

Российская академия наук
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт электрофизики
Уральского отделения Российской академии наук
(ИЭФ УрО РАН)

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«СОВРЕМЕННЫЕ ЛАЗЕРЫ И ЛАЗЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»**

Б1.В.ДВ.1-2

Специальность 03.06.01 – «Физика и астрономия»

**Расчет распределения электромагнитного поля в пятне фокусировки
лазерного излучения**

Материалы разработал:

к.ф.-м.н., доцент

Лисенков В.В.

РАСЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПЯТНЕ ФОКУСИРОВКИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Лисенков В.В.

Введение

Одним из самых замечательных достижений физики второй половины двадцатого века было открытие физических явлений, послуживших основой для создания удивительного прибора оптического квантового генератора, или лазера. Само слово “лазер” составлено из первых букв английского словосочетания (“Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation”), означающего ”усиление света в результате вынужденного излучения”. Важной характеристикой процесса вынужденного излучения является то, что под воздействием налетающего извне кванта возбужденный атом или молекула излучает световой квант, который по всем своим характеристикам, в том числе и направлению полета, совпадает с налетающим. Именно это явление обеспечивает высокую направленность лазерного излучения и, как следствие, возможность его фокусировки в достаточно малую пространственную область, называемую “пятном фокусировки”. При этом интенсивность лазерного излучения увеличивается до очень больших значений, достаточных для интенсивного нагрева, плавления и испарения твердого вещества, что является основой лазерных технологий резки, сварки, модификации поверхности и т.п.

Таким образом, расчет распределения интенсивности лазерного излучения в пятне фокусировки является одной из важных задач для лазерных технологий.

1. Теоретическое описание распространения и фокусировки лазерного излучения

Прежде чем затрагивать вопрос о распространении и фокусировке лазерного излучения необходимо коротко остановиться на резонаторах в которых происходит генерация лазерного излучения, поскольку их конструкция во многом определяет структуру и характеристики лазерного луча.

Оптические резонаторы (термин “оптические” употребляется для того, чтобы подчеркнуть их принципиальное отличие от резонаторов, применяемых в радиоэлектронике и технике СВЧ) можно разделить на два больших класса – *устойчивые* и *неустойчивые*. Не углубляясь в физику формирования излучения в них, остановимся на конкретных конструкциях “характерных представителей” обоих классов.

Устойчивый резонатор представляет собой полупрозрачное и полностью отражающее зеркала расположенные на торцах активной среды. Зеркала могут иметь различные радиусы от бесконечно большого (плоский резонатор) до равного половине длины активной среды (конфокальный резонатор, см. рис.1)

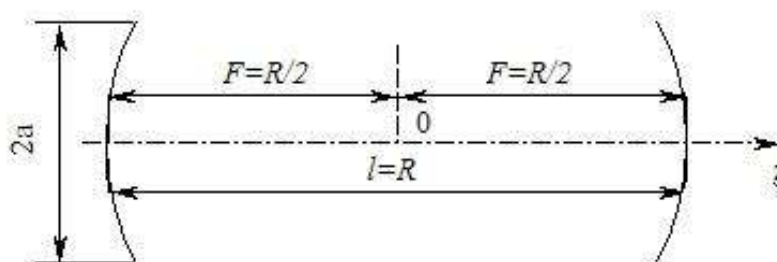


Рис. 1.
Конфокальный резонатор

Вычисления пространственной структуры электромагнитного поля лазерного излучения в любом резонаторе проводятся по общепринятой методике расчета с использованием дифракционного уравнения Френеля Кирхгофа:

$$u(x_1, y_1) = -\frac{i}{2\lambda} \iint \frac{\exp(i2\pi r_{12}/\lambda)}{r_{12}} [1 + \cos(\varphi)] u(x_2, y_2) dx_2 dy_2 \quad (1)$$

где x_2, y_2, x_1, y_1 - поперечные координаты точек на плоскости источника и параллельной ей плоскости наблюдения; r_{12} - радиус- вектор, соединяющий эти точки, φ - угол между r_{12} и нормалью к плоскостям источника и наблюдения.

Интенсивность излучения для монохроматического источника $I(x,y) = u(x,y)^2$.

В теории оптических резонаторов, как правило, имеем дело с так называемыми параксиальными пучками, углы наклона которых к оси системы малы; это позволяет положить $\cos(\varphi) = 1$. В большинстве случаев расстояние L между плоскостями источника и наблюдения велико по сравнению с поперечными размерами области, где поле имеет

ненулевую интенсивность. Это позволяет вышеуказанный интеграл в форме, которая называется приближение Френеля:

$$u(x_1, y_1) = -\frac{\exp(i2\pi r_{12}/\lambda)}{i2\lambda L} \iint u(x_2, y_2) \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda L}((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2)\right] dx_2 dy_2 \quad (2)$$

Решается данное уравнение в общем виде численно с помощью итерационного метода Фокса-Ли, однако для конфокального резонатора оно допускает аналитическое решение, которое имеет следующий вид:

$$u(x, y) = H_m\left(\frac{x}{r_0}\right) H_n\left(\frac{y}{r_0}\right) \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2)}{(2r_0)^2}\right] \quad (3)$$

где $H_m(x)$ -полином Эрмита m -ной степени.

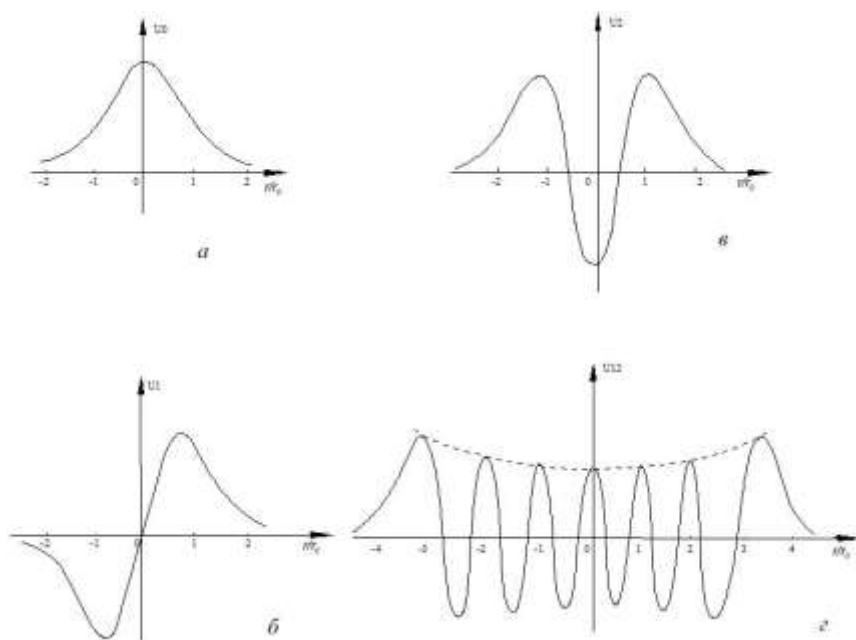


Рис. 2
Распределение
интенсивности
электромагнитного
поля вдоль оси
координат

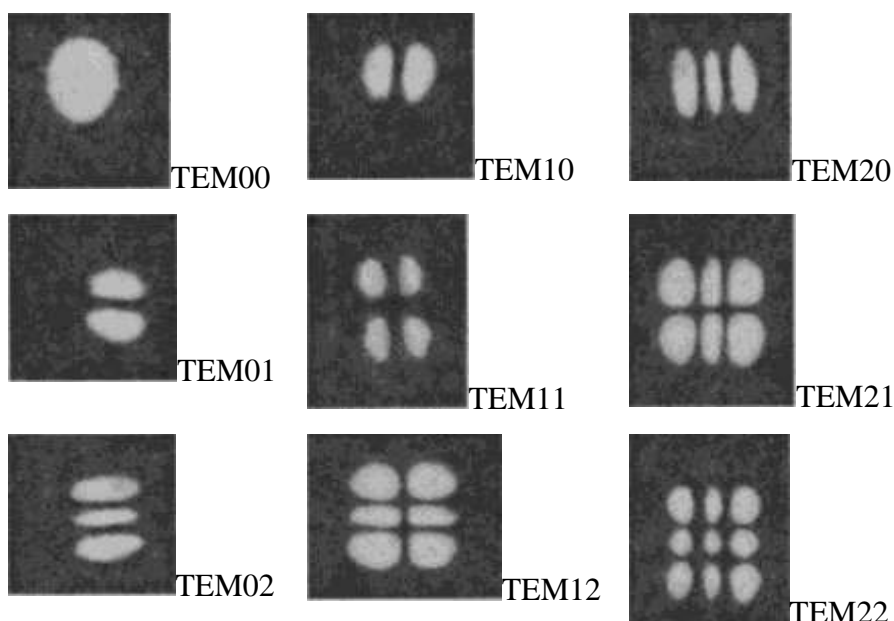


Рис. .3
Распределение
интенсивности
лазерного излучения в
плоскости
соответствующее
различным
поперечным модам

Характерный вид собственных функций $u(x)$ показан на рис. 2 (графики взяты из книги [1]) для $m=0,1,2,5$ под буквами а,б,в,г соответственно. В плоскости представления о структуре пучков описываемых $S_{mn}^{эм}(x,y)$ дает рис. 3 (фото из книги [2]). Индексы под аббревиатурой ТЕМ-это числа m и n . Аббревиатура ТЕМ-английская и расшифровывается как поперечная мода.

В неустойчивом резонаторе излучение при отражении от зеркал стремится выйти за пределы их апертуры. Казалось бы, для лазера такие резонаторы являются плохими, однако они все же успешно применяются в квантовой электронике. Почему, будет ясно из дальнейшего объяснения. Из неустойчивых резонаторов наиболее часто применяемым является телескопическим. Его конструкция и схема хода лучей изображены на рис. 4. Он состоит из двух глухих (т. е. полностью отражающих) зеркал разной апертуры.

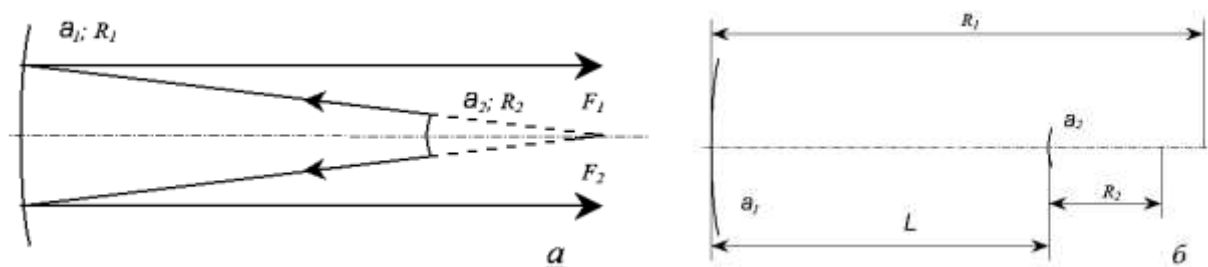


Рис. 4.

Конструкция и схема хода лучей в телескопическом неустойчивом резонаторе

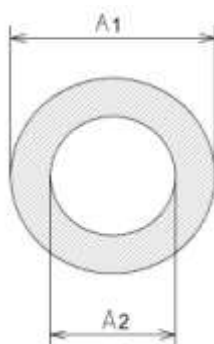


Рис. 5

Кольцевая форма апертуры лазерного луча, выходящего из телескопического резонатора.

При чем, кривизна меньшего зеркала направлена в другую сторону по сравнению с конфокальным резонатором. Отношение радиусов апертуры зеркал называют

коэффициентом увеличения резонатора. $M = a_1/a_2$, где a_1 и a_2 – апертуры большого и маленького зеркал соответственно.

Нетрудно видеть, что излучение из такого резонатора будет выходить в форме кольца (рис.5).

Это, казалось бы, не очень хорошо с точки зрения обработки материалов (область в центре не нагревается), но при фокусировке этот недостаток частично устраняется, как это будет показано в дальнейшем. Кроме того, и это самое главное, почему такой резонатор, как правило, применяется в мощных лазерах, в конструкции резонатора оба зеркала глухие. Дело в том, что полупрозрачные зеркала не могут пропускать мощное излучение, они быстро нагреваются выходят из строя.

При распространении лазерного луча на большие расстояния неизбежно происходит увеличение его апертуры. Это явление называется *расходимостью* лазерного излучения. Чаще всего расходимость вызвана изначальной небольшой непараллельностью лазерного луча и называется *геометрической расходимостью*. Точный расчет угла геометрической расходимости возможен только после расчета конфигурации электромагнитного поля в резонаторе. Оценочная формула для этого угла θ выглядит так:

$$\theta \cong a/2L \quad (4)$$

где: a – апертура луча на выходе, L – длина резонатора.

Однако даже идеально параллельный лазерный луч будет неизбежно расходиться вследствие дифракции. Угол дифракционной расходимости можно оценить по формуле:

$$\theta \cong \frac{z\lambda}{a^2} \quad (5)$$

где z путь пройденный лазерным лучом, λ - длина волны.

Распределение электромагнитного поля при $z \rightarrow \infty$ называется распределение в дальней зоне. Оно же справедливо и в фокусном пятне, поскольку при фокусировке оптический путь луча обращается в бесконечность. Для этого полученное распределение поля на зеркалах резонатора снова подставляется в интеграл Френеля Кирхгофа, но записанный уже в другом виде, где учтено стремление z к ∞ . По форме он схож с преобразованием Фурье:

$$F(\alpha_x, \alpha_y) = \frac{1}{\lambda} \iint \exp\left[-\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha_x x_1 + \alpha_y y_1)\right] u(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \quad (6)$$

$$I(\alpha_x, \alpha_y) = |F(\alpha_x, \alpha_y)|^2$$

В результате вычисляется распределение интенсивности по углу расходимости. Геометрическое распределение интенсивности в фокальном пятне $I(x_2, y_2)$ вычисляется с помощью следующих соотношений:

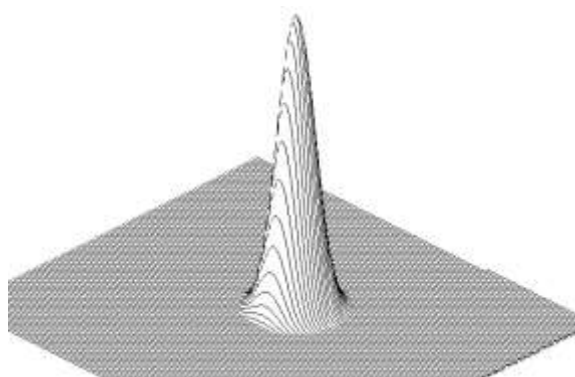
$$x_2 = \alpha_x f \quad (7)$$

$$y_2 = \alpha_y f$$

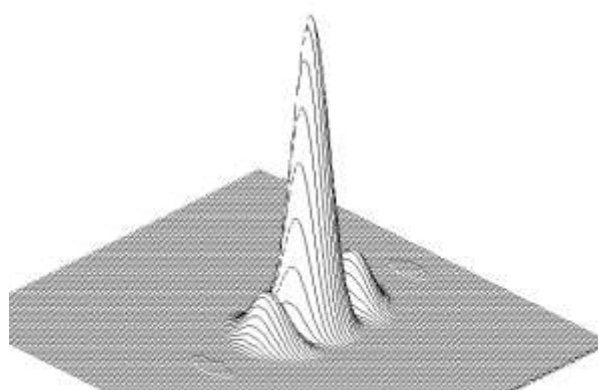
где f – фокусное расстояние линзы.

Лучше всего фокусируется гауссова мода устойчивого резонатора (TEM_{00}), ее вид описывается функцией Гаусса, которая остается при m и $n = 0$ в формуле (3):

$$u(x_1, y_1) = \exp\left(-\frac{(x_1^2 + y_1^2)}{2r_0^2}\right) \quad (8)$$



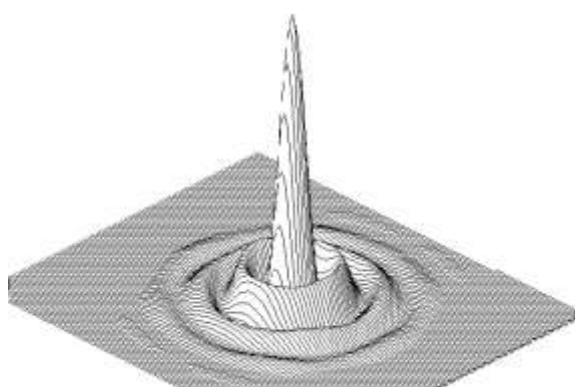
а) Мода $TEM_{0,0}$



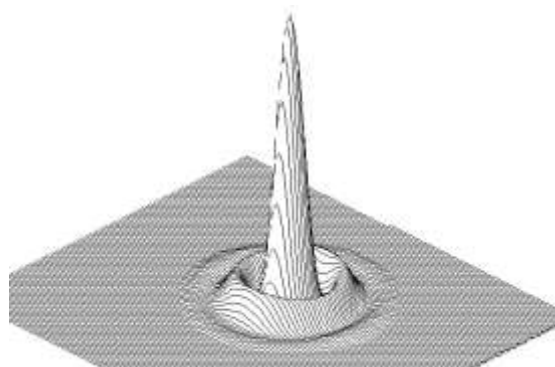
б) Мода $TEM_{1,0}$

Рис 6

Распределение интенсивности электромагнитного излучения в фокусном пятне для устойчивого резонатора.



а) $M = 1,5$



б) $M = 2$

Рис. 7

Распределение интенсивности электромагнитного излучения в фокусном пятне для кольцевой формы луча.

Эта мода является своеобразным “эталоном” фокусировки, поскольку сохраняет при фокусировки свой вид (функция Гаусса не меняется при преобразовании Фурье). Хуже фокусируются моды более высокого порядка.

На рис. 6 а, б, в приведены распределения интенсивности в фокусном пятне мод $TEM_{0,0}$ и $TEM_{1,0}$ соответственно. Видно заметное перераспределение энергии из центрального пика в периферийные.

В случае неустойчивого резонатора когда излучение выводится в форме кольца распределение поля в фокусном пятне будет иметь вид гауссоиды в центре окруженной серией колец. Для кольца с $M=1,5$, $M=2$ результаты расчетов приведены на рис. 7 а, б соответственно.

Видно, что чем больше M , то есть, чем толще кольцо, тем лучше качество излучения в фокусном пятне. Доля интенсивности в центральном пике увеличивается по отношению к концентрическим кольцам.

Количественно эту тенденцию можно выразить, во-первых: параметром, называемым кружком Эйри, то есть кругом внутри которого сосредоточено 84% энергии излучения; во-вторых, отношением энергии в центральном пике к общей энергии излучения.

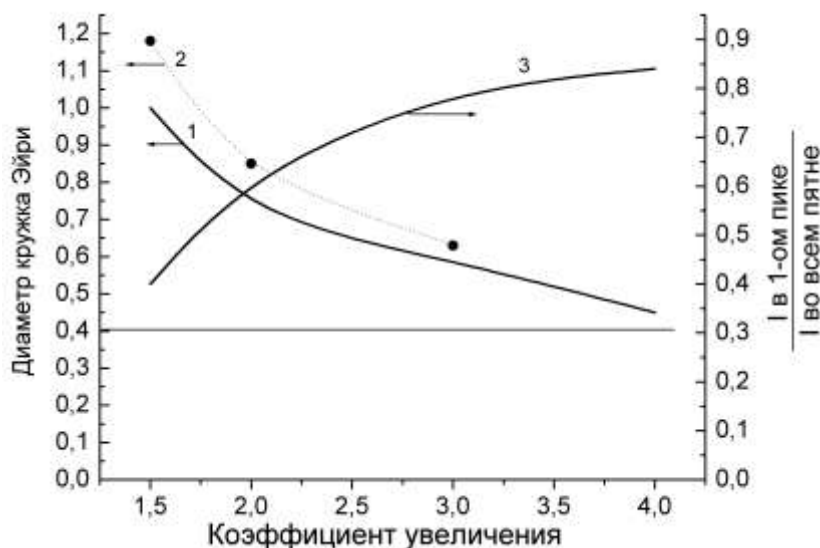


Рис 8

Зависимость диаметра кружка Эйри (кривые 1 – расчет, 2 – эксперимент) и отношения энергии в центральном пике к общей энергии излучения (кривая 3) от коэффициента увеличения (толщины кольца). Прямая линия – мода $TEM_{0,0}$

Зависимость этих параметров от M представлена на рис. 8. Видно, что преувеличение M увеличивается доля энергии в центральном пике, а размер кружка Эйри

уменьшается. При $M=4$ эти параметры почти совпадают с идеальными, то есть рассчитанными для гауссовой моды (формула 8) (прямая линия).

Отличия теоретических и экспериментальных результатов можно объяснить не идеальностью линзы, которая не может в реальной ситуации сфокусировать излучение строго в точку. Поэтому в данном случае обращать оптический путь z в ∞ не корректно и вместо формулы (6) нужно пользоваться более точной формулой для интеграла Френеля Кирхгофа (2). На рисунке 9 приведены распределения интенсивностей в фокусном пятне для $M = 1,5$ без учета (а) и с учетом (б) не идеальности линзы.

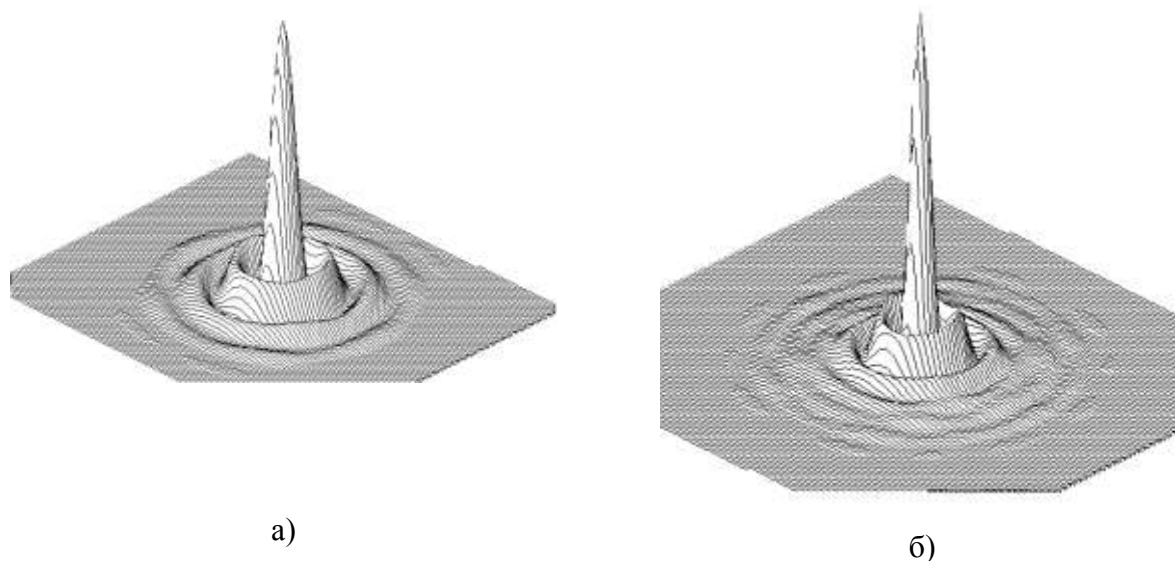


Рис. 9

Распределение интенсивности электромагнитного излучения в фокусном пятне $M = 1,5$ для идеальной а) и реальной б) линз.

Видно явное “расплывание” пятна в случае не идеальной линзы.

2. Методика расчёта

На основе методики расчёта дифракции, изложенной в [3], была разработана программа вычисления функции рассеяния точки (ФРТ) для любой оптической системы (ОС) и фиксированной длины волны λ . Суть метода заключается в том, что от каждой элементарной площадки входной диафрагмы берётся луч, для которого вычисляется длина оптического пути L от входной диафрагмы до рассматриваемой точки. Далее вычисляется фаза колебаний волны как $2\pi L/\lambda$, а по фазе рассчитываются составляющие вклада в комплексную амплитуду для данной элементарной площадки $dx dy$:

$$C = \frac{\tau(d-z)\cos(2\pi L/\lambda)}{L^2} dx dy, \quad (9)$$

$$S = \frac{\tau(d-z)\sin(2\pi L/\lambda)}{L^2} dx dy, \quad (10)$$

где τ – пропускание на входной диафрагме (в долях безразмерной единицы); $d=F-k\delta$ – расстояние от диафрагмы до плоскости изображения; $\delta=8\lambda F^2/H^2$ – длина характерного для каждой ОС отрезка вдоль оси, на протяжении которого фаза волны пробегает интервал от нуля до 2π ; k – целое или дробное число в единицах δ ; $z=F - (F^2 - x^2 - y^2)^{1/2}$ – нормаль сферического фронта безабберационной ОС; для ОС со сферической aberrацией в эту величину добавляется волновая aberrация, распределение которой по поверхности интегрирования задавалось в виде обобщённого профиля Кербера [3], описывающего сферическую aberrацию любой ОС; F – фокусное расстояние ОС; x, y – координаты площадки $dx dy$ на диафрагме; $L^2 = (x-t)^2 + (y-r)^2 + (z-d)^2$ – квадрат оптического пути; t и r – координаты i -й точки графика ФРТ.

Суммарная интенсивность излучения I от всего окна диафрагмы для i -й точки графика ФРТ вычислялась как сумма квадратов составляющих комплексной амплитуды, посчитанных двукратным интегрированием по входной диафрагме методом Гаусса при интерполировании подынтегральных функций полиномами Лежандра 4-й степени, по формуле:

$$I = \left(\int_{-L_H/2}^{L_H/2} \int_{-H/2}^{H/2} C dx dy \right)^2 + \left(\int_{-L_H/2}^{L_H/2} \int_{-H/2}^{H/2} S dx dy \right)^2, \quad (11)$$

где L_H – длина прямоугольной диафрагмы; H – её ширина.

3. Описание интерфейса программы расчёта

Программа FRT2Gaus для расчёта интенсивности лазерного излучения в пятне фокусировки для конфокального резонатора представляет собой классическое многодокументное приложение (MDI-приложение (Multiple Document Interface) (рис 10):

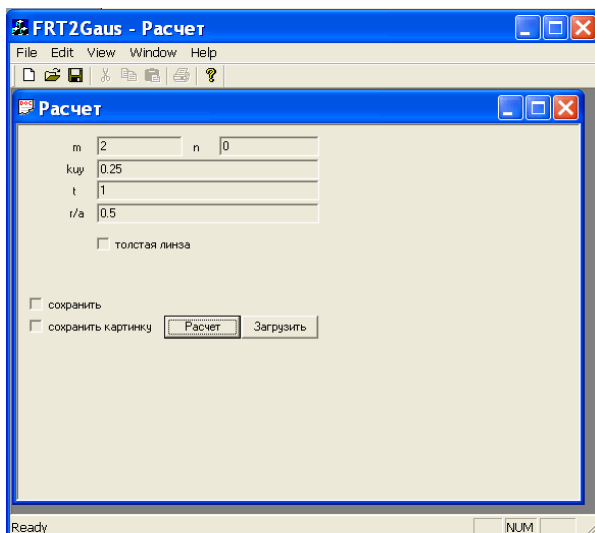


Рис. 10 Окно ввода информации программы FRT2Gaus для конфокального резонатора.

При запуске появляется основное окно программы и окно в котором вводятся исходные данные для расчёта:

m и n – коэффициенты, определяющие моду колебаний.

ku – коэффициент увеличения (высота графика обратно пропорциональна значению данного коэффициента)

t – линейный размер области интегрирования в фокусном пятне.

r/a – отношение характерного радиуса r_0 (см. формулы и) к апертуре резонатора.

флажок «Толстая линза» позволяет сфокусировать лазерное излучение с помощью неидеальной (толстой) линзы.

Также существует возможность сохранения графика в виде массива и графического файла в формате bmp (соответствующие флажки «Сохранить» и «Сохранить картинку»)

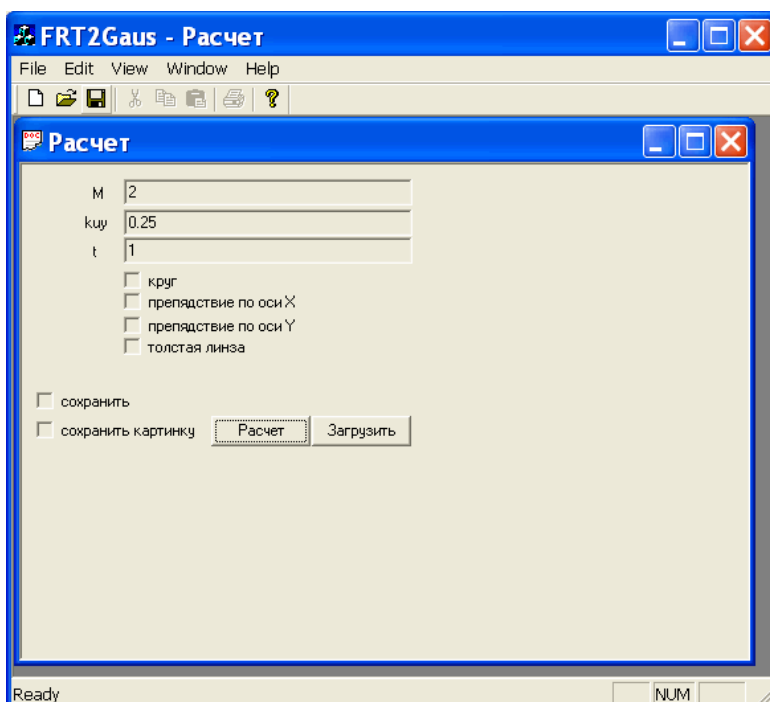


Рис. 11 Окно ввода информации программы FRT2Gaus для неустойчивого телескопического резонатора.

Для запуска расчёта используется кнопка «Расчёт» - при этом создаётся новое дочернее окно в котором изображается график, кнопка «Загрузить» позволяет загрузить ранее сохранённый массив данных и программа изобразит его графически.

Интерфейс программы FRT2Gaus для расчёта интенсивности лазерного излучения в пятне фокусировки для неустойчивого телескопического резонатора аналогичен интерфейсу данной программы для конфокального резонатора (рис 10).

Исходные данные для расчёта:

M – коэффициент увеличения.

k_{uy} – коэффициент увеличения (высота графика обратно пропорциональна значению данного коэффициента)

t – линейный размер области интегрирования в фокусном пятне.

Программа позволяет использовать различные дополнительные параметры отмечая соответствующие флажки «круг», «препятствие по оси X», «препятствие по оси Y», «толстая линза». Препятствия по осям X и Y, означают наличие крепежных элементов маленького вогнутого зеркала резонатора, которые делают “разрезы” в выходном кольце излучения вдоль соответствующих осей.

Также как и для программы расчёта в конфокальном резонаторе, имеется возможность сохранения массива данных, так и графического файла. Назначение кнопок аналогично программе для конфокального резонатора – «Расчёт» запускает расчёт графика, «Загрузить» - загружает массив для изображения сохранённых массивов графически.

4. Порядок работы с программой.

Для расчета распределения интенсивности электромагнитного поля лазерного излучения в пятне фокусировки для неустойчивого телескопического резонатора необходимо:

1. Запустить программу FRT2Gaus.exe.
2. Ввести выбранное значение коэффициента увеличения резонатора M .
3. Поставить флажки “препятствие по оси X”, “препятствие по оси Y”, “толстая линза”, если это предусмотрено заданием.
4. При необходимости сохранить картинку поставить соответствующий флажок.

5. Нажать кнопку “Расчет”. Если флажок “сохранить картинку” поставлен, то сразу же появиться окно сохранения картинки в файл. Необходимо ввести имя файла, в который будет записана картинка. Далее нажать кнопку “Открыть”. По окончании расчета картинка автоматически сохраниться в указанный файл.

Для улучшения наглядности расчетной картинки необходимо подобрать подходящие масштабы по высоте и площади, меняя параметры “kuu” и “t” соответственно.

В случае устойчивого резонатора необходимо:

1. Запустить программу FRT2Gaus_TEM.exe
2. Ввести числовые значения индексов m и n рассчитываемой моды $TEM_{m,n}$ (вводить нужно только целые числа).
3. Ввести значение g/a – отношения характерного радиуса r_0 к апертуре резонатора.
4. При необходимости (если это предусмотрено заданием) поставить флажок «толстая линза».
5. Выполнить пункты 4 и 5 для случая неустойчивого телескопического резонатора (см. выше).

Меняя параметры “kuu” и “t” подобрать подходящие масштабы по высоте и площади соответственно.

5. Задание для самостоятельной работы.

Для неустойчивого телескопического резонатора:

- Провести сравнительные расчеты распределения интенсивности электромагнитного поля лазерного излучения в пятне фокусировки варьируя коэффициент увеличения M от 1,2 до 3.
- Исследовать влияние препятствий по осям X и Y на расчетную картину.
- Сравнить фокусировку излучения идеальной и неидеальной “толстой” линзой.

Для устойчивого резонатора:

- Провести сравнительные расчеты распределения интенсивности электромагнитного поля лазерного излучения в пятне фокусировки для поперечных мод TEM с индексами: 00, 10, 11, 20, 21, 22, и других, указанных руководителем.

- Исследовать влияние отношения r/a на распределение интенсивности в пятне фокусировки для поперечных мод, указанных руководителем.
- Сравнить фокусировку излучения идеальной и неидеальной “толстой” линзой.

Список литературы

1. Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и лазерные пучки. – М.: Наука, 1990. – 264с.
2. Ландсберг Г.С. Оптика: Учеб. пособие для вузов. М.: Физматлит, 2003. – 848 с.
3. Каширин В. И. Универсальная асферическая поверхность. Деп. ВИНТИ 8358-84 от 26.12.84 (РЖ Физ., I3, 1985)