ускорение находящихся в зоне проводимости электронов. Эти электроны взаимодействуют с фононами тела. При таких столкновениях электронов может происходить резкое изменение направления их движения и имеет место лишь малая потеря их скорости. В результате средние энергии электронов оказываются выше таковых для ионов; можно сказать, что температура электронного газа оказывается выше температуры кристаллической решетки. Это приводит к появлению эмиссии электронов, которую условно можно было бы назвать «термоэмиссией», однако температура, которая ее определяет, будет выше температуры решетки.

10.8 Комбинированные виды эмиссии

Наиболее часто используется комбинированный тип эмиссии основанный на эффекте Шоттки. Как уже рассматривалось в параграфе 2, при наложении внешнего электрического поля высота барьера понижается и тем самым уменьшается эффективная работа выхода. Поэтому в этом случае требуется меньшее (по энергии) предварительное возбуждение электронов, что бы перевести их на уровни энергии большие высоты потенциального барьера. Таким образом наложение электрического поля стимулирует все виды эмиссии с предварительным возбуждением. Поэтому к комбинированному типу эмиссии прежде всего будем относить следующие: авто-

фотоэлектронная эмиссия, авто-вторичная эмиссия, кинетическая и потенциальная авто-ионно-электронная эмиссия и др.

§11. Токи, ограниченные пространственным зарядом

11.1 Закон «трех вторых»

Рассмотрим закономерности прохождения потоков заряженных частиц (электронов или ионов) между электродами простейшей двухэлектродной вакуумной системы: эмиттер–коллектор (катод–анод).

Состояния заряженных частиц в какой-либо системе определяются их взаимодействиями. При движении заряженных частиц в вакууме такими взаимодействиями являются, во-первых, кулоновские взаимодействия их друг с другом и, во-вторых, взаимодействия их с внешними электрическими или магнитными полями. Специфические квантовомеханические взаимодействия, например, учитываемые принципом Паули, практически никакой роли не играют из-за малых концентраций частиц в межэлектродном пространстве диода. Волновые свойства частиц здесь также можно не учитывать, так как изменения потенциалов в полях, имеющих место в межэлектродных промежутках на отрезках протяженностью в длину дебройлевской волны, очень малы.

В первую очередь, рассмотрение закономерностей движения заряженных частиц мы проведем на примере термоэлектронов. Однако все полученные выводы будут применимы и к анализу движения ионов с тепловыми начальными скоростями. В последнем случае вследствие значительно большей массы ионов по сравнению с массой электронов при тех же полях в межэлектродном пространстве скорость движения ионов значительно меньше, а поэтому объемная плотность заряда при равных плотностях электронного и ионного тока значительно больше в случае ионов, чем в случае электронов.

Начнем с рассмотрения качественной картины движения электронов. Предположим вначале для простоты, что система состоит из электрически соединенных плоских эмиттера (катода) и коллектора (анода). Направим ось x перпендикулярно к плоскостям катода и анода, а оси y и z параллельно им и поместим начало координат в плоскости катода. Расстояние между катодом и анодом обозначим через d . Пусть протяженность электродов в направлении осей y и z много больше d . Ясно, что все физические величины для этого случая зависят только от одной переменной x , т. е. рассматривается одномерная задача.

Распределение по составляющей v_{x0} начальной скорости вдоль оси x для термоэлектронов подчиняется закону Максвелла:

$$dv = a' \exp\left[-\frac{mv_{x0}^2}{2kT}\right] v_{x0} dv_{x0}, \quad (11.1)$$

где dv – количество электронов, проходящих через единицу поверхности катода, с составляющей скорости по оси x , лежащей в интервале от v_{x0} до $v_{x0} + dv_{x0}$; a' – по-

стоянная, m – масса электрона, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура. Обозначим часть начальной кинетической энергии, связанную с компонентой скорости по оси x , через W_{x0} :

$$\frac{mv_{x0}^2}{2} = W_{x0}. \quad (11.2)$$

Тогда из (11.1) имеем

$$dv = a \exp\left[-\frac{W_{x0}}{kT}\right] dW_{x0}, \quad (11.3)$$

где a – константа, равная a'/m . Из (11.3) легко получить среднее значение величины W_{x0} в потоке:

$$\overline{W}_{x0} = kT \quad (11.4)$$

Например, при $T = 1000^\circ\text{K}$ $\overline{W}_{x0} = 0,085$ эв, т. е. \overline{W}_{x0} малы и составляют сотые или десятые доли эв. Это позволит в дальнейшем при приближенном рассмотрении задачи положить $W_{x0} = 0$.

В случае электронов будем отсчитывать потенциалы от потенциала катода. Тогда наружная разность потенциалов V_n просто будет равна анодному потенциалу V_A . Положим, что внешняя разность потенциалов $V_n = V_A$ такова, что внутренняя разность потенциалов V_b равна нулю (но ток, протекающий через диод, не равен, вообще говоря, нулю). В этом разделе током с анода мы будем пренебрегать. Объемный заряд индуцирует на катоде и на аноде положительные поверхностные заряды с равными плотностями $\sigma_{ок}$ и $\sigma_{оА}$, на которых начинаются силовые линии электрического поля, создаваемого в межэлектродном пространстве движущимися электронами. Так как эти силовые линии кончаются на отрицательных зарядах в разных точках объема, густота силовых линий, а следовательно, и абсолютная величина напряженности электрического поля $|E_0|$ наибольшими будут у катода и анода. При этом $E_0(0) > 0$, тогда как $E_0(d) < 0$. Так как $E(x)$ – непрерывная функция, она проходит через нуль при некотором значении $x = x_m$. Но тогда при $x = x_m$ имеется минимум потенциала $V(x_m) = V_m$, а у потенциальной энергии электрона $eV(x)$ – максимум.

Таким образом, электроны, движущиеся в межэлектродном пространстве, создают потенциальный барьер, который со своей стороны влияет на их движение. Очевидно, что если у эмитируемого электрона $W_{x0} < eV_m$, то такой электрон не сможет преодолеть этот барьер. При $W_{x0} > eV_m$ электрон преодолеет задерживающее поле и достигнет анода. Таким образом, лишь часть электронов, эмитируемых катодом, достигнет анода. Обозначим плотность этого тока, протекающего через диод, j , а плотность тока, соответствующего прохождению через диод всех термоэлектронов эмитируемых катодом, через j_s (сокращенно будем называть j током диода, а j_s – током насыщения или током эмиссии катода). При $V_b = 0$ имеем $j < j_s$. Отметим, что наличие минимума потенциала в промежутке катод – анод является характерным свойством поля объемного заряда $\rho(x)$; оно сохраняется и при $V_b \neq 0$. В случае $V_b \neq 0$ напряженность $E(x)$ и потенциал $V(x)$ электрического поля в межэлектродном пространстве складываются из напряженности $E_\rho(x)$ и потенциала $V_\rho(x)$ поля объемных

зарядов и напряженности $E_B = -V_B / d$ и потенциала $V_B = -\frac{V_B}{d}x$ поля внутренней разности потенциалов, т. е.:

$$E(x) = E_p(x) + E_B = E_p(x) - \frac{V_B}{d}, \quad (11.5)$$

$$V(x) = V_p(x) + V_B(x) = V_p(x) + \frac{V_B}{d}x. \quad (11.6)$$

Для каждого значения V_B установится свое поле объемных зарядов $V_p(x)$. Если $E_B < 0$, то знаки E_p и E_B у катода противоположны, тогда как у анода одинаковы. Поэтому даже в случае поля E_B , ускоряющего электроны от катода к аноду, напряженность результирующего поля у катода $E(0)$ может быть отрицательна, равна нулю или положительна. Рассмотрим режимы работы диода во всех этих трех случаях.

- 1) $E(0) < 0$ и, следовательно, учитывая (11.5), $E_p(0) < -E_B = -V_B / d$. Так как $E_p(x)$ наибольшая у катода, то во всем межэлектродном пространстве $E(x) < 0$, так что всюду между катодом и анодом на электроны действует только ускоряющее поле. Результирующая кривая $eV(x)$ максимума не имеет. Схематически вид зависимостей $E_p(x)$, $E_B(x)$ и $E(x)$, а также $eV_p(x)$, $eV_B(x)$ и $eV(x)$ показан на рис. 11.1, а и б. Очевидно, что при $E(0) < 0$ через диод протекает ток j , равный току насыщения катода j_s . Будем называть этот режим режимом тока насыщения.

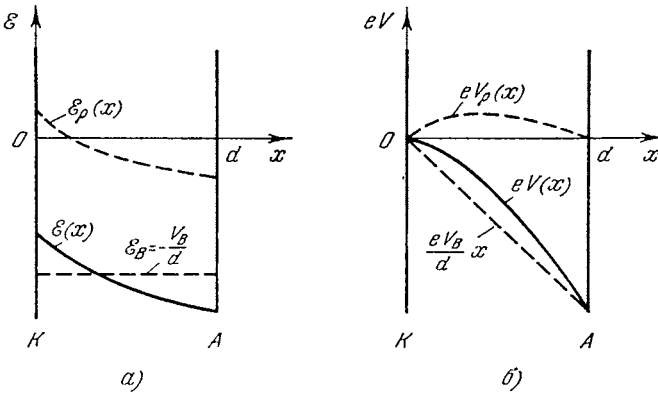


Рис. 11.1

- 2) $E(0) > 0$. Это означает, что $E_p(0) > -E_B = -V_B / d$. Так как по мере удаления от катода $E_p(x)$ уменьшается и проходит через нуль, кривая $E(x)$ также будет проходить через нуль, а зависимость $eV(x)$ – иметь максимум eV_m (рис. 11.2, а и б). В этом случае анода достигнут только те электроны, энергии W_{x0} которых достаточны для того, чтобы преодолеть потенциальный барьер; через диод протекает ток j , меньший j_s . Такой режим; работы ($j < j_s$) будем называть режимом ограничения тока объемным зарядом.

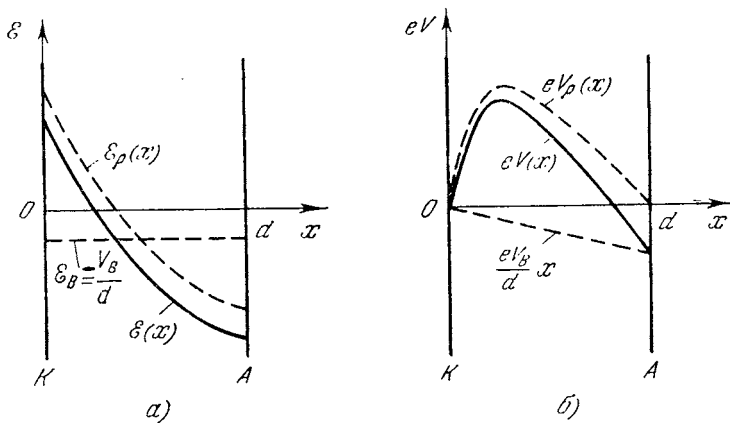


Рис. 11.2

- 3) $E(0) = 0$. Это означает, что $E_\rho(0) = -E_B = V_B/d$. Тогда при всех $x > 0$ напряженность поля $E(x) < 0$. Кривая $eV(x)$ имеет максимум лишь при $x = 0$ (рис. 11.3, а и б). При этом $j = j_s$. Очевидно, что режим тока насыщения в данном диоде наблюдается при больших V_B , чем режим ограничения тока объемным зарядом. В последнем режиме очевидно, что чем ниже V_B , тем меньше j по сравнению с j_s . Случай $E(0) = 0$, соответствующий некоторому значению $V_B = V_B^*$, разделяет указанные две области V_B . Хотя при этом $j = j_s$, чтобы отличить этот режим от режима, при котором $\mathcal{E}(0) < 0$, будем его называть переходным.

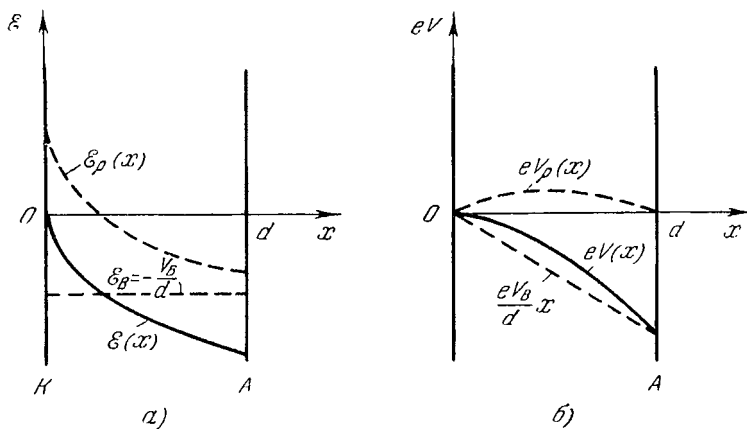


Рис. 11.3

Из приведенных качественных рассуждений вытекает, что вольт-амперная характеристика диода $-j(V_B)$ – имеет вид, схематически показанный на рис. 11.4.

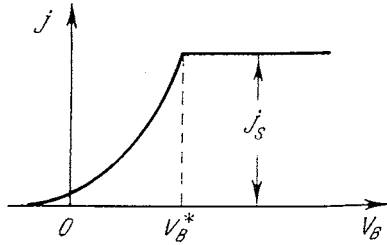


Рис. 11.4

11.2 Общая схема расчета самосогласованных полей и объемных зарядов

Выпишем сначала необходимые соотношения в общем виде. Пусть катод и анод имеют произвольную форму. Начало отсчета выберем в некоторой произвольной точке O . Тогда основными уравнениями будут следующие:

1. Уравнение Пуассона, связывающее потенциал электрического поля с плотностью объемных зарядов:

$$\Delta V(\mathbf{r}) = -4\pi\rho(\mathbf{r}). \quad (11.7)$$

2. Уравнение, связывающее элементарную плотность тока $d\mathbf{j}$, создаваемую в некоторой точке пространства группой электронов, имеющей в этой точке скорость \mathbf{v}_i , со скоростью \mathbf{v}_i и плотностью объемного заряда $d\rho_i$, создаваемого этой группой электронов:

$$d\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \mathbf{v}_i(\mathbf{r}) d\rho_i(\mathbf{r}). \quad (11.8)$$

Очевидно, что

$$\rho(\mathbf{r}) = \int d\rho_i(\mathbf{r}) \quad (11.9)$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \int \mathbf{v}_i(\mathbf{r}) d\rho_i(\mathbf{r}), \quad (11.10)$$

где интегрирование надо провести по всем группам электронов, проходящих через точку \mathbf{r} .

3. Закон сохранения энергии

$$\frac{1}{2}mv_i^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}mv_{i0}^2 - eV(\mathbf{r}), \quad (11.11)$$

где v_{i0} – начальная скорость электрона.

В общем виде выражение для электрического поля в диоде не найдено. Задача решена для некоторых частных, наиболее простых и в то же время представляющих наибольший практический интерес, случаев. Во-первых, задача решена для элек-

тронов нулевых начальных энергий в случаях плоской, цилиндрической и сферической конфигураций электродов и, во-вторых, для электронов с максвелловским распределением скоростей в случае плоских электродов.

Прежде всего рассмотрим те упрощения уравнений (11.7) – (11.11), которые следуют из пренебрежения начальными энергиями электронов. Из предположения $v_{i0} = 0$ вытекает равенство энергий всех электронов, движущихся в точке \mathbf{r} и одинаковость направлений их движения. Вынося одинаковое для всех электронов значение скоростей $v_i(\mathbf{r})$ из-под интеграла в (11.10) и отбрасывая $\frac{1}{2}mv_{i0}^2$ в (11.11), получим

$$\Delta V(\mathbf{r}) = -4\pi\rho(\mathbf{r}), \quad (11.12)$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \mathbf{v}(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}), \quad (11.13)$$

$$\frac{1}{2}mv^2(\mathbf{r}) = -eV(\mathbf{r}). \quad (11.14)$$

При этом векторное равенство (11.13) можно привести к скалярному:

$$\rho(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r})}{\mathbf{v}(\mathbf{r})} = \frac{j(r)}{v(r)}, \quad (11.15)$$

в котором для того, чтобы получить правильный знак $\rho(\mathbf{r})$, необходимо иметь в виду, что для электронов (или отрицательных ионов) j и v имеют разные знаки, тогда как для положительных ионов – одинаковые знаки.

Учитывая (11.15) и (11.14), получим

$$\rho(\mathbf{r}) = \frac{j(r)}{\left[-\frac{2e}{m}V(r)\right]^{1/2}}. \quad (11.16)$$

Тогда, подставляя в (11.12) значение $\rho(\mathbf{r})$, согласно (11.16), имеем

$$\Delta V(\mathbf{r}) = -\frac{4\pi j(r)}{\left[-\frac{2e}{m}V(r)\right]^{1/2}}. \quad (11.17)$$

Для удобства решения перейдем в уравнении (11.17) к абсолютным значениям входящих в него величин, которые обозначим так:

$$j' = |j|, \quad e' = |e|, \quad V'(\mathbf{r}) = |V(\mathbf{r})|.$$

Тогда в случае $e < 0$ имеем

$$e = -e', \quad V = V', \quad \Delta V = \Delta V', \quad \text{и} \quad j = -j',$$

и уравнение (11.17) переписывается в виде

$$\Delta V'(\mathbf{r}) = \frac{4\pi j'(r)}{\left[\frac{2e'}{m}V'(r)\right]^{1/2}}. \quad (11.18)$$

Аналогичным образом для $e > 0$ получим

$$e = e', \quad V = -V', \quad \Delta V = -\Delta V', \quad \text{и} \quad j = j'$$

и уравнение (11.17) также принимает вид (11.18).

Таким образом, для случая нулевых начальных энергий система уравнений (11.12)–(11.14) приводит к уравнению (11.18).

11.3 Плоскопараллельная электродная система

Рассмотрим теперь упрощения задачи, вытекающие из плоской конфигурации электродов. Для плоского случая все величины могут зависеть только от одной переменной x . Кроме того, для плоского диода в стационарном состоянии имеем

$$j'(x) = j' = \text{const} . \quad (11.19)$$

При указанных условиях уравнение (9.18) принимает вид

$$\frac{d^2 V'}{dx^2} = \frac{4\pi j'}{\left[\frac{2e'}{m} V'(x) \right]^{1/2}} \quad (11.20)$$

или

$$\frac{d^2 V'}{dx^2} = B(V')^{-1/2}, \quad (11.21)$$

где

$$B = 4\pi j' \left(\frac{m}{2e'} \right)^{1/2}$$

Помножив уравнение (11.21) на $\frac{dV'}{dx}$, получим

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{dV'}{dx} \right)^2 \right] = \frac{d}{dx} [2B(V')^{1/2}]$$

откуда первый интеграл уравнения (11.21) равен

$$\left(\frac{dV'}{dx} \right)^2 = 4B(V')^{1/2} + C, \quad (9.22)$$

где C – постоянная интегрирования. Определим величину C для случая

$$\left. \frac{dV'}{dx} \right|_{x=0} = 0. \quad (11.23)$$

Условие (11.23) при нулевых начальных энергиях электронов соответствует значениям $V_B \leq V_B^*$. Из (11.22) и (11.23) получаем $C = 0$. Тогда

$$\frac{dV'}{dx} = 2B^{1/2}(V')^{1/4}. \quad (11.24)$$

Интегрируя уравнение (11.24), получим

$$(V')^{3/4} = \frac{3}{2}B^{1/2}x + C',$$

где C' – постоянная интегрирования, которая определяется из условия $V' = 0$ при $x = 0$; отсюда $C' = 0$. Тогда

$$V'(x) = \left(\frac{9}{4}B\right)^{2/3} x^{4/3}. \quad (11.25)$$

Подставляя в (11.25) значение B , получим

$$V'(x) = \left[\frac{9}{2}\pi j' \left(\frac{2m}{e'}\right)^{1/2}\right]^{2/3} x^{4/3} \quad (11.26)$$

и, следовательно,

$$E(x) = \frac{dV'}{dx} = \frac{4}{3} \left[\frac{9}{2}\pi j' \left(\frac{2m}{e'}\right)^{1/2}\right]^{2/3} x^{1/3} \quad (11.27)$$

$$\rho'(x) = \frac{1}{4\pi} \frac{d\mathcal{E}'}{dx} = \frac{1}{9\pi} \left[\frac{9}{2}\pi j' \left(\frac{2m}{e'}\right)^{1/2}\right]^{2/3} x^{-2/3} \quad (11.28)$$

Распределения потенциала, напряженности поля и плотности объемных зарядов, определяемых уравнениями (11.26)–(11.28), изображены на рис. 11.5.

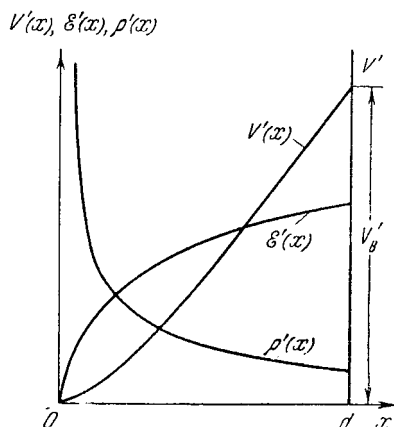


Рис. 11.5

Подставляя в (11.26) $x = d$, найдем V_b , необходимую для того, чтобы диод мог пропустить ток j' . С другой стороны, разрешив (11.26) относительно j' и подставив в него также $x = d$, можно найти ток j' , который может протекать через диод при разности потенциалов V'_b :

$$j' = \frac{2}{9\pi} \left(\frac{e'}{2m} \right)^{1/2} \frac{(V'_b)^{3/2}}{d^2}. \quad (11.29)$$

Таким образом, формула (11.29) определяет «токовую пропускную способность» плоского диода при данном V'_b . В случае, если определенный по (11.29) ток $j' < j'_s$, диод при выбранном значении j' работает в режиме ограничения тока объемным зарядом. При $j' = j_s$ $V'_b = V_b^*$. Таким образом, формула (11.29) является вольт-амперной характеристикой плоского диода при $V_b \leq V_b^*$ в приближении нулевых начальных энергий электронов. Подставляя численные значения входящих в (11.29) величин, выражая j' в $a \cdot cm^{-2}$, V' в вольтах и d – в cm , получим

$$j' = 5,4 \cdot 10^8 \frac{V_b^{3/2}}{M^{1/2} d^2}, \quad (11.30)$$

где M – молекулярный вес вещества заряженных частиц, который для электронов равен $1/1840$. Тогда для электронов имеем

$$j' = 2,25 \cdot 10^{-6} \frac{V_b^{3/2}}{d^2}.$$

Проанализируем теперь применимость полученных формул к реальным эмиттерам, у которых $v_0 \neq 0$. Прежде всего заметим, что формулы выведены для случая

$\left. \frac{dV}{dx} \right|_{x=0} = 0$. Для реального эмиттера это условие выполняется только для переходного

режима, т. е. при $V_b = V_b^*$. Далее, из формулы (11.28) следует, что $\rho(0) = \infty$. Этот результат вытекает уже из формулы (11.13) при $v(0) = 0$. В реальном диоде из-за наличия начальных скоростей у термоэлектронов приближенно имеем $\rho(0) = 1/\bar{v}_0$, где \bar{v}_0 – средняя начальная скорость термоэлектронов. Так как $V(x)$ и $E(x)$ определяются $\rho(x)$, то и значения потенциала и напряженности поля вблизи катода, описываемые формулами (11.26) и (11.27), также отличны от реальных. Поскольку в действительности $\rho(x)$ у катода меньше ее теоретического значения, определяемого (11.28), то и значения $V(x)$ и $E(x)$ у катода в реальном эмиттере меньше значений, даваемых (11.26) и (11.27). Область указанных заметных отклонений простирается от катода на расстояния, где начальные энергии электронов сравнимы с энергиями, полученными в межэлектродном промежутке, т. е. $eV'(x) \approx \bar{W}_{x0} = kT$. Так как \bar{W}_{x0} составляют сотые или десятые доли эв, то при $eV_b^* \gg kT$, что во многих случаях имеет место, рассматриваемая область вблизи катода мала, так что для реальных диодов в большей части межэлектродного пространства найденные по (11.26)–(11.28) значения $\rho(x)$, $E(x)$ и $V'(x)$ мало отличаются от действительных. Что касается величины

V_B^* при фиксированном значении тока j_s , то в силу сказанного выше она окажется несколько меньше, чем это следует по (11.29). Однако при $eV_B^* \gg kT$ это различие незначительно.

Таким образом, формула (11.29) достаточно хорошо определяет «токовую пропускную способность» реального плоского диода для режима $\left. \frac{dV}{dx} \right|_{x=0} = 0$, если $eV_B^* \gg kT$.

Обсудим теперь вопрос о возможности применения полученных формул для реального плоского диода при работе его в режиме ограничения тока объемным зарядом, т. е., когда $\left. \frac{dV}{dx} \right|_{x=0} < 0$ (рис. 11.5). Обратим внимание на то, что в этом случае в

плоскости $x = x_m$ выполняется условие $\left. \frac{dV}{dx} \right|_{x=0} = 0$. Следовательно, для области про-

странства от x_m до d при условии, что $eV_B \gg kT$, можно использовать полученные выше формулы. Тогда «токовая пропускная способность» этой части диода приближенно определяется уравнением (11.29), в котором, очевидно, следует заменить V_B' величиной $V_B' + V_m'$, а d – величиной $d - x_m$, т. е.

$$j' = \frac{2}{9\pi} \left(\frac{e}{2m} \right)^{1/2} \frac{(V_B' + V_m')^{3/2}}{(d - x_m)^2} \quad (11.31)$$

При $V_m' \ll V_B'$ и $x_m \ll d$ формула (11.31) совпадает с (11.29). Указанные неравенства при $eV_B \gg kT$, как будет показано в следующем параграфе, обычно выполняются.

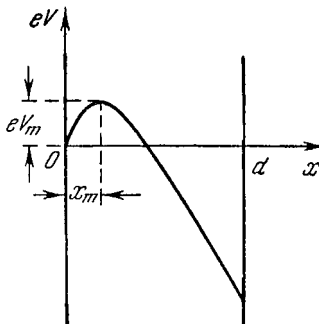


Рис. 11.5

Таким образом, формула (11.31) (или менее точная формула (11.29)) приближенно является вольт-амперной характеристикой реального плоского диода при

$eV_B \gg kT$. Это означает, что при работе реального плоского диода в режиме ограничения тока объемным зарядом при данном V_B в межэлектродном пространстве возникает потенциальный барьер, который обеспечивает прохождение через него такой доли тока эмиссии катода j_s , которая примерно находится в соответствии с законом (11.29). При eV_B , лишь несколько превосходящих kT или сравнимых с kT , вольт-амперная характеристика описывается формулами, отличными от полученных выше.

Отметим, что при учете начальных скоростей становится ясным механизм, который делит эмитируемый катодом поток электронов на два: поток, проходящий через диод, и поток, который возвращается на катод. Именно величина начальной скорости электрона определяет, пройдет ли электрон над потенциальным барьером.

11.4 Цилиндрическая электродная система

Перейдем к рассмотрению в приближении нулевых начальных скоростей случая, когда электроды системы представляют собой два бесконечно длинных коаксиальных цилиндра. Радиусы внутреннего и наружного цилиндров равны r_1 и r_2 соответственно. Пусть внутренний цилиндр является катодом. Из соображений симметрии следует, что в этом случае все величины зависят только от r . Поэтому будем решать задачу в цилиндрических координатах, в которых уравнение Пуассона принимает вид

$$\frac{d^2V'}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV'}{dr} = 4\pi\rho'(r) \quad (11.32)$$

или, используя формулу (11.16),

$$\frac{d^2V'}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV'}{dr} = \frac{4\pi j'(r)}{\left[\frac{2e}{m}V'(r)\right]^{1/2}}. \quad (11.33)$$

Условие стационарности протекания тока в цилиндрическом диоде

$$2\pi r j(r) = i_1 = \text{const}, \quad (11.34)$$

где i_1 – ток, проходящий через единицу длины диода. Тогда из (1.33) получим

$$\frac{d^2V'}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV'}{dr} = \frac{2i_1'}{r \left[\frac{2e}{m}V'(r)\right]^{1/2}}. \quad (11.35)$$

Будем искать решение этого уравнения в виде

$$V'(r) = Cr^\alpha, \quad (11.36)$$

где C и α – постоянные величины. Подстановка (11.36) в (11.35) дает

$$C^{3/2} \alpha^2 r^{(\frac{3}{2}\alpha-1)} = i_1' \left(\frac{2m}{e}\right)^{1/2}. \quad (11.37)$$

Так как правая часть уравнения (11.37) не зависит от r , то не должна от него зависеть и левая часть, т. е. $\alpha = 2/3$; но тогда

$$C = \left[\frac{9}{4} i_1' \left(\frac{2m}{e'} \right)^{1/2} \right]^{2/3},$$

а следовательно, из (11.36) найдем

$$V'(r) = \left[\frac{81}{16} (i_1')^2 \frac{2m}{e'} \right]^{1/3} r^{2/3}. \quad (11.38)$$

Подставляя сюда $r = r_2$ и соответственно $V'(r_2) = V'_B$, получим

$$V'_B(r) = \left[\frac{81}{16} (i_1')^2 \frac{2m}{e'} \right]^{1/3} r_2^{2/3}, \quad (11.39)$$

откуда

$$i_1' = \frac{4}{9} \left(\frac{e'}{2m} \right)^{1/2} \frac{(V'_B)^{3/2}}{r^2}. \quad (11.39a)$$

Полученная формула (11.39a) дает зависимость $i_1'(V'_B)$ такого же вида, как и формула (11.29) для плоского диода, только с другим численным коэффициентом. Однако между формулами (11.39a) и (11.29) есть и одно существенное различие. Оно состоит в том, что хотя функция (11.39) и является частным решением уравнения (11.32), она не удовлетворяет условию $\left. \frac{dV}{dr} \right|_{r=r_1} = 0$, а дает $\left. \frac{dV}{dr} \right|_{r=r_1} > 0$. Поэтому выражение

(11.39) определяет не наименьшее значение V'_B , при котором возможен ток i_1' , т. е. не значение V_B^* , а значение V'_B , большее V_B^* . Вследствие этого полученная зависимость $i_1'(V'_B)$ не является вольт-амперной характеристикой цилиндрического диода. Однако найденное выражение (11.38) может быть использовано для получения искомого решения. Последнее было найдено С. А. Богуславским, а также Ленгмюром и Адамсом в 1923 г.

Обозначим через B коэффициент, стоящий в формуле (11.38) перед членом $r^{2/3}$. Было показано, что решение, удовлетворяющее уравнению Пуассона и условию

$$\left. \frac{dV}{dr} \right|_{r=r_1} = 0, \text{ можно представить в виде}$$

$$V'(r) = Br^{2/3} \left[\beta \left(\frac{r}{r_1} \right) \right]^{4/3}. \quad (11.40)$$

Функция $\beta \left(\frac{r}{r_1} \right)$ была найдена в виде ряда

$$\beta \left(\frac{r}{r_1} \right) = \gamma - \frac{2}{5} \gamma^2 + \frac{11}{120} \gamma^3 - \frac{47}{3300} \gamma^4 + 0,00168 \gamma^5$$

где $\gamma = \ln \frac{r}{r_1}$. График функции $\beta^2 \left(\frac{r}{r_1} \right)$ приведен на рис. 11.6.

Из (11.40) находим

$$i_1' = \frac{4}{9} \left(\frac{e'}{2m} \right)^{1/2} \frac{[V'(r)]^{3/2}}{r \beta^2 \left(\frac{r}{r_1} \right)}. \quad (11.41)$$

Тогда, подставляя в (11.41) $r = r_2$, $V' = V'_B$ и функцию β при $\frac{r}{r_1} = \frac{r_2}{r_1}$, получим вольт-амперную характеристику для этого случая:

$$i_1' = \frac{4}{9} \left(\frac{e'}{2m} \right)^{1/2} \frac{[V'_B]^{3/2}}{r_2 \beta^2 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}. \quad (11.42)$$

Из (11.42) прежде всего следует, что зависимость i_1' от V'_B та же, что и в предыдущем рассмотрении (при $\left. \frac{dV}{dr} \right|_{r=r_1} > 0$) а именно, $i_1' \sim (V'_B)^{3/2}$. Далее из графика $\beta^2 \left(\frac{r}{r_1} \right)$, изображенного на рис. 11.6., следует, что значения β^2 заметно отличны от единицы только при небольших значениях r/r_1 (меньших 10). При $r/r_1 \geq 10$ значения β^2 отличаются от единицы не более, чем на несколько процентов. Поэтому ход потенциала $V'(r)$ в цилиндрическом диоде существенно отличается от хода, даваемого формулой (11.38), только вблизи катода при r , близких к r_1 . Что касается вольт-амперной характеристики, то поправочная функция β^2 пренебрежимо мало отличается от единицы, если $r_2/r_1 > 10$. Различия между значениями i_1' , найденными из (11.39а) и (11.42), в этом случае меньше, чем отступления реального тока от вычисленного, из (11.42), вызываемые наличием распределения эмитированных электронов по скоростям, которое выше не учитывалось при выводе этих формул. Отметим, что из (11.42) вытекает сильная зависимость тока i_1' от r_2 и слабая зависимость от r_1 (так как r_1 находится под знаком логарифма).

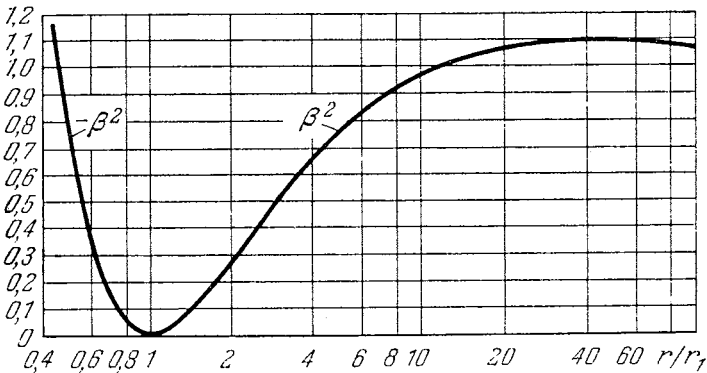


Рис. 11.6

Было показано, что решение (11.42) справедливо также и тогда, когда катодом является внешний цилиндр, а анодом – внутренний, т. е. когда $r/r_1 < 1$. В этом случае для нахождения $\beta^2\left(\frac{r}{r_1}\right)$ надо пользоваться левой частью графика $\beta^2\left(\frac{r}{r_1}\right)$, соответствующей этим значениям r/r_1 (рис. 11.6).

11.5 Сферическая электродная система

Далее можно показать, что для случая сферических концентрических электродов зависимость полного тока диода i от V_B имеет вид

$$i = \frac{4}{9} \left(\frac{2e'}{m}\right)^{1/2} \frac{[V_B']^{3/2}}{\alpha^2}, \quad (11.43)$$

где α^2 – функция отношения r_1/r_2 (r_1 и r_2 – радиусы катода и анода), графика которой мы не приводим.

Таким образом, в диодах с электродами трех различных конфигураций – плоских, цилиндрических и сферических – ток, ограниченный объемным зарядом, пропорционален $V_B^{3/2}$. Можно доказать, что зависимость $i \sim V_B^{3/2}$ справедлива при любой геометрии электродов, т. е. в общем случае приближенно вольт-амперная характеристика в области ограничения тока объемным зарядом имеет вид

$$i = C V_B^{3/2}, \quad (11.44)$$

где C – постоянная, зависящая от геометрических параметров системы электродов и величины e'/m движущихся в диоде частиц; ее удается вычислить аналитически только для указанных выше трех частных случаев. Уравнение (11.44) принято называть «законом трех вторых».

11.6 Влияние пространственного заряда на автоэлектронную эмиссию

Впервые вопрос о возможном влиянии пространственного заряда на автоэлектронную эмиссию был поднят вскоре после установления основного уравнения автоэлектронной эмиссии в работе Штерна, Госслинга и Фаулера.

Из уравнения Пуассона для распределения потенциала между бесконечными плоскими электродами следует

$$d^2U / dx^2 = -kjU^{-1/2}, \quad (11.45)$$

где U – потенциал, x – координата; $k = 2\pi(2m_e/e)^{1/2}$; j – плотность тока. Решение этого уравнения с граничными условиями

$$U|_{x=0} = 0; U|_{x=d} = U_a; \left. \frac{dU}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad (11.46)$$

характерными для термоэлектронной эмиссии, приводит к известной формуле Богуславского–Ленгмюра (11.29)

Для автоэлектронной эмиссии напряженность поля E у поверхности эмиттера отлична от нуля и граничные условия (11.46) переходят в

$$U|_{x=0} = 0; U|_{x=d} = U_a; \left. \frac{dU}{dx} \right|_{x=0} = E \quad (11.47)$$

Интегрируя (11.45) с учетом граничных условий (11.47), можно получить соотношение между напряженностью электрического поля, плотностью тока и потенциалом:

$$E = (U_a/d) [1 - 16/3\pi(2m_e/e)^{1/2} j U_a^{1/2}/E^2]. \quad (11.48)$$

Так как без учета пространственного заряда $E=U_a/d$ то критерий малости влияния этого заряда согласно (11.48) может быть записан в виде

$$16/3\pi(m_e/2e)^{1/2} j d/U_a^{3/2} \ll 1. \quad (11.49)$$

Правомерность выбранного одномерного приближения для реальной конфигурации диода с острым катодом обосновывается тем, что пространственный заряд, оказывающий влияние на поле вблизи эмиттирующей поверхности, можно считать сосредоточенным на очень малом расстоянии от катода. Решая (11.48) совместно с уравнением Фаулера–Нордгейма

$$j = A E^2 \exp(-B/E), \quad (11.50)$$

где $A = 1,54 \cdot 10^{-6}/\varphi$; $B = 6,83 \cdot 10^7 \cdot \varphi^{3/2} \theta(y)$, и исключая из (11.48) и (11.50) плотность тока j , можно получить выражение, связывающее напряженность поля E с потенциалом U :

$$4kAU_a^{3/2} \exp(-B/E) - 3U_a = 9k^2 A^2 E^2 d^2 \exp(-2B/E) - 3Ed. \quad (11.51)$$

Совместно с (11.50) оно позволяет для ряда фиксированных значений E рассчитать плотность тока в зависимости от приложенного напряжения. При малых E из (11.51) следует обычная связь поля и потенциала при нулевом токе ($E = U_a/d$). При очень больших E преобладающими становятся экспоненциальные члены и, как нетрудно видеть, (11.51) сводится к уравнению (11.29).

Параметр d выбирается равным $1/\beta$, где β – геометрический фактор, связывающий напряженность поля с потенциалом для плотностей тока, при которых влиянием пространственного заряда можно пренебречь.

На рис 11.7 приведен график зависимости плотности эмиссионного тока от напряжения. Кривая АСЕ рассчитана согласно (11.50) в отсутствие пространственного заряда; кривая АСД построена на основании уравнений (11.50) и (11.51) с учетом пространственного заряда, кривая ВД представляет закон Богуславского–Ленгмюра (11.29). Как можно видеть, при малых U начальный участок кривой совпадает

с прямой Фаулера–Нордгейма. При увеличении U кривая начинает отклоняться вниз и, наконец, асимптотически приближается к кривой Богуславского–Ленгмюра.

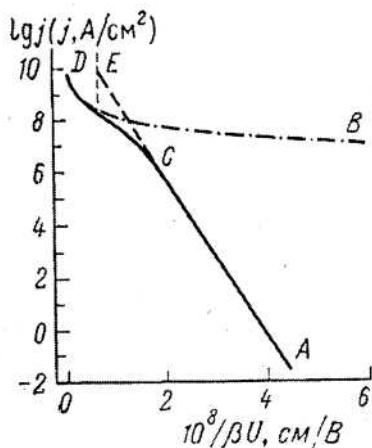


Рис 11.7. Теоретическая зависимость плотности тока автоэмиссии от приложенного напряжения.

§ 12. Взрывная электронная эмиссия (ВЭЭ)

12.1 Феноменология ВЭЭ

Электрический разряд в вакууме состоит из трех стадий: пробой, искра и дуга. Вакуумный пробой является одним из способов возбуждения вакуумной дуги. Но прежде, чем дуга наступает, разряд переходит еще в искровую фазу. Вакуумная дуга является наиболее загадочной фазой вакуумного разряда. Для нее характерно низкое напряжение горения разряда, сравнимое с ионизационным потенциалом атомов материала катода, большая плотность тока в области катодной привязки, высокая концентрация плазмы в прикатодной области, испускание высокоскоростных плазменных струй из катодного пятна, а также капель жидкого металла, образование субструктуры в катодном пятне, которая выражается в мелких ($\sim 10^{-4}$ мкм) кратерах внутри значительно больших и т.д.

Убедительного теоретического описания вакуумного разряда, которое бы объясняло все экспериментальные результаты, в настоящее время нет. Наиболее последовательной и конструктивной является эктонная модель катодного пятна вакуумного разряда [12,13]. В ней впервые описание всех трех стадий разряда в вакууме (пробой, искра и дуга) даны с единых физических позиций. Показано, как эти стадии совершенно естественным образом переходят одна в другую, завершаясь вакуумной дугой. Эти позиции основываются на признании фундаментальной роли микро-

взрывов участков катода, которые приводят к взрывной эмиссии электронов (ВЭЭ). Так как взрывной процесс длится сравнительно коротко, то испускание электронов в течение ВЭЭ идет отдельными порциями, которые называются эктонами (от первых букв слов Explosive Centre). Появление каждого эктона сопровождается разрушением участка поверхности катода, который затем превращается в кратер, появлением жидкого металла в виде струй и капель, струй плазмы и т.д. Сюда следует добавить еще один важный физический эффект – это разогрев анода пучком электронов в искровой стадии и появление анодной плазмы и перенос жидкого металла с анода на катод. Одной из главных причин возникновения микровзрывов является джоулев разогрев микроучастков катода током большой плотности. Все эти процессы составляют основы эктонной концепции вакуумного разряда. В рамках этого механизма все три стадии вакуумного разряда находят свое естественное физическое объяснение. Пробой и процессы, которые называют предвзрывными – это процесс концентрирования энергии в микрообъеме поверхности катода. Как только удельная энергия, накопленная в этом микрообъеме, будет превосходить некоторую предельную величину, то начинается взрыв и стадия пробоя завершается. Начало взрыва и появление ВЭЭ – это начало искровой стадии. Сама искровая стадия сопровождается постоянным возобновлением микровзрывов, которые инициируются плазмой и струями жидкого металла от предыдущих микровзрывов. Искровая стадия естественным образом переходит в дуговую после перемыкания катодной и анодной плазмы и уменьшения скорости роста тока.

При приложении к вакуумному промежутку напряжения между электродами появляется заметный ток, получивший название темного или предпробойного тока. В большинстве исследований вакуумного пробоя одной из обязательных процедур являлось изучение закономерностей предпробойных токов. Длительное время велась дискуссия об их природе, поскольку построение одних и тех же экспериментальных зависимостей предпробойного тока i от напряженности электрического поля на катоде E в координатах уравнений Ричардсона–Шоттки ($\lg i = f(E^{1/2})$) и Фаулера–Нордгейма ($\lg (i/E^2) = f(1/E)$) зачастую давало прямые линии. Можно утверждать, что такая двойственная ситуация была обусловлена недостаточной чистотой вакуумных условий и объективными трудностями контроля таких важных параметров, как микрогеометрия поверхности катода, свойства поверхностных слоев металла, состав адсорбированных газов и др. К настоящему времени благодаря успехам вакуумной техники и техники исследования поверхности удалось составить более законченное представление о закономерностях предпробойных токов и их природе. Установлено, что предпробойный ток в условиях тщательно очищенных электродов в сверхвысоком вакууме обусловлен только электронной компонентой. Доля ионной компоненты растет по мере увеличения загрязненности обоих электродов. В чистых условиях предпробойный ток экспоненциально возрастает с ростом приложенного напряжения и не зависит от температуры катода, что однозначно определяет его как ток автоэлектронной эмиссии. Центрами эмиссии являются микроострия на поверхности катода.

12.2 Импульсный пробой при остром катод

Автоэлектронная эмиссия играет решающую роль в возникновении пробоя между электродами в вакууме. В связи с этим большой интерес представляет анализ экспериментальных данных, посвященных исследованиям электрического пробоя в вакууме, когда катод – классический острый автоэлектронный эмиттер. Поскольку эмиттирующей частью такого катода обычно является поверхность одного микрокристалла, которую можно поддерживать атомарно чистой, то возникает ряд принципиально важных обстоятельств, облегчающих изучение физики развития пробоя. Первыми, кто воспользовался этими преимуществами в сочетании с техникой сверхвысокого вакуума, импульсной методикой и автоэмиссионной микроскопией, были Дайк и его сотрудники. Ими было установлено, что переходу к пробую предшествуют два характерных процесса. Первый из них – самопроизвольный рост эмиссионного тока в течение импульса напряжения. При постепенном увеличении амплитуды напряжения прямоугольные импульсы автоэлектронного тока деформировались в нарастающие. Это явление можно было воспроизводить многократно в одном опыте. Но стоило повысить напряжение еще примерно на 1%, как неминуемо происходил пробой, при этом ток возрастал более чем на два порядка (до 50–100 А) за время, которое было оценено как $5 \cdot 10^{-8}$ с. Другое характерное явление – возникновение яркого кольца, окружающего обычное эмиссионное изображение поверхности острого чистого вольфрама. Для всех исследованных острий, имевших разные радиусы вершины и различную конусность, с большой точностью выполнялось одинаковое условие: пробой наступал при достижении плотности автоэмиссионного тока в пределах $j_{пр} = (4-7) \cdot 10^7$ А/см², что соответствовало напряженности электрического поля на вершине эмиттера $E = (6.5-7) \cdot 10^7$ В/см. Следствием пробоя было оплавление вершины эмиттера, приводящее к увеличению его радиуса почти на два порядка.

Авторы убедительно показали, что возникновение пробоя в этом случае не связано с бомбардировкой катода ионами, образованными на аноде, поскольку время полета ими межэлектродного промежутка больше длительности импульсов напряжения. Путем использования двух близко расположенных эмиттеров, плотности тока которых различаются в два раза, продемонстрировано, что бомбардировка ионами остаточного газа и ионами, образовавшимися при разрушении одного из эмиттеров, не сопровождается возникновением пробоя между анодом и другим эмиттером, который при этом не изменяет своих эмиссионных свойств. Таким образом, Дайк и его сотрудники установили, что причины возникновения пробоя в системе автоэмиттер–анод целиком зависят от процессов в самом эмиттере, причем определяющим фактором в данном случае оказывается плотность тока, однозначно связанная с напряженностью электрического поля.

Характер изменения тока в стадии перехода от АЭЭ к ВЭЭ представлен на рис. 12.1. Анализ осциллограмм позволил выделить четыре характерные фазы процесса. *I* – предпробойная (автоэмиссионная фаза) – достаточно хорошо исследована ранее в микросекундном диапазоне. *II* – фаза перехода – связана со взрывным разрушением эмиттера. В этой фазе ток резко возрастает в течение $(1-5) \cdot 10^{-8}$ с со скоростью

$di/dt = 5 \cdot 10^7 - 10^8$ А/с. Вслед за этим нарастанием тока обнаружена фаза *III*, в которой скорость роста тока на порядок меньше: $5 \cdot 10^6 - 10^7$ А/с. Продолжительность этой стадии колеблется в пределах $2 \cdot 10^{-8} - 10^{-7}$ с. Далее следует фаза *IV* с несколько большей, чем в фазе *III*, скоростью роста тока. Таким образом экспериментально было показано, что взрыв острия происходит с некоторой задержкой от момента подачи импульса высокого напряжения (стадия *I*). Используя эмиттеры с различными радиусами вершины и изменяя амплитуду импульса напряжения, удалось найти связь между временем запаздывания взрыва острия t_3 и плотностью предвзрывного эмиссионного тока j . При вычислении плотности тока было принято, что площадь зоны эмиссии равна r_3^2 . Зависимость $t_3(j)$ представлена на рис 12.2. Видно, что все экспериментальные точки в двойном логарифмическом масштабе хорошо укладываются на одну прямую, а тангенс угла наклона равен двум. Отсюда следует, что произведение квадрата плотности тока на время запаздывания до взрыва автоэмиттера в большом диапазоне времени t_3 (примерно восемь порядков величины) и плотности тока j (около трех порядков) остается величиной приблизительно постоянной.

Из графика находим, что $j^2 t_3 = 4 \cdot 10^9$ А²·с/см⁴. На рис. 12.2 приведена также зависимость времени запаздывания t_3 от напряженности поля на вершине эмиттера E_0 для тех же экспериментальных точек. С увеличением напряженности поля E_0 от $7 \cdot 10^7$ до $1.3 \cdot 10^8$ В/см критическая плотность тока увеличивается от $4.5 \cdot 10^7$ до $2.2 \cdot 10^9$ А/см², что, в свою очередь, ведет к уменьшению времени запаздывания от $4 \cdot 10^{-6}$ до $1 \cdot 10^{-9}$ с. Уменьшение напряженности поля E_0 всего лишь от $7 \cdot 10^7$ до $6.5 \cdot 10^7$ В/см приводит к росту t_3 от $4 \cdot 10^{-6}$ до 10^{-1} с. Таким образом, экспериментальные результаты указывают на чрезвычайно сильную зависимость времени запаздывания до взрыва острия от напряженности поля на его вершине.

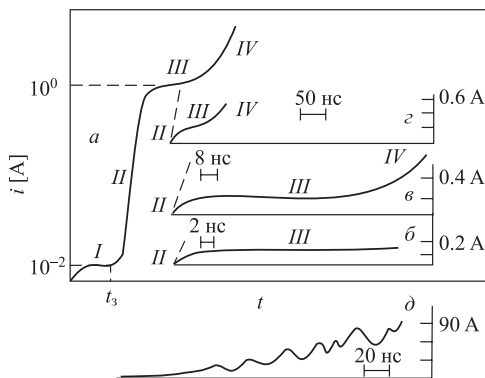


Рис. 12.1. Характер изменения тока в стадии перехода от АЭЭ (*I*) к ВЭЭ (*II-IV*) (*a*). Осциллограммы коллекторного тока при взрыве автоэмиттера без перенапряжения (*б-з*) и с перенапряжением (*д*)

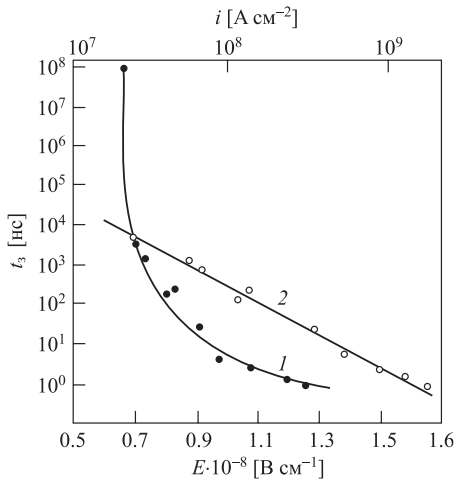


Рис. 12.2. Зависимости времени запаздывания взрыва автоэммиттера из вольфрама от напряженности электрического поля (1) и от плотности тока (2)

Итак, критерием импульсного пробоя в вакууме между острым катодом и плоским анодом является соотношение

$$j^2 t_3 = \text{Const}_1 \quad (12.1)$$

Из исследований взрыва проводников известно, что

$$\int_0^{t_3} j^2 dt = \bar{h}, \quad (12.2)$$

где величина \bar{h} называется удельным действием. Величина \bar{h} зависит от сорта металла и слабо зависит от плотности тока. Поэтому в определенном диапазоне плотностей тока эту величину можно считать неизменной, которая зависит только от сорта. Таким образом, данные, полученные в этой главе, однозначно свидетельствуют о том, что при остром катодe стадия пробоя завершается взрывом кончика металлического острия. После этого начинается искровая стадия, которая обусловлена взрывной эмиссией электронов.

12.3 Импульсный пробой при плоских электродах

Экспериментальные исследования импульсного пробоя при плоских электродах показали, что основным процессом в стадии пробоя является автоэлектронная эмиссия с микровыступов, которая приводит к их взрыву, как в случае с острым катодом. Это должно отразиться и в зависимости времени запаздывания пробоя t_3 от средней напряженности электрического поля E .

Действительно, если формула (12.1) справедлива и для плоских электродов, то время t_3 должно зависеть только от поля E , а не от длины промежутка и напряжения в отдельности. Этот вывод подтверждается экспериментальными данными.

12.4 Пробой постоянным напряжением

Имеется много доказательств того, что не только импульсный пробой обусловлен нагревом и взрывом катодных микроострий, но и пробой на постоянном напряжении тоже. При этом предполагается, что загрязнения и адсорбированный газ на поверхности электродов не влияют на пробой. Экспериментальное подтверждение этого механизма пробоя было реализовано в работах Альперта с сотрудниками. В таблице 12.1 приведены величины E для ряда металлов, полученные группой Альперта. Таким образом, постоянство напряженности поля, при которой происходит вакуумный пробой, можно интерпретировать, как пробой при достижении определенной плотности тока АЭЭ с микроострий на поверхности катода, т.е.

$$j = \text{Const}_2 \quad (12.3)$$

Таблица 12.1. Напряженность электрического поля при пробое вакуумного промежутка для различных электродов.

Металл	In	Cd	Al	Cu	Au	Pt	Ni	Ti	Zn	Ta	Mo	W
φ , эВ	4.0	4.1	4.2	4.6	4.9	5.3	4.6	3.9	4.1	4.1	4.2	4.5
E , 10^7 В/см	5.6	7.2	10.5	10.1	7.2	9.9	9.7	5.3	5.9	7.0	5.6	6.9

Соотношения (12.1) и (12.3) являются критериями пробоя импульсным и постоянным напряжением. Фактически эти критерии означают, что при этих условиях завершается стадия пробоя образованием первого эктона и катодного пятна и начинается искровая стадия.

12.5 Джоулев механизм вакуумного пробоя

Итак, существуют два критерия вакуумного пробоя (12.1) и (12.3). Первый относится к импульсному пробую, а второй к стационарному. Основная задача теории вакуумного пробоя состоит в том, чтобы дать теоретическое объяснение этим критериям. Обычно критерии вакуумного пробоя выводят из условия достижения некоторой критической температуры (например, плавления) на поверхности катода или анода. По нашему мнению, критерии (12.1) и (12.3) отражают условия достижения критической удельной энергии в микрообъеме катода w_c , необходимой для его взрыва, которая обычно в несколько раз превосходит удельную энергию сублимации w_s . Откуда берется эта энергия? Это энергия джоулева разогрева микроучастков катода. Посмотрим, как эта энергия выделяется.

В простейшем случае форму микроострий на катоде можно считать цилиндрическими. Действительно, если средняя напряженность электрического поля состав-

ляет 10^6 В/см, а для микровзрыва за время $\sim 10^{-8}$ с необходимо иметь поле 10^8 В/см, то усиление электрического поля должно быть $\beta_E \sim 10^2$. Это означает, что высота острия в десятки и сотни раз превосходит радиус его кривизны, то есть острия можно считать цилиндрическими. В этом случае можно принять, что теплоемкость металла меняется мало, поэтому вместо удельной энергии w_K можно использовать температуру острия в уравнении, описывающем его нагрев.

Нагрев цилиндрического острия описывается уравнением

$$\rho c \frac{dT}{dt} = \nabla(\lambda \nabla T) + j^2 \kappa, \quad (12.4)$$

где ρ , c , λ , κ – соответственно плотность материала эмиттера, удельная теплоемкость, теплопроводность и удельное электрическое сопротивление. В правой части уравнения (12.4) первый член описывает перенос тепла из-за теплопроводности, а второй – выделение тепла за счет джоулева нагрева. Значения параметров ρ , c , λ , κ в общем виде зависят от температуры, но в наибольшей степени от нее зависит удельное сопротивление. Представим его в форме

$$\kappa = \kappa_0 T. \quad (12.5)$$

Такой вид зависимости $\kappa(T)$ с погрешностью не более 20% описывает экспериментальные результаты для многих электродных материалов в диапазоне температур примерно от 300° К до температуры плавления. Плавление приводит к значительному увеличению κ . Отметим, что удельная теплота плавления превосходит удельную теплоемкость, для меди в 400 раз, а для вольфрама – в 1300. Для испарения требуется значительно больше тепла. Теплота испарения в 20–30 раз больше удельной теплоты плавления. Для меди и алюминия она равна 3 эВ в расчете на один атом.

Для стационарного случая или длительных импульсов напряжения, когда можно принять $dT/dt = 0$, и катодного выступа в виде цилиндра высотой h уравнение (12.4) с учетом (12.5) дает следующее распределение температуры $T(x)$ по высоте выступа:

$$T(x) = T_0 \frac{\cos bx}{\cosh b h}, \quad (12.6)$$

где T_0 – температура основания выступа; x – расстояние, измеренное от вершины выступа; $b = j(\kappa_0/\lambda)^{1/2}$.

Из (12.6) следует, что температура кончика выступа ($x = 0$) стремится к бесконечности при $bh = \pi/2$. Следовательно, предельное значение плотности тока можно найти из формулы

$$j = \frac{\pi}{2h} \sqrt{\frac{\lambda}{\kappa_0}}. \quad (12.7)$$

Например, для выступа с высотой $h = 1$ мкм для меди, вольфрама и никеля $j = 3 \cdot 10^8$; $1.0 \cdot 10^8$ и $0.5 \cdot 10^8$ А/см², соответственно.

При коротких длительностях импульсов предельная плотность тока АЭЭ превышает таковую в стационарном случае. Если длительность импульса много меньше, чем время перехода острия в стационарное нагретое состояние, то имеет место

соотношение

$$t_{и} \ll \frac{h^2 \rho c}{\lambda} \quad (12.8)$$

Например, если для вольфрама $h = 0.6$ мкм, то соотношение (12.8) выполняется уже при $t_{и} = 10$ нс. Если соблюдается условие (12.8), а начальная плотность тока j неизменна во времени, то из уравнения (12.3) с учетом (12.4) следует, что температура растет экспоненциально со временем по закону

$$T = T_0 \exp(j^2 \kappa_0 t / \rho c). \quad T = \frac{T_0 \exp(j^2 \kappa_0 t)}{\rho c} \quad (12.9)$$

Если условно принять, что взрыв острия наступает при достижении некоторой критической температуры T_k , то время задержки взрыва определится из соотношения

$$j^2 t_3 = \frac{\rho c}{\kappa_0} \ln \frac{T_k}{T_0}. \quad (12.10)$$

Следовательно, формулы (12.7) и (12.10) дают результат, качественно согласующийся с экспериментом. Т.к. эти критерии были получены с учетом джоулева разогрева микроострий, то эту модель вакуумного пробоя называют джоулевой.

Стационарная задача о разогреве острейного катода автоэмиссионным током большой плотности была ранее рассмотрена Дайком с сотрудниками. Ими было получено следующее выражение для температуры вершины эмиттера:

$$T_{\infty} = T_0 + \frac{8j^2 r_3^2 \kappa}{\lambda \theta^2}, \quad (12.11)$$

где θ – полуугол раствора конуса.

Для типичных размеров автоэммиттера из вольфрама плотность тока, необходимая для нагрева вершины до $T_{пл}$, составляет 10^7 А/см². Формула (12.11) тоже приводит к критерию, аналогичному (12.3). Впоследствии Вибранс улучшил эти расчеты введением зависимости удельного сопротивления и плотности тока от температуры и распространения их на случай малых микроострий на плоских электродах. В этом случае следовало, что из-за роста удельного сопротивления с температурой эмиттер становится неустойчивым в тепловом отношении при температурах, существенно меньших $T_{пл}$. В дальнейшем в ряде работ было учтено также влияние эффекта Ноттингама на тепловой баланс микроострия. Необходимо отметить, что хотя влияние эффекта Ноттингама на нагрев острия и значительно, но на характер критериев (12.1) и (12.3) он не влияет, а изменяет только величины констант.

Итак, мы показали, что при преимущественном влиянии на пробой катодных микроострий существует два критерия пробоя, которые записываются соотношениями (12.1) и (12.3). Первый относится к импульсному пробую, а второй – к статическому. Физическая сущность этих критериев одинакова. За счет высокой плотности тока АЭЭ происходит джоулев разогрев микроострий и их взрыв. Оба критерия обозначают, что микрообъем металла получает удельную энергию, которая существ-

венно превосходит энергию сублимации. Однако достижение определенной удельной энергии микровзрыва является условием необходимым, но недостаточным для перехода пробоя в искру. Для этого еще необходима определенная масса вещества, участвующая во взрыве. Учитывая, что удельная энергия взрыва благодаря критериям (12.1) и (12.3) считается заданной, необходимость определенной массы вещества эквивалентна достижению необходимой абсолютной величины энергии в микровзрыве. Только при соблюдении этих двух критериев разряд переходит в искровую стадию и становится самоподдерживающимся.

12.6 Вольт-амперная характеристика искрового разряда

Рассмотрим вакуумный диод с острым или плоским катодом на котором функционирует одиночный КФ. Соотношений, описывающих вольт-амперную характеристику таких диодов, не известно. Будем полагать что плазма КФ находится под потенциалом катода, имеет сферическую эмиттирующую поверхность с неограниченной эмиссионной способностью. Качественно ясно, что при ограниченной эмиссионной поверхности катода объемный заряд электронов будет слабее возмущать потенциал любой точки межэлектродного пространства, чем при неограниченной. Это должно привести к увеличению предельной плотности тока в вакуумном промежутке. Будем использовать приближенный расчет плотности тока в диоде с бесконечными плоскопараллельными электродами для случая, когда неограниченной эмиссионной способностью обладает небольшой участок катода радиусом r , а радиальное расталкивание пучка объемным зарядом отсутствует. Чем меньше отношение r/d , тем больше $\kappa_0 = j_r/j_\infty$ (j_r – истинная плотность тока, j_∞ – плотность тока из закона Ленгмюра для бесконечных плоских электродов).

Воспользовавшись таким подходом и представляя площадь эмиссии электронов в виде $\pi v_k^2 t^2$, а расстояние между фронтом плазмы и анодом через $d - v_k t$, можно записать:

$$i(t) = A_1 U^{3/2}(t) \frac{\pi v_k^2 t^2}{(d - v_k t)^2} \cdot \kappa_0 \left(\frac{v_k t}{d - v_k t} \right) \quad (12.12)$$

где $A_1 = 2,33 \cdot 10^{-6}$ А/В^{3/2}. Из (12.12) следует, что первеанс электронного потока $P = i(t)/U^{3/2}(t)$ должен быть однозначной функцией отношения $v_k t / (d - v_k t)$. Для проверки справедливости этого вывода было обработано большое количество осциллограмм тока в устойчивой стадии эмиссии, полученных с хорошим амплитудным и временным разрешением в диапазоне экспериментальных условий: $d = 1-4$ мм, $U_0 = 20-40$ кВ и $d = 6-10$ мм, $U_0 = 80-120$ кВ; катод – игла. Некоторые из экспериментальных точек, произвольно выбранные из большого количества (~300), приведены на рис. 12.3, а (кривая 1). Здесь принята скорость $v_k = 2 \cdot 10^6$ см/с. Можно видеть, что большинство точек ложится на одну плавную кривую. Это же в полной мере относится и ко всем другим обработанным данным, не нанесенным на график для значений $v_k t / (d - v_k t) \leq 0,5$. На этом же рисунке дана зависимость $P(v_k t / (d - v_k t))$ для $\kappa_0 = 1$ (кривая 2). Нетрудно видеть, что применение закона

«степени $3/2$ », не учитывающего ограниченности эмиссионной поверхности, дает заниженные на один-два порядка значения электронного тока.

Для системы с плоскими электродами и одиночным КФ, возникшим на месте искусственно созданного микровыступа ($U_0 = 20-40$ кВ, $d = 0,3-1,0$ мм), экспериментальные точки лучше всего укладывались на одну кривую $P = f(v_{\text{к}t}/d)$ (рис. 12.3, б).

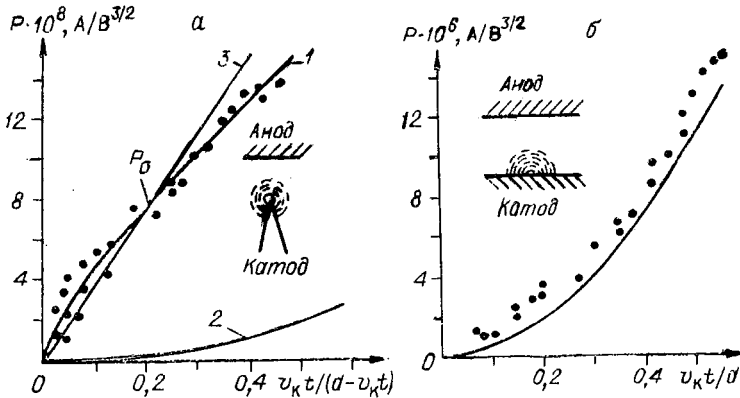


Рис. 12.3. Зависимости первеанса электронного потока от отношения $v_{\text{к}t}/(d - v_{\text{к}t}t)$ для случая факела на остром катодe (а) и от отношения $v_{\text{к}t}/d$ для случая факела на плоском катодe (б). а - 1 - эксперимент; 2 - расчет для плоского случая; 3 - расчет по (12.3); б - точки - эксперимент; сплошная линия - расчет.

Выражение, подобное (12.12), было получено аналитически. Плотность тока в каждой точке эмиттирующей сферической поверхности определялась, пользуясь известной формулой Богуславского-Ленгмюра (11.29). Длина эффективного промежутка (эффективную длину траектории электрона выходящего из данной точки эмиттирующей поверхности) можно определялась из выражения $d_{\text{эф}} = U/E$, где E - напряженность электрического поля в данной точке сферы в отсутствие объемного заряда электронов. Следовательно, задача сводится к нахождению напряженности электростатического поля на катодe в произвольной системе электродов. Затем полный ток в промежутке определяется путем интегрирования плотности тока по эмиттирующей поверхности. Для случая, когда КФ функционирует на вершине острия получено:

$$i(t) = 37 \cdot 10^{-6} U^{3/2} \frac{v_{\text{к}t}}{d - v_{\text{к}t}t}. \quad (12.3)$$

Зависимость (12.3) представлена на рис. 12.3, а (линия 3). Она удовлетворительно согласуется с экспериментальными результатами. При этом $\kappa_0 \approx 5(d - v_{\text{к}t}t)/v_{\text{к}t}$.

Для случая полусферической эмиттирующей поверхности на плоском катодe аналогичным образом получено:

$$i(t) = 44,4 \cdot 10^{-6} U^{3/2} (v_{\text{к}} t / d)^2. \quad (12.4)$$

Эта зависимость показана на рис. 12.3 б и также хорошо согласуется с экспериментальными данными при $k_0 \approx 6$.

Заметим, что поскольку напряженность электрического поля в эффективном диоде находилась из выражений, справедливых при условии $v_{\text{к}} t \ll d$, то и соотношения (12.3) и (12.4) можно использовать только при выполнении этого условия.

Литература

1. Л.Н. Добрецов, М.Б. Гомоюнова. Эмиссионная электроника. «Наука», Москва, 1966.
2. М.И. Елинсон, Г.Ф. Васильев. Автоэлектронная эмиссия. «ГИФ-МЛ», Москва, 1958.
3. В.Л. Грановский. Электрический ток в газе. Том 1. «ГИТ-ТЛ», Москва–Ленинград, 1952.
4. К. Шимони. Физическая электроника. «Энергия», Москва, 1977.
5. Г. Мирдель. Электрофизика. «Мир», Москва, 1972.
6. В.Д. Соболев. Физические основы электронной техники. «Высшая школа», Москва, 1979.
7. Ненакаливаемые катоды. Под редакцией М.И. Елинсона. «Наука», Москва, 1974.
8. Р. Фишер, Х. Нойман. Автоэлектронная эмиссия полупроводников. «Мир», Москва, 1971.
9. А. Модинос. Авто- термо- и вторично- электронная эмиссионная спектроскопия. «Наука», Москва, 1990.
10. В.И. Фистуль. Физика и химия твердого тела. Том 1, Том 2. «Металлургия», Москва, 1995.
11. Г.А. Месяц, Д.И. Проскуровский. Импульсный электрический разряд в вакууме. «Наука», Новосибирск, 1984.
12. Г.А. Месяц. Эктоны, Часть 1, 2, 3. УИФ «Наука», Екатеринбург, 1993-1994.
13. Г.А. Месяц. Эктоны в вакуумном разряде: пробой, искра, дуга. «Наука», Москва, 2000.
14. Е. Линч, А. Николайдес. Задачи по физической электронике. «Мир», Москва, 1975.
15. Б.Н. Швилкин. Газовая электроника и физика плазмы в задачах. «Наука», Москва, 1978.
16. Б.Н. Швилкин, Н.А. Мискинова. Физическая электроника в задачах. «Наука», Москва, 1987.
17. Методические лекционные разработки