ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОФИЗИКИ УРАЛЬСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АСАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

БОЛТАЧЕВ ГРЭЙ ШАМИЛЕВИЧ

ОСОБЕННОСТИ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НАНОРАЗМЕРНЫХ ПОРОШКОВ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ПРОЦЕССЫ МАГНИТНО-ИМПУЛЬСНОГО КОМПАКТИРОВАНИЯ

01.04.07 – физика конденсированного состояния

01.04.13 – электрофизика, электрофизические установки

Научные консультанты: д.ф.-м.н. Волков Николай Борисович д.ф.-м.н. Зубарев Николай Михайлович

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Екатеринбург, 2015

Оглавление

 $\mathbf{5}$

Введение

Глава	1. Межчастичные взаимодействия в оксидных нанопорошках	25			
1.1	Традиционное описание контактных взаимодействий				
1.2	Стержневая модель упругого отталкивания сферических частиц 3				
1.3	Тангенциальное взаимодействие прижатых частиц				
	1.3.1 Обобщение закона Миндлина	35			
	1.3.2 Решение Егера для задачи о вращении прижатых частиц	40			
1.4	Образование прочных связей				
1.5	Притяжение сферических частиц посредством дисперсионных сил 4				
1.6	Учет эффекта запаздывания в дисперсионном притяжении частиц	50			
	1.6.1 Межмолекулярный потенциал	52			
	1.6.2 Обобщение формулы Гамакера	55			
1.7	Выводы к Главе 1	58			
Глава	2. Моделирование процессов компактирования методом гранулярной	i			
Глава дин	2. Моделирование процессов компактирования методом гранулярной памики	й 60			
Глава дин 2.1	2. Моделирование процессов компактирования методом гранулярной памики Методика расчетов	й 60 62			
Глава дин 2.1 2.2	2. Моделирование процессов компактирования методом гранулярной намики Методика расчетов	á 60 62 66			
Глава дин 2.1 2.2	2. Моделирование процессов компактирования методом гранулярной намики Методика расчетов	60 62 66 66			
Глава дин 2.1 2.2	2. Моделирование процессов компактирования методом гранулярной камики Методика расчетов	60 62 66 66 71			
Глава дин 2.1 2.2 2.3	2. Моделирование процессов компактирования методом гранулярной камики Методика расчетов	á 60 62 66 66 71 75			
Глава дин 2.1 2.2 2.3	2. Моделирование процессов компактирования методом гранулярной памики Методика расчетов	á 60 62 66 66 71 75 75			
Глава дин 2.1 2.2 2.3	2. Моделирование процессов компактирования методом гранулярной тамики Методика расчетов	á 60 62 66 66 71 75 75 81			
Глава дин 2.1 2.2 2.3 2.3	2. Моделирование процессов компактирования методом гранулярной памики методика расчетов	á 60 62 66 71 75 75 81 86			
Глава дин 2.1 2.2 2.3 2.3	2. Моделирование процессов компактирования методом гранулярной намики методика расчетов	á 60 62 66 66 71 75 75 81 86			

2.6	Сдвиговое деформирование при постоянном объеме					
2.7	Поверхности нагружения модельных систем	99				
	2.7.1 Выделение "упруго-обратимого" вклада	100				
	2.7.2 Аппроксимационные формулы для поверхностей нагружения	102				
2.8	Выводы к Главе 2	104				
Глава	3. Континуальное описание порошкового тела	107				
3.1	Основные положения теории пластично уплотняемого пористого тела	109				
3.2	Объекты исследования	111				
3.3	Построение эмпирических законов упрочнения	112				
3.4	Осесимметричное радиальное уплотнение порошкового тела	114				
3.5	б Упругое противодействие проводящей оболочки					
3.6	б Сопоставление с экспериментальными данными					
3.7	Недостатки теории пластично-упрочняющегося тела	123				
	3.7.1 Симметрия поверхности нагружения	123				
	3.7.2 Ассоциированный закон	125				
3.8	Выводы к Главе 3	128				
Б						
глава	4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном	Л				
Глава пре	4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном ecce	л 129				
1 лава пре 4.1	4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном ecce Экспериментальное оборудование	л 129 131				
1 лава пре 4.1 4.2	4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном ecce Экспериментальное оборудование Математическая модель процесса	л 129 131 132				
пре 4.1 4.2 4.3	 4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном Экспериментальное оборудование Математическая модель процесса Влияние параметров прессования на конечную плотность компакта и эффек- 	л 129 131 132				
пре 4.1 4.2 4.3	 4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном эссе Экспериментальное оборудование Математическая модель процесса Влияние параметров прессования на конечную плотность компакта и эффективность процесса 	 129 131 132 139 				
пре 4.1 4.2 4.3 4.4	 4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном экссе Экспериментальное оборудование Математическая модель процесса Влияние параметров прессования на конечную плотность компакта и эффективность процесса Возможные способы значительного повышения эффективности одноосного 	 129 131 132 139 				
пре 4.1 4.2 4.3 4.4	 4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном Экспериментальное оборудование Экспериментальное оборудование Математическая модель процесса Влияние параметров прессования на конечную плотность компакта и эффективность процесса Возможные способы значительного повышения эффективности одноосного прессования 	 129 131 132 139 144 				
пре 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5	4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном экспериментальное оборудование Экспериментальное оборудование Математическая модель процесса Влияние параметров прессования на конечную плотность компакта и эффективность процесса Возможные способы значительного повышения эффективности одноосного прессования Ударно-волновой режим компактирования	 129 131 132 139 144 148 				
пре 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5	4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном экспериментальное оборудование	 129 131 132 139 144 148 150 				
пре 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5	4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном экспериментальное оборудование	 129 131 132 139 144 148 150 153 				
пре 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5	 4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном ессе Экспериментальное оборудование	 129 131 132 139 144 148 150 153 158 				
пре 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5	 4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном жсе Экспериментальное оборудование	 ▲ 129 131 132 139 144 148 150 153 158 ы163 				
пре 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5	 4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном ессе Экспериментальное оборудование	 ▲ 129 131 132 139 144 148 150 153 158 ↓163 164 				
пре 4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6	 4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном жесе Экспериментальное оборудование	 ▲ 129 131 132 139 144 148 150 153 158 ↓163 164 166 				

	4.6.4	Результаты расчетов и обсуждение	174
4.7	Вывод	цы к Главе 4	176
Глава	5. Pa	лиальное компактирование нанопорошков в проволящих оболоч	I -
ках			179
5.1	Закон	омерности динамических процессов радиального уплотнения нанопорошко	в181
	5.1.1	Динамика проводящей оболочки	181
	5.1.2	- Динамика уплотняемого порошкового тела	182
	5.1.3	Влияние радиальных размеров системы "порошок + оболочка" на про-	
		цесс уплотнения порошка	184
	5.1.4	Влияние параметров импульса внешнего давления на процесс уплотне-	
		ния порошка	189
5.2	Радиа	льное магнитно-импульсное прессование в условиях резко выраженного	
	скин-з	эффекта	197
	5.2.1	Динамика электрического контура	197
	5.2.2	Сопоставление с экспериментальными данными	201
	5.2.3	Компактирование тонкостенных цилиндрических заготовок	207
	5.2.4	Повышение эффективности схемы Z-пинча за счет параметров электри-	
		ческого контура	212
5.3	Учет	диффузии магнитного поля в геометрии Ө-пинча	214
	5.3.1	Расширение цилиндрической оболочки магнитным полем внешнего ин-	
		дуктора	215
	5.3.2	Расслоение биметаллического цилиндра в импульсном магнитном поле	220
	5.3.3	Теоретическая модель компактирования порошка	224
	5.3.4	Верификация теоретической модели	234
	5.3.5	Теоретические расчеты и обсуждение	239
5.4	Вывод	цы к Главе 5	245
201/110			91Q
Заклю	чение		240
Благод	царнос	СТИ	252
Списо	к публ		252
	K HYUJ	икации автора по теме диссертационной работы	400
Список литературы			

Введение

Актуальность темы исследования. Проблема уплотнения гранулированных сред и, в частности, компактирования нанопорошковых материалов представляет значительный интерес, в первую очередь, в связи с развитием способов получения материалов с новыми неожиданными свойствами [1-3]. С разработкой новых нанокерамических материалов связывают развитие таких отраслей, как электроника, водородная энергетика, фармацевтика, экология и др. [2]. Широкую сферу применения имеет оксидная керамика на основе таких материалов как Al₂O₃, ZrO₂, Y₂O₃ и т.д. В частности, нанокерамика на основе оксида циркония является перспективным материалом для твердооксидных топливных элементов [4, 5], прозрачная керамика оксида иттрия рассматривается как рабочая среда твердотельных лазеров [6]. Особую роль отчасти в связи с относительно широкой доступностью играет оксид алюминия [7]. Высокие прочностные и антикоррозионные свойства оксида алюминия обеспечивают его высокую востребованность в качестве конструкционного материала для изготовления износостойких деталей, работающих в жестких условиях интенсивного воздействия различных факторов (механической, химической, тепловой природы).

Изготовление нанокерамики методами порошковой металлургии предполагает наличие трех основных этапов: производство наноразмерного порошка, его компактирование и, наконец, спекание. Эти этапы могут быть объединены как, например, в процессах горячего прессования, но тем не менее присутствуют явно или неявно во всех современных технологиях. Объединяя два последних этапа (компактирование и спекание) термином консолидация, можно отметить, что основными направлениями, в рамках которых, достигнуты определенные успехи по консолидации нанопорошковых сред, в настоящее время являются [8-11]: спаркплазменное спекание, методы высоковольтного спекания под давлением, микро-волновое спекание, процессы горячего прессования, и наконец, "традиционная" схема "холодное прессование + спекание". Первые три метода активно развиваются в настоящее время, но им еще предстоит доказать свою эффективность, воспроизводимость и экономическую целесообразность. Горячее прессование не нашло широкого применения ввиду необходимости разработки сложного пресс-оборудования при том, что существенное повышение температур эксплуатации ощутимо понижает прочностные характеристики используемых материалов. Последняя схема ("холодное прессование + спекание") была отработана и, пожалуй, доведена до совершенства в предыдущие полвека в применении к обычным и микроразмерным порошковым материалам [3, 11 - 13]. Их компактирование, как правило, проводилось статическими, либо высокоскоростными (например, ударными, взрывными) методами. К сожалению, консолидация наноразмерных порошков оказалась гораздо более сложной задачей.

Основной проблемой при работе с нанопорошками является сохранение наноструктуры в процессах компактирования и последующего спекания [6]. Высокая скорость рекристаллизации и, как следствие, рост зерна требуют существенно снижать температуры спекания. Прочная керамика, например, нанокерамика конструкционного назначения на основе оксида алюминия при этом может быть получена, если порошковые заготовки предварительно скомпактированы до относительно высоких плотностей — порядка 0.7 от максимальной плотности [7]. В то же время, в экспериментальных исследованиях была обнаружена крайне низкая уплотняемость нанопорошков — т.н. размерный эффект в процессах компактирования: чем меньше размер частиц порошка, тем более высокие давления прессования необходимы для достижения заданной плотности [3, 14]. Причину размерного эффекта связывают с наличием больших сил адгезионного сцепления отдельных частиц нанопорошка, которые сильно затрудняют относительное перемещение частиц, их перегруппировку для достижения более плотной упаковки. В виду необходимости применения экстремально высоких давлений, подчас превышающих пределы прочности используемого оборудования, традиционные способы статического прессования оказались мало эффективны для компактирования нанопорошков [3]. Высокоскоростные (ударные, взрывные) методы характеризуются непредсказуемостью и сильным разрушительным воздействием — за ударной волной сжатия, как правило, следует волна(ы) растяжения [15, 16].

Методы магнитно-импульсного прессования [4, 6, 7] занимают промежуточное положение по скорости воздействия между статическими и высокоскоростными методами. Относительно медленное нарастание и спад импульса внешней нагрузки, по сравнению с ударным воздействием, не приводит к образованию в уплотняемом материале ударных волн с их разрушительными последствиями. В то же время, относительно высокая скорость движения среды позволяет реализовать инерционный механизм уплотнения, за счет чего достигаются существенно более высокие давления прессования, чем в статических методах [4]. Отмеченные обстоятельства предопределили высокую перспективность развития магнитно-импульсных методов холодного компактирования и, как следствие, высокую актуальность их глубокого теоретического изучения.

Процессы магнитно-импульсного прессования не предполагают прямого действия магнитным полем на порошковое тело, поскольку порошки, как правило, характеризуется низкими значениями электрической проводимости и магнитной восприимчивости. Вместо этого воздействие импульсного магнитного поля прикладывается к проводящим телам (цилиндрическая трубка, плоский ударник и т.д.), которые выступают в роли прессующего "молота" [17]. Так, еще в 1964 г. Сандстром [18] предложил и реализовал электродинамическое прессование порошка в трубе, которая сжимается под действием импульсного магнитного поля собственного тока (т.н. схема Z-пинча). Широкое применение нашло также радиальное индукционное сжатие металлических оболочек [19], известное как Ө-пинч [20]. Перспективность использования магнитно-импульсных методов для формования наноразмерных порошков была продемонстрирована в работах [21, 22]. Используя одноосное прессование, были получены компакты оксида алюминия с пористостью менее 30%, что существенно упрощает проблему сохранения наноструктуры на этапах последующего спекания. Несмотря на столь длительную историю экспериментальных исследований необходимое теоретическое описание, позволяющее проводить детальное и глубокое изучение процессов магнитно-импульсного прессования нанопорошков, до настоящего времени отсутствовало. В частности, не было достигнуто определенности, с чем связано улучшение прессуемости порошков при магнитно-импульсном воздействии: наличием инерционных эффектов [4, 23] или изменением характера межчастичных взаимодействий ("надбарьерное преодоление адгезионных сил" [22, 24, 25]). Многочисленные предшествующие исследования были направлены на описание отдельных составляющих магнитно-импульсного процесса: воздействие на проводящие лайнеры с целью генерации сильных импульсных магнитных полей, например, работы [26-32]; магнитно-импульсная обработка металлов [33-35]; механические свойства порошкового тела под статической нагрузкой, например, работы [12, 13]. В связи с этим, одной из задач данного исследования является построение теоретических моделей, объединяющих все компоненты процесса магнитноимпульсного прессования и взаимосогласованно описывающих как динамику электрической схемы, посредством которой генерируется необходимый импульс магнитного поля, так и динамику механической системы "прессующий молот + уплотняемый нанопорошок".

Одной из наиболее сложных и наименее исследованных проблем в рамках данной задачи является описание механических свойств наноразмерного порошка. Успешное описание динамики уплотнения требует задать "уравнение состояния" изучаемого материала, т.е. зависимость между плотностью нанопорошка и приложенным извне давлением. Порошок, с одной стороны, является твердым телом — он оказывает заметное сопротивление сдвиговому деформированию, его тензор напряжений не шаровой; с другой стороны, он уплотняется

под давлением, что принципиально отличает порошковое тело, например, от сплошного металлического образца. Причем уплотнение порошка в основном носит необратимый характер — его плотность не восстанавливается после снятия нагрузки. Необратимость уплотнения связана с диссипацией энергии за счет процессов трения на межчастичных контактах. Поскольку скорость диссипации энергии при трении линейно пропорциональна скорости относительного перемещения тел (закон сухого трения Кулона), то наиболее обоснованное описание порошкового тела достигается в рамках теории пластичности [36]. При этом модельным прообразом порошка выступает пластично-упрочняющееся пористое тело, объем которого под действием внешнего давления уменьшается за счет сдавливания пор. Теория пластичноупрочняющегося пористого тела была развита и экспериментально верифицирована в работах киевских ученых [12, 13] применительно к описанию процессов спекания и горячего прессования микронных порошков. Мы применим данную теорию для описания процессов холодного компактирования наноразмерных порошков, для чего используем (в 3 главе) полуэмпирический подход, когда основное "уравнение состояния" порошка, т.е. зависимость предела текучести от плотности, определяется на основании экпериментальных адиабат сжатия. Математический аппарат теории пластичного пористого тела позволяет установить упругое противодействие и границу инициирования пластично-необратимых процессов при любом напряженном состоянии: одноосное прессование, двухстороннее или радиальное уплотнение, всестороннее сжатие и т.д. Известная величина всех компонент тензора напряжений позволяет интегрировать (по крайней мере, численно) уравнение движения уплотняемой среды и исследовать инерционные эффекты.

В то же время, необходимо отметить, что в применении к оксидным нанопорошкам, частицам которых не свойственно пластичное деформирование, теория пластичноупрочняемого пористого тела утрачивает свою изначальную строгость и наглядность. Ее основные положения (предел текучести, упрочнение) приобретают достаточно условный характер. Другим недостатком полуэмпирического феноменологического подхода является то, что специфические особенности поведения нанопорошков, например, размерный эффект в процессах компактирования, оказываются за рамками теории. В связи с этим высокую актуальность приобретают задачи по верификации данной теории и, возможно, ее дальнейшего развития.

Наиболее полное и самодостаточное описание изучаемого объекта (оксидный нанопорошок) возможно в рамках микроскопического подхода, когда поведение представительного элемента моделируется в рамках метода гранулярной динамики (в зарубежной литературе метод дискретных элементов) [37]. Данный подход активно развивается в настоящее время

применительно к описанию микронных, либо более крупнозеренных порошков [38-45]. Отличительной особенностью наноразмерных порошков является высокий уровень сил дисперсионного притяжения, которые учитывались в небольшом количестве исследований в довольно упрощенной манере [46-51]. В то же время, можно заметить, что оксидные наноразмерные порошки, а в особенности порошки на основе оксида алюминия, получаемые в Институте электрофизики УрО РАН методами лазерной абляции и электрического взрыва проводников, представляют собой идеальный объект для численного моделирования. Отдельные частицы данных порошков характеризуются высокой сферичностью и прочностью. Сферичность — есть результат наличия жидко-капельной стадии в процессах изготовления, когда формообразование определяется силами поверхностного натяжения [52]. Высокие прочностные качества наночастиц обусловлены их бездефектностью: дислокации выталкиваются из них большими силами "изображений" [3]. В результате, наночастицы ведут себя подобно упругим шарикам, не подверженным пластичному смятию или разрушению вплоть до экстремально высоких напряжений, порядка теоретического предела прочности материала. Последний для оксида алюминия (в α-фазе) составляет около 10–12 ГПа. Отмеченные особенности позволяют вывести компьютерное моделирование методом гранулярной динамики на максимально строгий теоретический уровень, и достичь наиболее полного описания механических свойств порошковых компактов, включая специфичные черты изучаемого объекта такие, например, как размерные эффекты в процессах компактирования.

Стартовой (отправной) точкой компьютерного эксперимента и главной характеристикой порошкового тела на микроуровне, а значит — первопричиной всех особенностей его механических свойств, являются свойства отдельных частиц и силовые взаимодействия между ними. Проблемы межчастичных взаимодействий многократно обсуждались в научной литературе, но в основном применительно к описанию крупнозеренных порошков (микронного, либо миллиметрового размеров) [53]. Так, упругое отталкивание частиц традиционно описывается законом Герца, который строго применим лишь в области бесконечно малых деформаций и напряжений. Силы дисперсионных притяжений не играют для крупных порошков столь значительной роли, как для нанопорошков, поэтому учитываются, как правило, весьма схематично, часто просто на уровне введения адгезионных членов непосредственно в законы упругого отталкивания и тангенциального "трения" [47-50]. Необходимость более точного и строгого описания межчастичных взаимодействий для точного воспроизведения свойств наноразмерных порошков требует глубокой ревизии традиционно используемых законов и соотношений.

Цель работы. В силу выше перечисленных проблем целью диссертационной работы является теоретическое исследование особенностей межчастичных взаимодействий в наноразмерных порошках, обусловленной ими специфики механических свойств порошкового тела на макроуровне (например, размерные эффекты при компактировании), и построение теоретических моделей процессов магнитно-импульсного прессования, в ходе которых удается преодолевать низкую прессуемость нанопорошков.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе были поставлены и решены следующие задачи. Выполнен анализ существующих теорий межчастичного взаимодействия сферических упругих частиц, их развитие и доработка для корректного описания контактных (упруго-диссипативных) и дисперсионных взаимодействий в нанопорошках. В частности, предложено обобщение традиционного закона Герца, применимое для описания сил упругого отталкивания в области конечных деформаций и напряжений. Проведено построение численных дискретных моделей, в рамках метода гранулярной динамики удовлетворительно воспроизводящих экспериментальные данные о компактировании оксидных нанопорошков. В частности промоделированы размерные эффекты в процессах компактирования нанопорошков. Осуществлено построение полуэмпирических моделей в рамках теории пластично-упрочняющегося пористого тела, описывающих поведение изучаемых порошков в любых напряженно-деформированных состояниях. В качестве тестового материала исследований выступают нанопорошки на основе оксида алюминия (Al_2O_3) , по которым в Институте электрофизики УрО РАН накоплен богатый экспериментальный опыт как по производству, так и по компактированию в различных условиях: статическое и магнитно-импульсное прессование при одноосной, двухсторонней (радиальной), или всесторонней схемах приложения нагрузки. Полученные в компьютерных экспериментах и в рамках феноменологии пластичного пористого тела "уравнения состояния" нанопорошков используются для разработки теоретических моделей по описанию динамических процессов магнитно-импульсного компактирования: одноосное прессование в металлических матрицах и радиальное прессование по схемам Z и Θ -пинчей. При этом взаимосогласованно решаются дифференциальные уравнения, описывающие как динамику электрической схемы для генерации импульсного магнитного поля, так и динамику механической системы, включающей уплотняемый порошок. На основе развитых моделей изучены различные закономерности и динамические эффекты магнитноимпульсных методов, в том числе, описан и проанализирован инерционный эффект, позволяющий достигать давлений прессования многократно превышающих "давления" исходного магнитного поля. В рамках одноосного прессования предложены и исследованы различные способы повышения эффективности работы одноосного пресса, а также детально проанализированы перспективы нестандартной организации его работы — в ударном режиме. Выявлены условия максимальной эффективности прессования по схемам Z- и Θ-пинчей. Аналитически решены задачи о диффузии магнитного поля в условиях Θ-пинча во внутреннюю полость проводящей оболочки, и обнаружены условия, при которых возможно расширение проводящих трубок остаточным магнитным полем. В целом, развитые теоретические модели позволили достичь выской точности описания изучаемых процессов, о чем свидетельствует прямое сопоставление с имеющимися экспериментальными данными, и глубокого понимания механизмов, определяющих поведение уплотняемых нанопорошков как на микро-, так и на макроуровне.

Научная новизна работы заключается в том, что впервые:

- Предложено обобщение классического закона Герца стержневая модель, которая позволяет описывать упругое взаимодействие сферических частиц в широкой области деформаций и напряжений. Модель взаимосогласованно дает распределение нормальных напряжений в контактной области и силу упругого отталкивания; имеет физически корректные асимптотики в пределе малых деформаций, где она переходит в закон Герца, и в пределе сильных деформаций, где она в согласии с имеющимися в литературе сведениями по моделированию частиц методом конечных элементов дает более сильное отталкивание, нежели модель Герца.
- В рамках стержневой модели контакта получено аналитическое решение классической задачи Миндлина — о тангенциальном взаимодействии прижатых упругих частиц при их относительном сдвиге параллельно плоскости контакта. Для вывода использован метод бесконечно малых поршней, впервые примененный Егером для решения задачи Миндлина в рамках герцевской контактной модели.
- Предложена модификация формулы Гамакера для энергии дисперсионного притяжения макрочастиц, позволяющая описывать взаимодействие наночастиц на сколь угодно малых расстояниях, вплоть до их касания. Классическое выражение Гамакера при этом имеет сингулярный характер — энергия дисперсионного притяжения расходится. Избежать расходимости позволило введение "минимального зазора", который остается между внешними молекулами макрочастиц при их касании. Величина зазора определена на основе асимптотического перехода от взаимодействия макрочастиц к взаимодействию отдельных молекул.
- Предложен модельный потенциал межмолекулярного взаимодействия, который, с одной стороны, учитывает эффект запаздывания на относительно больших расстояниях (100

нм и более), а с другой стороны, позволяет аналитически взять шестикратный интеграл Гамакера. Это позволило записать аналог выражения Гамакера — энергию взаимодействия двух макрочастиц, который учитывает эффект запаздывания. Показано, что учет эффекта запаздывания существенен на межчастичных расстояниях (порядка 100 нм), при которых силы дисперсионного притяжения сопоставимы с силами гравитации, либо энергия притяжения сопоставима с энергией теплового броуновского движения частиц в жидкой среде. Таким образом, полученное выражение имеет высокую актуальность в задачах по описанию динамики коллоидных суспензий, используемых, например, на стадии производства нанопорошков (сепарация крупных частиц).

- Построены дискретные теоретические модели различных нанопорошков, как проявляюпцих слабую тенденцию к агломерации (слипание отдельных частиц в большие прочные агрегаты) — модельная система I, так и сильно агломерированных — модельная система II. В реальных порошках это различие связано с различным состоянием поверхности частиц: наличие большого количества адсорбированных веществ затрудняет образование прочных межчастичных связей, приводящих к объединению частиц в агрегаты. В ходе компьютерных экспериментов методом гранулярной динамики показано, что основным фактором, ответственным за существование размерных эффектов в процессах компактирования наноразмерных порошков, является дисперсионное притяжение наночастиц. В рамках построенных дискретных моделей достигнуто хорошее согласие с данными натурных экспериментов по компактированию нанопорошков различной дисперсности.
- Компьютерное моделирование методом гранулярной динамики позволило обнаружить слабую чувствительность нанопорошков к схеме приложения внешних нагрузок: достигаемая плотность компакта в основном определяется максимальной компонентой тензора напряжений и слабо (в пределах 1%) меняется при переходе от одноосного прессования к всестороннему. Подобное поведение принципиально отличает наноразмерные порошки от порошков микронного, или более крупного, размера, где различия по плотности в указанных процессах составляют 5–10%.
- Промоделировано сдвиговое нагружение порошкового тела при постоянном объеме (плотности). При относительных плотностях выше 30% обнаружена существенная положительная дилатансия нанопорошков: стремление увеличить свой объем при сдвиговом деформировании. Построены поверхности нагружения модельных систем. Обнаружено,

что их форма удовлетворительно описывается в $p-\tau$ плоскости (p — гидростатическая составляющая тензора напряжений, τ — интенсивность его девиатора) сдвинутым по p-оси эллипсом. Эллиптический вид поверхности нагружения свидетельствует в пользу использования феноменологической теории пластично-упрочняемого пористого тела.

- В рамках теории пластично-упрочняемого пористого тела построена полуэмпирическая модель нанопорошка. Свободные параметры модели (закон упрочнения) определены по экспериментальным адиабатам одноосного сжатия. Показано, что в рамках квазистатического рассмотрения невозможно описать уплотнение нанопорошков, достигаемое в динамичных магнитно-импульсных методах по известным схемам Z- и Θ-пинчей. Сопоставление с данными компьютерных экспериментов позволило выявить недостатки и ограничения феноменологического подхода. В частности, показана ограниченная применимость ассоциированного закона, который определяет "направление" деформаций, т.е. задает отношение отдельных компонент тензора скоростей деформаций, в сложно напряженных состояниях.
- Построена теоретическая модель компактирования порошков на одноосном прессе, которая с высокой точностью воспроизводит доступные из эксперимента временные развертки тока в электрическом контуре и давлений прессования. В рамках построенной модели проведен детальный анализ процесса: рассчитаны к.п.д. преобразования энергии электрического контура в кинетическую энергию ударника и затем в работу по прессованию порошка; предложены и изучены возможные способы повышения эффективности одноосного прессования. В частности, показано, что увеличение индуктивности и емкости электрического контура в три раза позволило бы увеличить давление прессования примерно вдвое.
- Промоделирован ударно-волновой режим работы одноосного пресса. В случае инициирования ударных волн малой амплитуды задача об уплотнении порошка в результате многократного прохождения фронта после отражения на контактных границах сведена к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которая решена аналитически.
 В результате решения показано, что низкая эффективность ударно-волнового режима работы одноосного пресса в основном связана с неидеальностью отражения волнового фронта на границах уплотняемой среды. Проведен анализ максимального уплотнения порошка при многократном ударном воздействии. Показано, что в этом случае достигаемая плотность определяется акустическим сопротивлением пуансонов и не зависит

от масс порошка и ударника.

- В процессах радиального компактирования (схемы Z и Θ-пинчей) задача о динамике механической системы "проводящая оболочка + порошок" в приближениях несжимаемости для материала оболочки и однородного уплотнения порошкового тела сведена к обыкновенному дифференциальному уравнению на положение внешней границы. На примере модельного (гармонического) импульса внешнего давления проанализированы основные закономерности процессов радиального прессования: исследовано влияние радиальных размеров механической системы, выявлен инвариантный характер процесса по отношению к пропорциональному изменению размеров; обнаружены и описаны эффекты периодичности и цикличности, приводящие к немонотонным зависимостям конечной плотности компакта от характеристик модельного импульса давления. Локализованы "резонансные" условия прессования, при которых максимально эффективно используются инерционные свойства механической деформируемой системы. Показано, что они соответствуют ситуации, когда основное уплотнение происходит примерно в момент первого максимума импульса внешнего давления.
- Продемонстрирована высокая эффективность схемы Z-пинча при прессовании тонкостенных порошковых изделий. Выделен безразмерный комплекс, содержащий начальные плотности и толщины порошка и оболочки, а также параметры внешнего импульса, который определяет динамику механической системы, и установлен диапазон его значений, соответствующий резонансным условиям прессования.
- Для геометрии Ө-пинча в случае неподвижной оболочки аналитически решены задачи о диффузии магнитного поля во внутреннюю полость оболочки как при отсутствии ней других проводящих тел, так и при наличии стержня с заданной удельной электрической проводимостью. Решение получено в рамках преобразования Лапласа и суммирования частных решений под интегралом Дюамеля. С учетом прочностных свойств оболочки локализована область ее размеров (толщина, диаметр), где возможно расширение оболочки за счет давления остаточного магнитного поля во внутренней полости. В рамках численного решения совместных задач о диффузии магнитного поля и движении проводящей оболочки описано увеличение радиуса оболочки в зависимости от амплитуды внешнего импульса. Результаты теоретических расчетов были подтверждены натурными экспериментами по расширению медных и алюминиевых трубок.
- Сформулирована полная система уравнений, описывающая процесс компактирования

порошков в условиях Θ -пинча, которая учитывает диффузию магнитного поля, как сквозь проводящую оболочку, так и внутрь витков внешнего соленоида, а также нагрев проводящих материалов, обусловленный джоулевыми потерями и работой пластической деформации (для оболочки). Для численного решения уравнений в частных производных (уравнение диффузии магнитного поля, уравнения теплопроводности для оболочки и соленоида) построены разностные схемы Кранка–Николсона, которые приведены к трехдиагональному виду с целью применения метода прогонки. В результате численного решения достигнуто согласие с экспериментальными данными о компактировании исследуемых порошков по схеме Θ -пинча. Проанализированы пространственные и временные распределения магнитных полей; динамика механической системы, в том числе при условиях, когда реализуется расширение проводящей оболочки в конце процесса; температурные поля.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Теоретическая значимость диссертационной работы, в первую очередь, определяется получением новых фундаментальных научных результатов: для описания упругих межчастичных сил в оксидных нанопорошках в условиях высоких внешних давлений предложена и разработана оригинальная стержневая модель контактного взаимодействия; на основе модельного межмолекулярного потенциала аналитически выведено выражение для энергии дисперсионного притяжения частиц с учетом эффекта запаздывания; установлено, что дисперсионные притяжения являются основной причиной размерных эффектов в процессах компактирования нанопорошков; в рамках компьютерного моделирования впервые построены поверхности нагружения нанопорошков, проанализирована применимость ассоциированного закона к описанию их поведения в сложно-напряженных условиях; получено аналитическое решение задач о диффузии магнитного поля в условиях Θ-пинча и показана возможность расширения цилиндрических проводящих оболочек за счет остаточного поля во внутренней полости; установлены условия (резонансные) максимально эффективной организации процессов магнитно-импульсного прессования, при которых давления, создаваемые в уплотняемой порошковой заготовке, многократно превышают давление исходного магнитного поля.

Практическая значимость работы связана с построением теоретических моделей, которые позволяют с высокой количественной точностью описывать изучаемые процессы: одноосное прессование, радиальное прессование по схемам Z- и Θ -пинчей. Развитые модели включают взаимосогласованное решение как дифференциальных уравнений, описывающих динамику электрического контура, генерирующего импульсное магнитное поле, так и урав-

нений, описывающих динамику механической системы, содержащей уплотняемый порошок. Последнее позволяет исследовать влияние на результаты прессования любых параметров экспериментальных установок, и таким образом осуществлять поиск наиболее оптимальных условий, а также предсказывать способы значительного повышения эффективности работы используемого оборудования.

Методы исследования.

Микроскопическое описание наноразмерных порошков выполнено методом гранулярной динамики, в рамках которого были учтены контактные взаимодействия частиц, силы дисперсионных притяжений, а также возможность образования/разрушения прочных межчастичных связей химической природы. Для этой цели был создан пакет оригинальных компьютерных программ для моделирования порошковых систем как в двухмерной, так и в трехмерной геометриях. Модельные ячейки имеют правильную прямоугольную (в 2D геометрии), либо параллелепипедную (в 3D геометрии) форму с периодическими граничными условиями на всех гранях. Размер ячеек и количество частиц подбиралось с таким расчетом, чтобы моделируемую систему можно было уверенно отождествлять с представительным элементом макроскопической порошковой среды.

Континуальное описание порошкового тела выполнено на основе теории пластичноупрочняемого пористого тела. При этом свободный параметр теории — зависимость между плотностью и напряжениями — определен либо по экспериментальным адиабатам одноосного сжатия (полуэмпирический подход), либо на основании дискретных компьютерных моделей (две модельные системы с сильной и слабой склонностью к агломерации).

Теоретические модели по описанию процессов магнитно-импульсного прессования включают описание динамики электрической части в рамках одноконтурной схемы и механической системы "ударник + порошок". При этом задача о динамике проводящей оболочки и уплотняемого порошка в методах радиального сжатия по схемам Z- и Θ-пинчей, описываемая дифференциальными уравнениями в частных производных (закон сохранения импульса сплошной среды), за счет использования моделей несжимаемости для материала оболочки и однородности уплотнения для порошкового тела сведена к одному обыкновенному дифференциальному уравнению на движение внешней границы. В условиях Θ-пинча построенная теоретическая модель включает численное решение уравнений в частных производных, описывающих диффузию магнитного поля в проводящие материалы и их неоднородный нагрев. Для этого были построены разностные схемы Кранка–Николсона. В случае неподвижной проводящей оболочки линейное дифференциальное уравнение в частных производных, опи-

сывающее диффузию магнитного поля в пренебрежении тепловыми эффектами, было решено аналитически в рамках преобразования Лапласа и суммировании частных решений интегралом Дюамеля.

Основные положения, выносимые на защиту:

- 1. Модель контактного взаимодействия наночастиц, которая является обобщением традиционного закона Герца на широкую область деформаций и напряжений, а также аналитическое решение в рамках предложенной (*стержневой*) модели задачи Миндлина о тангенциальном взаимодействии частиц.
- 2. Основной фактор, отвечающий за наличие размерных эффектов в процессах компактирования оксидных нанопорошков, — дисперсионные притяжения отдельных частиц, учет которых в рамках моделирования методом гранулярной динамики позволяет достичь количественного согласия с имеющимися экспериментальными данными о кривых сжатия наноразмерных порошков.
- 3. Расчетные поверхности нагружения оксидных нанопорошков, вид которых в пространстве инвариантов тензора напряжений оправдывает использование теории пластичноупрочняемого пористого тела, и в то же время, вскрывает неприменимость ассоциированного закона для описания процессов деформирования нанопорошков в сложно напряженных условиях.
- 4. Теоретическая модель одноосного магнитно-импульсного прессования, которая воспроизводит экспериментальные данные по временным разверткам тока в электрическом контуре и по давлению прессования. На основе расчетов в рамках развитой модели обнаружена возможность существенного повышения эффективности одноосного прессования за счет варьирования индуктивности электрического контура.
- 5. Теоретическая модель ударно-волнового уплотнения нанопорошков на одноосном прессе. Анализ полученных аналитических решений, в частности, показал, что основные "потери" энергии обусловлены неидеальностью отражения ударного фронта от границ уплотняемого тела, и в случае многократных ударных воздействий конечное состояние порошка определяется величиной акустического сопротивления пуансонов.
- 6. Обоснование инерционного механизма уплотнения порошков в магнитно-импульсных процессах радиального прессования по схемам Z- и Θ-пинчей. Выявлены и описаны инерционные эффекты "периодичности" и "цикличности"; установлены резонансные условия,

в которых максимально эффективно используются инерционные свойства механической деформируемой системы "оболочка + порошок".

- 7. Теоретическая модель Θ-пинча, которая учитывает диффузию магнитного поля, нагрев материалов оболочки и соленоида, и с высокой точностью воспроизводит экспериментальные данные о прессовании нанопорошков на основе оксида алюминия и о расширении полых проводящих оболочек за счет остаточного магнитного поля во внутренней полости.
- 8. Аналитическое решение задач о диффузии магнитного поля во внутреннюю полость цилиндрических проводящих оболочек, как полых, так и при наличии во внутренней полости проводящего стержня. На основе полученных решений с учетом прочностных свойств оболочки установлена область ее размеров (толщина, диаметр), в которой может наблюдаться ее расширение под действием внутреннего "магнитного давления".

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Диссертация изложена на 284 страницах, включая 136 рисунков и 3 таблицы. Список литературы содержит 289 наименований.

Краткое содержание диссертации.

ВО ВВЕДЕНИИ обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цель и задачи работы, научная новизна, теоретическая и практическая значимость, методы исследования, основные положения, выносимые на защиту, приведено краткое содержание работы.

В ПЕРВОЙ ГЛАВЕ диссертации проанализированы межчастичные взаимодействия в оксидных нанопорошках. Для описания упругих нормальных взаимодействий наночастиц предложена оригинальная стержневая модель контакта, которая представляет собой обобщение традиционной контактной модели Герца. Предложенная стержневая модель имеет физически корректные асимптотики как в области малых деформаций частиц, где она переходит в модель Герца, так и в области больших деформаций и напряжений, где она дает более сильное отталкивание, что согласуется с известными литературными данными по моделированию упругих частиц методом конечных элементов. В рамках стержневой модели получены взаимосогласованные выражения для силы упругого отталкивания и для распределения нормальных напряжений в области контакта. Последнее позволило корректно сформулировать для стержневой модели задачу о тангенциальном взаимодействии прижатых частиц при их сдвиге параллельно плоскости контакта — т.н. задача Миндлина. Используя метод бесконечно малых поршней Егера получено строгое решение задачи Миндлина. Решение представляет собой совокупность аналитических выражений, которые неявным образом определяют зависи-

мость между силой тангенциального взаимодействия и относительным сдвигом частиц. Проанализировано и представлено в более простом виде решение Егера для задачи о вращении прижатых частиц. Представлен теоретический подход по описанию образования и разрушения прочных межчастичных связей химической природы. Для описания сил дисперсионного притяжения частиц модифицировано известное выражение Гамакера. В него введен дополнительный параметр — расстояние минимального сближения частиц, который помогает избежать сингулярности, характерной для классического выражения в случае непосредственного касания частиц. Величина введенного параметра определена на основе предельного перехода к взаимодействию отдельных молекул. Проанализировано влияние эффекта запаздывания на величину сил притяжения. Предложен модельный потенциал, который, с одной стороны, учитывает эффект запаздывания, а с другой стороны, позволяет аналитически взять шестикратный интеграл, описывающий дисперсионное притяжение макрочастиц.

Во ВТОРОЙ ГЛАВЕ построены дискретные модели порошкового тела и представлены результаты компьютерных экспериментов в рамках метода гранулярной динамики. Для формирования начальных (стартовых) структур использованы различные алгоритмы: традиционные "гравитационный" и "коллоидный" способы, а также оригинальный "кластерный" способ, позволяющий создавать двухмерные или трехмерные бесконечно-периодические связные кластеры. Компьютерные эксперименты по квазистатическому компактированию нанопорошков поставлены как в двухмерной геометрии, для качественного анализа основных закономерностей изучаемых процессов, так и в трехмерной геометрии — для непосредственного сопоставления с имеющимися данными натурных экспериментов. В результате выполненного моделирования показано, что дисперсионные силы притяжения являются основным фактором, отвечающим за наличие размерных эффектов в процессах холодного прессования оксидных нанопорошков. Их учет позволяет достичь удовлетворительного согласия с экспериментальными данными о плотности порошковых прессовок. В рамках гранулярной динамики проанализированы различные процессы компактирования: одноосное прессование в металлической матрице, двухстороннее (или радиальное) сжатие, всестороннее прессование, одноосное уплотнение с одновременным сдвиговым деформированием, и чисто сдиговая деформация модельных систем без изменения объема. На основе сопоставления с данными натурных экспериментов установлены все необходимые параметры различных модельных систем: система I, в которой запрещено образование прочных межчастичных связей, является прообразом неотожженных порошков со слабой тенденцией к агломерации ввиду наличия на поверхности частиц большого количества адсорбатов; и система II, в которой возможно образование/разрушение прочных связей химической природы, — прообраз очищенных

от адсорбатов нанопорошков, проявляющих сильную тенденцию к агломерации. Обнаружена, подтвержденная натурными экспериментами, крайне слабая чувствительность оксидных нанопорошков к геометрии внешнего нагружения: достигаемая плотность порошка при одноосном, двухстороннем или всестороннем компактировании отличается менее, чем на 1%, и определяется максимальной компонентой тензора напряжений. Моделирование сдвиговых деформаций выявило заметную положительную дилатансию нанопорошков: при относительных плотностях выше 30% сдвиговое деформирование модельных систем приводит к росту среднего (гидростатического) давления в системе. Построены поверхности нагружения различных модельных систем; показано, что в пространстве инвариантов тензора напряжений эти поверхности можно аппроксимировать кривыми эллиптического типа, сдвинутыми относительно девиаторной оси в сторону гидростатического сжатия. Последнее, в частности, оправдывает для феноменологического описания нанопорошков использование теории пластично-упрочняемого пористого тела.

В ТРЕТЬЕЙ ГЛАВЕ представлено континуальное описание порошковых систем в рамках феноменологии пластичного пористого тела. Свободные параметры теории, необходимые для количественного описания процессов по магнитно-импульсному прессованию в условиях Z- и Θ -пинчей, определены по кривым одноосного уплотнения различных нанопорошков на основе оксида алюминия. Записаны все необходимые соотношения, определяющие взаимосвязь различных компонент тензора напряжений с текущей плотностью прессовки, для описания процессов осесимметричного радиального сжатия цилиндрических порошковых заготовок, как цельных, так и при наличии жесткого стержня на оси симметрии. На основе известных результатов классической задачи Ламе о распределении упругих напряжений в цилиндрической оболочке рассчитана разность давлений, снаружи и изнутри, которая компенсируется проводящей оболочкой в процессе ее пластичного деформирования. В результате численных оценок показано, что квазистатическое рассмотрение процессов радиального сжатия существенно занижает плотности прессовок, т.е. для достижения согласия с имеющимися экспериментальными данными необходимо учитывать динамику процесса и инерционные свойства деформируемых систем "оболочка + порошок". Установлено, что в основной толще порошковой заготовки, за исключением лишь области непосредственно прилегающей к внутреннему несжимаемому стержню, применима модель однородного уплотнения. Проанализированы недостатки и ограничения используемой теории пластично-уплотняемого пористого тела: симметрия поверхности нагружения не позволяет адекватно описывать сдвиговые деформации и обнаруженную в нанопорошках положительную дилатансию; выявлена неприменимость ассоциированного закона к определению тензора деформаций в нанопорошках в

сложно-напряженных условиях.

ЧЕТВЕРТАЯ ГЛАВА посвящена теоретическому описанию и изучению процессов одноосного компактирования нанопорошков на магнитно-импульсном прессе. Построена теоретическая модель, которая включает взаимосвязанное решение дифференциальных уравнений, описывающих динамику электрического контура, который используется для генерации импульсного магнитного поля, и уравнений, описывающих динамику механической системы, которая включает разгоняемые части пресса (концентратор, переходник, пуансон) и уплотняемый порошок. Показано, что модель удовлетворительно воспроизводит все доступные экспериментальные характеристики процесса: временные развертки тока в электрическом контуре и временные развертки осевого давления в уплотняемом порошке. Последние фиксировались на экспериментальной установке с помощью тензорезистивного датчика, наклеенного на стальной переходник под порошком. На основе построенной теоретической модели проанализировано влияние на конечную плотность компакта и эффективность процесса компактирования таких параметров, как масса концентратора, объем порошка, диаметр заготовки. Обнаружены способы существенного повышения эффективности одноосного прессования за счет увеличения индуктивности электрического контура, либо за счет перехода к двухстороннему прессованию двумя симметрично расположенными ударниками. Подробно проанализирована возможность работы магнитно-импульсного пресса в ударном режиме, когда стадии ускорения ударника и уплотнения порошка разнесены по времени за счет создания начального зазора между ударником и порошком. Порошковая засыпка при такой постановке эксперимента уплотняется на фронте ударной волны, который возникает в момент соприкосновения ударника с порошком. В приближении ударных волн малой амплитуды задача об ударно-волновом уплотнении порошка сведена к системе линейных дифференциальных уравнений, для которых получено аналитическое решение. На основе полученных решений показано, в частности, что основные потери энергии при ударно-волновом уплотнении связаны с неидеальностью отражения ударного фронта на границах уплотняемого порошкового тела с верхним и нижним пуансонами, а максимальное уплотнение, достигаемое при многократном ударном воздействии, определяется величиной акустического сопротивления материала пуансонов.

В ПЯТОЙ ГЛАВЕ анализируются процессы радиального уплотнения цилиндрических порошковых заготовок в проводящих оболочках по схемам Z- и Θ-пинчей. В приближении однородного уплотнения порошка задача о динамике механической деформируемой системы "оболочка + порошок" сведена к одному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка, что существенно облегчает как теоретический анализ, так и проведение

численных расчетов. Показано, что учет инерционных свойств механической системы, т.е. решение динамической задачи о магнитно-импульсном прессовании, позволяет достичь согласия с имеющимися экспериментальными данными о конечной плотности прессовок, полученных как по схеме Z-пинча, так и по схеме Θ -пинча. Проанализировано влияние радиальных размеров системы "оболочка + порошок + стержень" на процесс уплотнения, выявлены закономерности масштабирования. Варьируя характерное время (длительность) импульса магнитного поля, обнаружены и исследованы различные инерционные эффекты, приводящие к немонотонному изменению (осцилляциям) конечной плотности прессовки: эффект "периодичности" при относительно малых значениях длительности и эффект "цикличности" в области относительно больших значений. Локализованы промежуточные "резонансные" условия, при которых за счет максимально эффективного использования инерционных свойств механической системы достигается максимальная конечная плотность прессовки, соответствующая давлениям квазистатического воздействия, которые могут на порядок превышать "давление" на проводящую оболочку со стороны генерируемого магнитного поля. Обнаружена высокая эффективность схемы Ө-пинча в применении к массивным цилиндрическим порошковым заготовкам, и схемы Z-пинча — для прессования тонких цилиндрических слоев. В последнем случае установлен безразмерный комплекс, содержащий инерционные характеристики механической системы (плотности и толщины порошка и оболочки) и параметры импульса магнитного поля (амплитуда, длительность), который определяет динамику процесса компактирования, и локализован интервал его значений, отвечающий "резонансным" условиям прессования. Для прессования в относительно тонкостенных проводящих оболочках построена теоретическая модель Ө-пинча, учитывающая: диффузию магнитного поля, как внутрь оболочки, так и в толщу витков внешнего соленоида; нагрев материалов оболочки и соленоида, связанный с выделением джоулевого тепла и с потерями энергии на пластическое деформирование оболочки. Численное решение дифференциальных уравнений в частных производных (уравнение диффузии, уравнение теплопроводности) выполнено на основе разностных схем Кранка-Николсона. Для неподвижной проводящей оболочки задача о диффузии внешнего магнитного поля в ее внутреннюю полость, пренебрегая джоулевым нагревом, решена аналитически в рамках преобразования Лапласа. Получены решения как для полой оболочки, так и для оболочки, во внутренней полости которой находится проводящий стержень. Анализ данных решений позволил определить область геометрических размеров проводящей оболочки (толщина и диаметр), в которой действие остаточного магнитно поля должно приводить к расширению оболочки. Сам процесс расширения проводящих оболочек, а также процессы компактирования порошков, исследован в результате численного решения полной системы

уравнений Θ -пинча. Показано, что развитая теоретическая модель удовлетворительно воспроизводит имеющиеся экспериментальные данные, как по размеру расширяемых проводящих оболочек, так и по конечной плотности уплотняемых компактов.

В ЗАКЛЮЧЕНИИ диссертационной работы сформулированы основные результаты и выводы.

Степень достоверности и апробация результатов. Работа выполнена в лаборатории нелинейной динамики Института электрофизики УрО РАН. Достоверность полученных в диссертационной работе результатов обеспечивается применением широко апробированных методов изучения порошковых тел, обоснованным выбором физических приближений и, главным образом, согласием теоретических результатов с имеющимися экспериментальными данными.

Результаты, изложенные в диссертации, докладывались на следующих конференциях: VII Молодежный семинар по проблемам физики конденсированного состояния вещества (Екатеринбург, 2006); II и IV Международные конференции "Наноразмерные системы: строение, свойства, технологии" (НАНСИС-2007 и НАНСИС-2013)" (Украина, Киев, 2007 и 2013); VII, VIII, IX и X Международные научные конференции "Импульсные процессы в механике сплошных сред" (Украина, Николаев, 2007, 2009, 2011 и 2013); XV, XVI, XVII и XVIII Зимние школы по механике сплошных сред (Пермь, 2007, 2009, 2011 и 2013); IX Забабахинские Научные Чтения (Снежинск, 2007); XXIII Международная конференция "Уравнения состояния вещества" (п. Эльбрус, 2008); Харьковская нанотехнологическая ассамблея – 2008, (Украина, Харьков, 2008); Российская конференция по теплофизическим свойствам веществ (Москва, 2008); Международная конференция "15-th International Symposium on High Current Electronics" (Томск, 2008); Всероссийская конференция с международным участием "Топливные элементы и энергоустановки на их основе" (Черноголовка, 2010); IV и VI Международные научные конференции "Физико-химические основы формирования и модификации микро- и наноструктур" (ФММН-2010 и ФММН-2012) (Украина, Харьков, 2010 и 2012); II и III Международные конференции "Modern problems of Condensed Matter" (Украина, Киев, 2010 и 2012); II и III Международные конференции "Наноструктурные материалы: Беларусь-Россия-Украина" (Украина, Киев, 2010) (Санкт-Петербург, 2012); Международная научная конференция "EURO PM2011 Congress and Exhibition" (Испания, Барселона, 2011); 17 Всероссийская научная конференция студентов-физиков – ВНКСФ-17 (Екатеринбург, 2011, приглашенный доклад); 1 и 3 Международные школы-семинары "Перспективные технологии консолидации материалов с применением электромагнитных полей" (Москва, 2012 и 2014, приглашенные доклады); V международная конференция "Деформация и разрушение материалов и наноматериалов" (Москва, ИМЕТ, 2013); 41-ая Международная летняя школа-конференция "Advanced Problems in Mechanics" (Санкт-Петербург, 2013); 4-ая Международная конференция "Nonlinear Dynamics – 2013"(Севастополь, 2013); Научный семинар в Лаборатории электромагнитных методов производства новых материалов Московского инженерно-физического института (Москва, НИЯУ МИФИ, 2012); а также на научных семинарах в ИЭФ УрО РАН.

Проведенные в работе исследования были поддержаны Российским фондом фундаментальных исследований (проект 05-08-33387-а "Электрофизические процессы при магнитоимпульсном компактировании наноразмерных порошков", 2005-2007, рук. В.В. Иванов; проект 08-02-99061-р-офи "Рекристаллизации наночастиц как новая технология выращивания монокристаллов лазерного качества", 2008-2009, рук. М.Г. Иванов; проект 08-08-00123-а "Изучение диффузии и силового действия импульсного магнитного поля на полые биметаллические цилиндры", 2008-2010, рук. С.Н. Паранин; проект 09-08-00198-а "Магнитно-импульсное компактирование наноразмерных гранулированных сред", 2009-2011, рук. Г.Ш. Болтачев; трэвелгрант 11-08-08085-з "Участие в EURO PM2011 Congress", 2011, рук. Г.Ш. Болтачев; проект 12-08-00298-а "Особенности процессов магнитно-импульсного компактирования оксидных нанопорошков", 2012-2014, рук. Г.Ш. Болтачев; проект 13-02-91173-ГФЕН_а "Изучение механизмов формирования дефектов и поиск методов их устранения при получении высококачественной лазерной керамики", 2013-2014, рук. М.Г. Иванов; проект 14-08-90404 Укр-а "Взаимосвязь микро- и макросвойств оксидных наноразмерных порошков применительно к процессам холодного компактирования", 2014-2015, рук. Г.Ш. Болтачев), Фондом поддержки российской науки (Роснаука, контракт 02.442.11.7242, 2006, рук. Н.М. Зубарев), Фондом содействия отечественной науке в рамках целевой программы поддержки междисциплинарных проектов УрО РАН и СО РАН (2009-2011, рук. Н.М. Зубарев), РАН в рамках Программы фундаментальных исследований Президиума РАН "Фундаментальные проблемы нелинейной динамики" (проект "Нелинейные явления в электрогидродинамике", рук. Н.М. Зубарев) и в рамках Комплексной программы фундаментальных исследований Президиума РАН "Исследования вещества при экстремальных состояниях" (проект "Исследование нелинейных явлений в конденсированном веществе и неидеальной плазме при воздействии мощных ультракоротких электронных пучков", рук. Н.Б. Волков).

По материалам диссертации опубликовано 39 печатных работ, в том числе 21 статья в рецензируемых российских и зарубежных научных журналах.

Глава 1. Межчастичные взаимодействия в оксидных нанопорошках

Феноменологические способы описания процессов уплотнения гранулированного материала [13, 54, 55] предполагают использование его "уравнения состояния", в качестве которого в простейших случаях выступают зависимости между приложенным давлением и плотностью материала [56-61], а в более общей трактовке — зависимость предела текучести от эквивалентной деформации и плотности [13, 62]. Перспективным подходом, позволяющим проводить построение подобных "уравнений состояния" на основе микроскопических характеристик среды, является моделирование методом гранулярной динамики [37, 39, 63, 64]. При этом свойства отдельных частиц и взаимодействия между ними являются, с одной стороны, главной характеристикой порошкового тела и первопричиной всех особенностей его механических свойств, а с другой стороны, — стартовой (отправной) точкой компьютерного эксперимента.

Упругие свойства отдельных частиц порошка (модуль Юнга и коэффициент Пуассона) мы будем считать тождественными упругим характеристикам макроскопических объектов. Обоснованием этому могут служить теоретические исследования, в которых установлена довольно слабая [1, 65, 66] (по крайней мере, для частиц с размерами выше 10 нм), а порой и неоднозначная [67, 68], размерная зависимость упругих модулей наноразмерных частиц. В то же время, заметим, что прочностные характеристики наночастиц существенно превышают аналогичные свойства макроскопических тел и приближаются к теоретическому пределу прочности [1]. Взаимодействия отдельных частиц, определяющие поведение оксидных нанопорошков, включают упругое отталкивание, которое традиционно описывается законом Герца [69, 70], тангенциальные силы "трения" (законы Катанео–Миндлина [71-73], Рейснера– Сагоси [74] и т.п.), дисперсионные притяжения (силы Ван-дер-Ваальса – Гамакера [75]), а



Рисунок 1.1: Фотография частиц порошка Al₂O₃ в сканирующем микроскопе. Порошок получен в ИЭФ УрО РАН методом испарения мишени излучением импульсно-периодического CO₂ лазера с последующей конденсацией паров в потоке воздуха [6, 80].

также образование прочных связей химической природы. Последние впервые были введены при моделировании гранулированных сред в работе [51].

Проблема контакта двух упругих тел, в простейшем случае — сфер, представляет и самостоятельный интерес в виду широкого спектра возможных приложений, например, трение шероховатых поверхностей, механика горных пород, нелинейная акустика и упругость, сейсмология, методы неразрушающего контроля, и т.д. [76]. В последнее время, однако, теория контактных взаимодействий приобретает особую актуальность именно в связи с разработкой численных алгоритмов по моделированию порошковых материалов методом гранулярной динамики [39-41, 48, 49, 77], начало которым положила работа [37]. Для моделирования поведения оксидных нанопорошков, которые представляют объект нашего рассмотрения, метод гранулярной динамики представляется особенно перспективным. Во-первых, для получения исследуемых нами наноразмерных порошков в Институте электрофизики УрО РАН используются такие методы, как электрический взрыв проводников [52, 78] и лазерная абляция мишеней [6, 79, 80]. Благодаря наличию стадии жидко-капельного состояния отдельные частицы порошка, получаемые в этих методах, отличаются высокой сферичностью. В качестве примера на рис. 1.1 представлено, типичное изображение в сканирующем микроскопе частиц, полученных лазерным испарением мишени. Во-вторых, нанометровый размер частиц обуславливает их высокую прочность и непластичность [1, 14, 81, 82]. Недеформируемость частиц с размерами 10 – 100 нм обусловлена их бездефектностью: дислокации из них выталкиваются высокими напряжениями "изображений" [3, 81]. Такие частицы деформируются упруго, вос-



Рисунок 1.2: Схематичное изображение деформации частиц при нормальном нагружении контакта.

станавливая свою форму после снятия нагрузки, вплоть до критических напряжений сдвига σ_b , которые сопоставимы с теоретическим пределом прочности материала гранул [51, 83-88], т.е. $\sigma_b \simeq 0.03E$. В частности, для оксида алюминия E = 382 ГПа [89], что дает $\sigma_b \simeq 11$ ГПа. Таким образом, процессы уплотнения оксидных нанопорошков представляют собой "структурную" деформацию [90], связанную с перегруппировкой частиц, при практически полном отсутствии их пластичного смятия или хрупкого разрушения.

1.1 Традиционное описание контактных взаимодействий

Построение современной теории контактного взаимодействия упругих тел стартует с классической работы Герца [69], который в приближении относительной малости деформаций аналитически вывел закон упругого нормального отталкивания двух частиц. В соответствие с законом Герца для силы f_e взаимодействия сферических частиц диаметром d_q имеем [69, 70]

$$f_e = \frac{d_g^2}{3} \frac{E}{1 - \nu^2} \left(\frac{h}{d_g}\right)^{3/2}, \qquad \frac{a}{d_g} = \frac{1}{2} \left(\frac{h}{d_g}\right)^{1/2}, \tag{1.1}$$

где $h = d_g - r, r$ — расстояние между центрами недеформированных частиц (см. рис. 1.2), E— модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, a — радиус контактной площадки, образующейся в месте соприкосновения частиц. Помимо силы f_e решение упругой задачи, полученное Герцем, дает радиальное распределение нормальных напряжений $\sigma_{zz}(\zeta)$ на контактной пло-



Рисунок 1.3: Иллюстрация тангенциального взаимодействия частиц, предварительно прижатых силой f_e .

щадке ($\zeta \leq a$):

$$\sigma_{zz} = -\frac{4E}{\pi d_g (1-\nu^2)} \left(a^2 - \zeta^2\right)^{1/2} . \tag{1.2}$$

Следующей знаменательной вехой стала работа Миндлина в 1949 году [72]. Используя решение Герца и, в частности, распределение (1.2), Миндлиным была решена задача о взаимодействии прижатых частиц при их сдвиге в тангенциальном направлении относительно плоскости контакта. Закон Миндлина связывает тангенциальную силу f_t со смещением δ частиц относительно их общей неподвижной контактной поверхности. Так, в случае монотонного роста тангенциальной нагрузки на контакте предварительно прижатых с силой f_e частиц имеем

$$\frac{\delta}{d_g} = \mu \frac{2 - \nu}{1 - \nu} \frac{a^2}{d_g^2} \left[1 - \left(1 - \frac{f_t}{\mu f_e} \right)^{2/3} \right] , \qquad (1.3)$$

где μ — коэффициент трения. Взаимосвязь силы f_t и смещения δ , определяемая соотношением (1.3), проиллюстрирована на рис. 1.3. При достижении силой f_t значения μf_e закон (1.3) переходит в закон сухого трения Кулона: $f_t = \mu f_e$. В начальный же момент нагружения (точка A на рис. 1.3), когда $f_t \to 0$, имеем линейную взаимосвязь силы f_t и смещения δ , которую нетрудно получить, продифференцировав соотношение (1.3):

$$f_t = \frac{4Ea\delta}{(1+\nu)(2-\nu)} .$$
 (1.4)

Полный закон Миндлина [72, 73] является довольно сложным для его непосредственного использования в численных экспериментах по моделированию порошковых структур. Главным затруднением здесь является недостаточность соотношения (1.3) для описания тангенциальных взаимодействий в случае сложных, не монотонных, процессов нагружения/разгрузки межчастичного контакта. Так, если нагружение в заданном направлении до значения $\delta = \delta_*$ (кривая AB на рис. 1.3) сменяется разгрузкой, т.е. уменьшением относительного смещения δ , то взаимосвязь $f_t(\delta)$ соответствует другой кривой (BA'B' на рис. 1.3), которая уже не совпадает с первоначальным нагружением (1.3). Однако примечательно, что в начальный момент разгрузки (в точке B) наклон кривой $f_t(\delta)$ совпадает с наклоном начального нагружения (1.4). Более того, этот же наклон реализуется при каждой смене знака приращений тангенциальных смещения и силы [73]. Учитывая отмеченную особенность, в численных экспериментах для описания тангенциальных контактных взаимодействий используют упрощенную, линеаризованную, форму закона Катанео–Миндлина [39, 91]

$$\vec{f}_t(\delta) = \frac{\vec{\delta}}{\delta} \min\left\{\frac{4Ea\delta}{(2-\nu)(1+\nu)} ; \ \mu f_e\right\} , \qquad (1.5)$$

которая, как нетрудно видеть, является объединением линейного соотношения (1.4) и закона сухого трения Кулона.

Ввиду большого разнообразия возможных условий нагружения контактирующих тел (знак и величина нормальной и тангенциальной сил, последовательность их появления, и прочее) законы Герца и Миндлина отнюдь не являются окончательным решением проблемы контактного взаимодействия. Скорее наоборот, они стимулировали появление многочисленных публикаций по данному вопросу, поток которых не ослабевает и по сей день [36, 73, 76, 92-103]. Как правило, законы Герца и Миндлина выступают в качестве базисных функций, на основе которых производится построение более сложных решений [73, 100-103]. Принципиально отличное решение было предложено автором [104] для условий, когда нормальное и тангенциальное нагружения возникают одновременно и изменяются пропорционально. Однако, как установлено позже в работе [105], решение, представленное в [104], также может быть получено на основе базисных функций Герца и Миндлина.

Подчас при моделировании гранулированного материала возникает искушение ограничиться учетом сил трения в рамках закона сухого трения Кулона, т.е. вместо уравнения (1.5) использовать соотношение $f_t = -\text{sign} (\Delta \delta) \mu f_e$, пренебрегая участком "нелинейно-упругого" взаимодействия. Примером такого упрощенного подхода, в частности, являются работы [45-47]. Однако, пренебрежения упругой частью тангенциального смещения частиц в (1.5) приводит к неоднозначности распределения сил в системе взаимодействующих сфер (дисков) [106], а также к появлению проблем, связанных с несовместностью закона Кулона с механикой абсолютно твердых тел, — так называемые парадоксы Пенлеве [107]. В отностительно простой механической системе (маятник, содержащий два связанных тела) эта несовместность наблюдается при довольно высоких значениях коэффициента трения [107], $\mu \geq 2\sqrt{2}$. Но в сложных, многочастичных системах это условие может сместиться к более низким величинам μ . Видимо, именно этим обусловлено нереалистичное вращение частиц, отмеченное в численных экспериментах [47].

Нередко в определение силы трения f_t , например, в соотношения (1.4) и (1.5), вводят когезию [47, 50], чтобы учесть наличие ненулевого трения между частицами при отсутствии внешних сил прижатия. Последнее обусловлено проявлением сил межмолекулярных, Вандер-Ваальсовых, взаимодействий. Мы не будем вводить когезию в уравнения контактных взаимодействий, поскольку силы Ван-дер-Ваальсовского притяжения частиц будут учтены в явном виде.

Во следующем разделе мы приведем обоснование модифицированного закона Герца (стержневая модель), применимого в отличие от (1.1) в области относительно высоких деформаций и напряжений, и запишем соответствующее распределение нормальных напряжений на контактной площадке. Третий раздел главы содержит строгое решение задачи Миндлина о тангенциальном нагружении прижатых сфер, при условии, что их нормальное взаимодействие соответствует стержневой модели. Там же обсуждается тангенциальное взаимодействие прижатых частиц при их вращении относительно оси контакта. В четвертом разделе анализируется изменение контактных взаимодействий, обусловленное появлением прочных межчастичных связей химической природы. Подобные связи могут образовываться при термической обработке порошка (отжиг, температурный прогрев, вакуумная откачка) [4, 51], либо в результате сильного прижатия частиц, инициированного процессом прессования или сильными силами дисперсионных притяжений [108, 109]. Последние два раздела посвящены обсуждению сил дисперсионного притяжения Ван-дер-Ваальса – Гамакера.

1.2 Стержневая модель упругого отталкивания сферических частиц

Закон Герца (1.1), как известно, применим только для бесконечно малых деформаций — он является строгим решением соответствующей упругой задачи, когда в качестве началь-



Рисунок 1.4: Схематичное изображение цепочки сжатых изначально сферических частиц.

ного состояния, подвергаемого бесконечно малому нагружению, выступает идеальная сфера [95, 96, 99]. При сильных деформациях постепенно возрастающее нагружение прикладывается к частице, форма которой все сильнее и сильнее отличается от идеально сферической. Этот эффект не учитывается классическим законом Герца, и, естественно, приводит к отклонению величины силы, определяемой соотношением (1.1), в область меньших значений. Исследования, посвященные численному моделированию упругих сфер методом конечных элементов [99, 110] показывают, что применимость закона (1.1) ограничена областью деформаций, где отношение h/d_g составляет доли процента. В то же время низкая прессуемость нанопорошков вынуждает использовать высокие давления прессования, когда деформации частиц достигают существенно больших значений.

Попытки построить обобщение законов Герца и Миндлина для области относительно высоких деформаций частиц были предложены в работах [95, 96]. Однако использованные авторами [95, 96] теоретические модели не соответствуют процессу, при котором частица деформируется постепенно, от точечного контакта к определенному состоянию с конечной деформацией и напряжениями. Вместо этого в указанных работах моделируются системы срезанных сфер, контактирующих вдоль плоских поверхностей раздела. Данная геометрия может соответствовать, например, описанию упругих свойств спеченных гранулированных материалов, но ни в коей мере не взаимодействию частиц порошка при его холодном прессовании, что является целью нашего исследования.

Для адекватного описания контактных взаимодействий между изначально идеально сферическими частицами, которые возникают в условиях высоких нагружений, предлагается *стержневая модель* контакта, которая основывается на следующей идее: реальные деформация и напряжения для нормального сжатия частиц аппроксимируются в виде суммы решения Герца и решения, соответствующего сжатию стесненного стержня. Рассмотрим сжатие цепочки изначально сферических частиц, схематично изображенное на рис. 1.4. Будем полагать, что несмотря на относительно высокие деформации частиц, при которых уже нарушается применимость классического закона Герца, взаимодействие частиц остается упругим, без реализации пластичного формоизменения. Данное поведение вполне характерно для процессов компактирования наноразмерных порошков, когда деформации частиц достигают нескольких процентов, но все еще остаются упругими [14, 82]. Внутреннюю область сжатых частиц — осесимметрично расположенный цилиндр радиуса *a* — будем рассматривать как сплошной стержень, подвергаемый одноосной деформации сжатия. Боковой деформации данного стержня препятствуют оставшиеся кольцеобразные части деформируемых частиц. Поэтому упругость стержня характеризуется законом Гука в виде [70]

$$d\sigma_s = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} d\varepsilon_s , \qquad d\varepsilon_s = \frac{dr}{r} = \frac{-dh}{d_g - h} , \qquad (1.6)$$

где σ_s и ε_s — осевые компоненты тензоров напряжений и деформаций. Наличие стержня должно приводить к появлению дополнительного вклада в силу упругого отталкивания частиц: $df_s = -\pi a^2 d\sigma_s$. Интегрируя (1.6), получим для этого "стержневого" вклада

$$f_s = -\frac{\pi}{4} \frac{E d_g^2 (1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{h}{d_g} + \ln\left(1-\frac{h}{d_g}\right) \right].$$
(1.7)

Объединяя классический, "герцевский", вклад (1.1) и "стержневой" вклад (1.7), приходим к обобщению закона Герца в виде

$$f_e = \frac{d_g^2}{3} \frac{E}{1 - \nu^2} \left(\frac{h}{d_g}\right)^{3/2} - \frac{\pi}{4} \frac{E d_g^2 (1 - \nu)}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} \left[\frac{h}{d_g} + \ln\left(1 - \frac{h}{d_g}\right)\right], \qquad \frac{a}{d_g} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{h}{d_g}}.$$
 (1.8)

Помимо закона упругого взаимодействия (1.8) представленная стержневая модель позволяет получить распределение нормальных напряжений на контактной площадке. Применим соотношение (1.6) к цилиндрическому слою радиуса ζ . Начало деформации этого слоя определяется условием $\zeta = a$, т.е. когда сближение частиц h_0 составляет $h_0 = 4\zeta^2$. Интегрируя (1.6) для данного слоя, получим искомое радиальное распределение напряжений

$$\sigma_s(\zeta) = \int_{h_0}^h d\sigma_s = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \ln\left(\frac{1-h/d_g}{1-4(\zeta/d_g)^2}\right).$$

Опять же аддитивно складывая полученный "стержневой" вклад в напряжения с герцевским вкладом (1.2) приходим к суммарному распределению нормальных напряжений в виде

$$\sigma(\zeta) = -\frac{4E}{\pi d_g (1-\nu^2)} \sqrt{a^2 - \zeta^2} - \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} \ln\left(\frac{d_g^2 - 4\zeta^2}{d_g^2 - 4a^2}\right).$$
(1.9)

Полученное распределение нормальных напряжений будет использовано ниже для вычисления тангенциальных напряжений, генерируемых при относительном сдвиге прижатых частиц.

Нетрудно убедиться, что суммарная сила упругой деформации, определяемая соотношением (1.8), и записанное распределение напряжений согласуются, т.е.

$$f_s = -\int_0^a \sigma_s(\zeta) 2\pi \zeta \, d\zeta \; .$$

Помимо этого, к достоинствам стержневой модели можно отнести физически корректный характер изменения упругой силы в пределах высокой и малой деформации частиц. Если традиционный закон Герца (1.1) нефизично позволяет достичь сколь угодно высоких значений сближения частиц, то в соответствие с модифицированным законом (1.8) функция $f_e(h)$ имеет сингулярность при $h \to d_g$, что гарантирует невозможность совмещения центров взаимодействующих частиц. В области малых деформаций разложение упругой силы f_e по степеням h имеет вид

$$f_e = \frac{d_g^2}{3} \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{h}{d_g}\right)^{3/2} + \frac{\pi}{4} \frac{E d_g^2 (1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} \sum_{i=2} \frac{1}{i} \left(\frac{h}{d_g}\right)^i \; .$$

От сюда видно, что стержневая добавка (1.7) не нарушает закона Герца при $h \ll d_g$, т.е. включает в себя упругие эффекты более высокого порядка, нежели герцевский член.

Необходимо отметить все же, что стержневая модель (1.8) не является строгим решением соответствующей упругой задачи. В частности, нельзя говорить о реализации строго одноосных условий деформирования в окрестности "внутреннего стержня" (см. рис. 1.4). Поэтому стартовое соотношение (1.6), и как следствие, итоговые выражения (1.8) и (1.9) могут содержать некоторый весовой множитель k_r . Например, вместо (1.8) будем иметь

$$\frac{f_e}{Ed_g^2} = \frac{1}{3} \frac{1}{1-\nu^2} \left(\frac{h}{d_g}\right)^{3/2} - \frac{\pi}{4} \frac{k_r(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left[\frac{h}{d_g} + \ln\left(1-\frac{h}{d_g}\right)\right].$$
(1.10)

Введенный множитель k_r должен определяться по экспериментальным или иными сведениям о взаимодействии наноразмерных частиц. В частности, для верификация стержневой модели могут быть использованы результаты моделирований в рамках метода конечных элементов [99, 110]. Сопоставление стержневой модели (1.10) с данными [110] представлено на рис. 1.5. В работе [99] моделирование проведено в более узком диапазоне сближений частиц (максимальные значения отношения h/d_q ненамного превышают 1%), а количественное сопоста-



Рисунок 1.5: Сила упругого отталкивания частиц в зависимости от величины прижатия $(h = d_g - r)$. Точки — данные [110]. Линии построены по уравнению (1.10) для коэффициента Пуассона, соответствующего работе [110], $\nu = 0.1$: штриховая — $k_r = 0$ (закон Герца); сплошная — $k_r = 0.5$; пунктиная — $k_r = 1.0$ (стержневая модель, ур. (1.8)).

вление с результатами данной работы затруднено наличием размерной ошибки в итоговых аппроксимационных выражениях (ур. (8) и (9) в [99]). Рис. 1.5 показывает, что оригинальная стержневая модель ($k_r = 1$) несколько завышает силу упругого отталкивания, в то время как, при значении весового множителя $k_r = 0.5$ наблюдается замечательное согласие расчетов по уравнению (1.10) с данными работы [110]. Здесь, однако, стоит заметить, что контактное взаимодействие двух частиц в порошковой засыпке может зависеть от многих факторов и, в частности, от расположения других соседних частиц, контактирующих с первыми двумя [95, 111, 112]. Наличие всего двух диаметрально противоположных соседей относительно выбранной частицы, а именно эта ситуация соответствует граничным условиям моделирования в работах [99, 110], нельзя назвать типичным случаем расположения частиц в порошковом компакте. Обычно порошковые структуры характеризуются средним координационным числом k_{av} , существенно превышающим 2. Например, структуре RCP (Random Close Packing) соотверствует $k_{av} \simeq 6$ [113]. Более стесненные условия вокруг выбранной частицы должны приводить к более "жесткой" реакции на ее контактах [112]. Поэтому, значение $k_r = 0.5$ необходимо рассматривать как нижнюю оценку, а усредненное контактное взаимодействие в достаточно плотных порошковых структурах должно соответствовать более высоким значениям весового множителя k_r. В связи с этим мы в дальнейшем будем использовать стержневую модель в виде уравнений (1.8) и (1.9), т.е. полагая $k_r = 1$.

Наличие взаимосогласованных выражений для силы упругого отталкивания (1.8) и напряжений на контактной площадке (1.9) выгодно отличает стержневую модель от других попыток обобщений закона Герца [95, 96], в которых модифицировалось лишь выражение для силы. Известный закон радиального распределения нормальных напряжений (1.9) позволяет строго формулировать задачи о тангенциальном взаимодействии прижатых частиц: для сдвигового нагружения контакта — задача Миндлина, и для поворота частиц вокруг контактной оси. Анализу этих задач посвящен следующий раздел.

1.3 Тангенциальное взаимодействие прижатых частиц

1.3.1 Обобщение закона Миндлина

В соответствие с методологией Миндлина [72] для решения задачи о тангенциальном взаимодействии контактирующих частиц перейдем от геометрии сферической частицы к геометрии полубесконечного пространства с плоской границей. Пусть анализируемое тело (в виде полупространства) соответствует в декартовых координатах области z > 0. На граничной поверхности Oxy, см. рис. 1.6, выделим три области: S_1 ($\zeta \leq b$) — область полного сцепления частиц, S_2 ($b < \zeta \leq a$) — область проскальзывания, и S_3 ($\zeta > a$) — область отсутствия контакта между частицами. Упругие свойства материала соответствуют закону Гука. Смещения точек тела будем описывать вектором $\mathbf{s} = (u, v, w)$. Тогда, как известно [70], тензоры деформаций ε_{ij} и напряжений σ_{ij} в некоторой системе координат { x_i } имеют вид

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial s_i}{\partial x_k} + \frac{\partial s_k}{\partial x_i} + \frac{\partial s_l}{\partial x_i} \frac{\partial s_l}{\partial x_k} \right) , \qquad (1.11)$$

$$\sigma_{ij} = K \varepsilon_{ll} \delta_{ik} + 2G \left(\varepsilon_{ik} - \frac{1}{3} \delta_{ik} \varepsilon_{ll} \right)$$
(1.12)

(где K и G — модули всестороннего сжатия и сдвига, соответственно, δ_{ik} — единичный тензор), а условие равновесия упруго деформированного тела сводится к дифференциальному уравнению

$$\nabla \operatorname{div} \mathbf{s} + (1 - 2\nu) \nabla^2 \mathbf{s} = 0 .$$
(1.13)

В соответствие с полученным распределением нормальных напряжений (1.9), для краевой задачи (1.11)–(1.13) о тангенциальном сдвиге прижатых частиц поставим следующие гра-



Рисунок 1.6: Геометрия граничных условий.

ничные условия на плоскости Оху:

$$\begin{aligned}
\sigma_{xz} &= \sigma_{yz} = \sigma_{zz} = 0 , & \zeta > a , \\
\sigma_{yz} &= \sigma_{zz} = 0 , & \sigma_{xz} = \frac{2k_H}{d_g} \sqrt{a^2 - \zeta^2} + k_s \ln\left(\frac{d_g^2 - 4\zeta^2}{d_g^2 - 4a^2}\right), & b < \zeta \le a , \\
\sigma_{zz} &= 0 , & u = \delta , & v = 0 , & \zeta \le b .
\end{aligned}$$
(1.14)

где

$$k_H = \frac{2\mu}{\pi} \frac{E}{1 - \nu^2}, \qquad k_s = \frac{\mu E(1 - \nu)}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)}$$

Требуется найти касательные напряжения в области S_1 (см. рис. 1.6).

Сложность данной задачи обусловлена смешанным характером граничных условий. Если бы во всех точках граничной поверхности Oxy были заданы напряжения, то смещения точек определялись бы известными поверхностными интегралами [70]. Так, в случае $\sigma_{yz} = \sigma_{zz} = 0$ (всюду на границе) для смещения u точек граничной поверхности имеем

$$u(x,y) = \frac{1+\nu}{\pi E d_g} \int \int \left[1-\nu+\nu \frac{(x-x')^2}{\xi^2} \right] \frac{\sigma_{xz}(x',y')}{\xi} \, dx' dy' \,, \tag{1.15}$$

где $\xi^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$. Решение поставленной задачи при $k_s = 0$, полученное Миндлиным [72], имеет вид

$$\sigma_{xz} = \sigma_M(\zeta, a, b) = \frac{2k_H}{d_g} \sqrt{a^2 - \zeta^2} - \frac{2k_H}{d_g} \sqrt{b^2 - \zeta^2}, \qquad \sigma_{yz} = 0 , \qquad \zeta \le b.$$
(1.16)

Ввиду линейного характера задачи (1.11)–(1.14) искомое решение при $k_s \neq 0$ можно
представить в виде

$$\sigma_{xz} = \sigma_M(\zeta, a, b) + \sigma_s(\zeta, a, b) , \qquad \sigma_{yz} = 0 , \qquad \zeta \le b,$$

где $\sigma_s(\zeta, a, b)$ — искомая функция. Егер в работе [114], используя метод бесконечно малых поршней, показал, что распределение касательных напряжений $\sigma_{xz}(\zeta)$ на контактной площадке может быть сконструировано на основе известных нормальных напряжений $\sigma_{zz}(\zeta, \zeta_e)$ (ζ_e — радиус контактной площадки, определяемый нормальной силой f_e) —

$$\sigma_{xz}(\zeta) = \mu \sigma_{zz}(\zeta, a) - \mu \sigma_{zz}(\zeta, b). \tag{1.17}$$

Данное соотношение, подтвержденное в работах [115, 116], часто называют теоремой Егера [76, 102, 103]. Для стержневого вклада в нормальные напряжения (1.9) теорема (1.17) дает

$$\sigma_s = k_s \ln\left(\frac{d_g^2 - 4\zeta^2}{d_g^2 - 4a^2}\right) - k_s \ln\left(\frac{d_g^2 - 4\zeta^2}{d_g^2 - 4b^2}\right).$$
(1.18)

Однако, теорема Егера соответствует ситуации, когда распределение нормальных напряжений является результатом строго решения упругой задачи о прижатии двух тел. Так, для герцевской модели контакта, абсолютно строгой в пределе малых деформаций, решение Миндлина (1.16) в точности соответствует теореме Егера. Используемая нами стержневая модель не является строгим решением. В частности, радиус контактной площадки определяется с помощью соотношения ($a = \sqrt{hd_g}/2$, ур. (1.8)), которое просто позаимствовано из решения Герца. Это нарушает условия применимости теоремы Егера, и как следствие, выражение (1.18) не является решением поставленной задачи. Численный расчет интеграла (1.15) с функцией (1.18) показывает, что в этом случае смещения $u = u(\zeta) \neq \text{const}$ в области $\zeta < b$.

Несмотря на то, что итоговый результат Егера, т.е. соотношение (1.18), неприменим к приближенным (модельным) аппроксимациям, таким как стержневая модель (1.8), предложенный в работе [114] подход, позволяет записать достаточно общие интегральные соотношения и получить, в частности, решение тангенциальной проблемы для стержневой модели контакта. Покажем это.

Стартовой точкой метода бесконечно малых поршней Егера [114] является решение задачи о тангенциальном сдвиге (на расстояние *u*) плоского круглого штампа прочно сцепленного с упругим полупространством:

$$\sigma_{xz}(\zeta) = \frac{q_0}{\sqrt{a^2 - \zeta^2}} , \quad u = \frac{\pi(2 - \nu)(1 + \nu)}{2E} q_0 .$$
 (1.19)

Решение о сдвиге сферических частиц в точке $\zeta < a$ можно рассматривать, как суперпозицию бесконечно малых сдвиговых решений (1.19) с "амплитудами" $q_0(s)ds$ (для поршня радиусом s), где $b \leq s \leq a$. Это дает (см. [114], ур. (29))

$$\sigma_{xz}(\zeta) = \begin{cases} \int_{\zeta}^{a} \frac{q_{0}(s)ds}{\sqrt{s^{2} - \zeta^{2}}} , & \zeta \ge b ,\\ \int_{b}^{a} \frac{q_{0}(s)ds}{\sqrt{s^{2} - \zeta^{2}}} , & \zeta \le b , \end{cases}$$
(1.20)

$$u = \frac{\pi (2 - \nu)(1 + \nu)}{2E} \int_{b}^{a} q_{0}(s) ds , \quad \zeta \le b .$$
 (1.21)

В области проскальзывания ($b \leq \zeta \leq a$) тангенциальные напряжения ограничены законом сухого трения Кулона ($\sigma_{xz} = \mu \sigma_{zz}$), что приводит к интегральному уравнению относительно "амплитудной" функции $q_0(s)$:

$$\mu \sigma_{zz}(\zeta) = \int_{\zeta}^{a} \frac{q_0(s)ds}{\sqrt{s^2 - \zeta^2}} .$$
 (1.22)

Далее Егер использует аналогичное интегральное представление для нормальных напряжений σ_{zz} и ввиду идентичности соответствующих интегралов приходит к результату (1.17).

В случае модельных распределений $\sigma_{zz}(\zeta)$, которые не являются строгим решением упругой задачи о прижатии частиц, такой подход неприменим. Однако, уравнение (1.22) представляет собой интегральное уравнение Абеля ([117], ур. (15.3-35)), что позволяет записать его решение, т.е. выразить искомую функцию $q_0(s)$, для любого модельного распределения нормальных напряжений (предполагается лишь непрерывная дифференцируемость функции $\sigma_{zz}(\zeta)$):

$$q_0(s) = -\mu \, \frac{2}{\pi} \frac{d}{ds} \int_s^a \frac{t\sigma_{zz}(a,t)dt}{\sqrt{t^2 - s^2}} \,. \tag{1.23}$$

Отметим, что аналогичный анализ проведен в работе [114] для задачи о вращении частиц

относительно оси контакта. Подставляя полученный результат в (1.21), нетрудно получить

$$\delta = -\mu \; \frac{(2-\nu)(1+\nu)}{E} \int_{b}^{a} \frac{t\sigma_{zz}(a,t)dt}{\sqrt{t^{2}-b^{2}}} \; . \tag{1.24}$$

Отсюда, используя распределение нормальных напряжений (1.9), приходим для стержневой модели к соотношению

$$\frac{\delta}{\mu d_g} = \frac{2-\nu}{1-\nu} \frac{a^2-b^2}{d_g^2} + \frac{(2-\nu)(1-\nu)}{1-2\nu} \times \left[\sqrt{1-\frac{4b^2}{d_g^2}} \operatorname{Arth}\left(\sqrt{\frac{4a^2-4b^2}{d_g^2-4b^2}}\right) - \frac{2}{d_g}\sqrt{a^2-b^2}\right].$$
(1.25)

Для тангенциальных напряжений в области сцепления ($\zeta \leq b$) соотношения (1.20) и (1.23) дают

$$\sigma_{xz}(\zeta) = -\frac{2\mu}{\pi} \int_{b}^{a} \frac{ds}{\sqrt{s^{2} - \zeta^{2}}} \frac{d}{ds} \left(\int_{s}^{a} \frac{t\sigma_{zz}(a, t)}{\sqrt{t^{2} - s^{2}}} dt \right) .$$
(1.26)

Тогда для суммарной поверхностной силы можем записать

$$f_t = f_{t,1} + f_{t,2} , \qquad (1.27)$$

$$f_{t,1} = 4\mu \int_0^b \zeta \, d\zeta \int_b^a \frac{ds}{\sqrt{s^2 - \zeta^2}} \frac{d}{ds} \left(\int_s^a \frac{t\sigma_{zz}(a,t)}{\sqrt{t^2 - s^2}} \, dt \right) \,, \tag{1.28}$$

$$f_{t,2} = -2\pi\mu \int_{b}^{a} \sigma_{zz}(a,\zeta)\zeta \,d\zeta \,\,.$$
(1.29)

Меняя порядок интегрирования по переменным ζ и *s* в интеграле (1.28), получаем

$$f_{t,1} = 4\mu \int_{b}^{a} ds \left(s - \sqrt{s^{2} - b^{2}}\right) \frac{d}{ds} \left(\int_{s}^{a} \frac{t\sigma_{zz}(a, t)}{\sqrt{t^{2} - s^{2}}} dt\right) .$$
(1.30)

Выполняя интегрирование по частям, приходим к

$$f_{t,1} = -4\mu b \int_{b}^{a} \frac{t\sigma_{zz}(a,t)}{\sqrt{t^{2} - b^{2}}} dt - 4\mu \int_{b}^{a} ds \int_{s}^{a} \frac{t\sigma_{zz}(a,t)}{\sqrt{t^{2} - s^{2}}} dt + 4\mu \int_{b}^{a} \frac{s \, ds}{\sqrt{s^{2} - b^{2}}} \left(\int_{s}^{a} \frac{t\sigma_{zz}(a,t)}{\sqrt{t^{2} - s^{2}}} \, dt \right) .$$

$$(1.31)$$

Первый интеграл справа, согласно выражению (1.24), определяет смещение δ . В двух других

интегралах меняем порядок интегрирования. В результате получаем

$$f_{t,1} = \frac{4b\delta E}{(2-\nu)(1+\nu)} - 4\mu \int_{b}^{a} t\sigma_{zz}(a,t) \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{b}{t}\right)\right] dt + 2\pi\mu \int_{b}^{a} t\sigma_{zz}(a,\zeta) d\zeta .$$
(1.32)

Объединяя (1.29) и (1.32), для суммарной силы имеем

$$f_t = \frac{4b\delta E}{(2-\nu)(1+\nu)} - 4\mu \int_b^a t\sigma_{zz}(a,t) \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{b}{t}\right)\right] dt .$$
(1.33)

Подставляя сюда распределение σ_{zz} , соответствующее стержневой модели (1.9), получим выражение

$$\frac{f_t}{\mu E d_g^2} = \frac{4(b/d_g)}{(2-\nu)(1+\nu)} \frac{\delta}{\mu d_g} + \frac{4}{d_g^2} \int_b^a \left[\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{b}{t}\right)\right] \left[\frac{4\sqrt{a^2 - t^2}}{\pi d_g(1-\nu^2)} + \frac{1-\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)}\ln\left(\frac{d_g^2 - 4t^2}{d_g^2 - 4a^2}\right)\right] t \, dt ,$$
(1.34)

которое, совместно в ур. (1.25) неявным образом определяет зависимость $f_t(\delta)$, т.е. решение поставленной задачи.

1.3.2 Решение Егера для задачи о вращении прижатых частиц

Представленный выше анализ был реализован Егером [114] для задачи о вращении прижатых частиц относительно оси, проходящей через их центры ("pivoting rotation" [39]). Поворот частиц на угол θ_p относительно общей контактной площадки приводит к появлению момента поверхностных сил M_p . Полученный Егером результат имеет вид [114]

$$\frac{\theta_p}{\mu} = -\frac{1+\nu}{E} \int_b^a \frac{\sigma_{zz}(a,t)}{\sqrt{t^2 - b^2}} dt , \qquad (1.35)$$

$$\frac{M_p}{\mu} = \frac{8}{3} \int_b^a ds \int_s^a dt \; \frac{s^2 t}{\sqrt{t^2 - s^2}} \frac{\partial \sigma_{zz}(a, t)}{\partial t} \; . \tag{1.36}$$

Представим выражение (1.36) в более простом виде. Для этого поменяем порядок интегрирования по переменным s и t, что позволяет выполнить интегрирование по переменной s



Рисунок 1.7: Слева: зависимость тангенциальной силы f_t от сдвига частиц δ в соответствие с выражениями (1.25). Справа: зависимость момента поверхностных сил M_p от угла поворота частиц θ_p в соответствие с выражениями (1.35) и (1.39). Расчеты выполнены для $a = 0.2d_g$, $\nu = 0.25$. Штриховые линии — асимптоты (1.40) в области слабого нагружения, когда $b \to a$ (полное сцепление частиц). Пунктирные прямые соответствуют максимальным значениям f_t и M_p (при $b \to 0$), определяемым выражениями (1.41).

аналитически:

$$\frac{M_p}{\mu} = \frac{4}{3} \int_b^a dt \left[b\sqrt{t^2 - b^2} + t^2 \arcsin\left(\sqrt{1 - \frac{b^2}{t^2}}\right) \right] t \frac{\partial\sigma_{zz}(a, t)}{\partial t} .$$
(1.37)

Далее, интегрируя по частям и учитывая, что на границе контактной площадки нормальные напряжения исчезают, т.е. $\sigma_{zz}(a,a) = 0$, приходим к выражению

$$\frac{M_p}{\mu} = -\frac{4}{3} \int_b^a dt \left[3b\sqrt{t^2 - b^2} + 3t^2 \arcsin\left(\sqrt{1 - \frac{b^2}{t^2}}\right) + \frac{2b^3}{\sqrt{t^2 - b^2}} \right] \sigma_{zz}(a, t) .$$
(1.38)

Отсюда, с учетом соотношения (1.35), после несложных преобразований получаем

$$M_p = \frac{8b^3 E}{3(1+\nu)} \ \theta_p - 4\mu \int_b^a \sigma_{zz}(a,t) \left[t^2 \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{b}{t}\right) \right) + b\sqrt{t^2 - b^2} \right] dt \ . \tag{1.39}$$

Записанное выражение в отличие от ур. (1.36) содержит однократный интеграл, что существенно облегчает численные расчеты и анализ асимптотического поведения величины M_p в предельных случаях $b \to 0$ или $b \to a$. Отметим также, что решение задачи о вращении, представленное уравнениями (1.35) и (1.39), имеет сходный вид с решением задачи о сдвиге — уравнения (1.24) и (1.33).

Зависимости $f_t(\delta)$ и $M_p(\theta_p)$, определяемые выражениями (1.25), (1.34) и (1.35),(1.39), проиллюстрированы на рис. 1.7. В области бесконечно малого нагружения $b \to a$ (полное

сцепление) и данные зависимости линеаризуются:

$$f_t = \frac{4Ea}{(2-\nu)(1+\nu)} \,\delta \,, \qquad M_p = \frac{8Ea^3}{3(1+\nu)} \,\theta_p \,. \tag{1.40}$$

Заметим, что первое из записанных соотношений в точности совпадает с линеаризацией классического закона Миндлина (1.4), а второе соответствует закону Рейснера-Сагоси [72, 74]. В области высоких нагружений ($b \rightarrow 0$) максимальные значения f_t и M_p ограничены законом сухого трения Кулона:

$$f_{t,\max} = \mu f_e$$
, $M_{p,\max} = 2\pi\mu \int_0^a \sigma_{zz}(a,\zeta)\zeta^2 d\zeta$. (1.41)

Однако если в задаче о сдвиге значение $f_{t,\max}$ достигается при конечном значении δ , то в задаче о вращении значению $M_{p,\max}$ соответствует угол поворота частиц $\theta_p \to \infty$. Последнее обусловлено сингулярным характером зависимости $\theta_p(b)$ при $b \to 0$. Анализ выражения (1.35) в этом пределе дает

$$\frac{\theta_p}{\mu} = c_1 \ln\left(\frac{b}{d_g}\right) + c_2 + o(1), \qquad c_1 = \frac{1-\nu}{1-2\nu} \ln\left(1 - \frac{4a^2}{d_g^2}\right) - \frac{4(a/d_g)}{\pi(1-\nu)},$$
$$c_2 = \frac{4(a/d_g)}{\pi(1-\nu)} \left[\ln\left(\frac{4a}{d_g}\right) - 1\right] - \frac{1-\nu}{1-2\nu} \left[\frac{1}{2} \operatorname{dilog}\left(1 - \frac{4a^2}{d_g^2}\right) + \ln\left(\frac{2a}{d_g}\right) \ln\left(1 - \frac{4a^2}{d_g^2}\right)\right] .$$

Линеаризованные законы (1.40) описывают упругое взаимодействие круглого штампа с полупространством [118]. Они выполняются строго, если появление периферийной области проскальзывания (область S₂ на рис. 1.6) затруднено. Для частиц порошка такая ситуация может реализоваться в случае появления между ними прочного сцепления, объединяющего две частицы в единое твердое тело. Анализу данной ситуации посвящен следующий раздел.

1.4 Образование прочных связей

В качестве причины образования прочных межчастичных связей химической природы в порошковых компактах обычно подразумевается спекание частиц в процессах высокотемпературной обработки [51]. Однако, как мы полагаем, такие связи могут быть образованы также за счет достаточно сильного механического прижатия частиц, которое инициирует перекрытие электронных оболочек поверхностных атомов и образование ковалентных или ионных (в зависимости от материала частиц) связей между прижатыми частицами. Чтобы описывать образование/разрушение прочных связей, введем параметр Δr_{ch} , который будет



Рисунок 1.8: Сила нормального контактного взаимодействия двух частиц в зависимости от величины перекрытия $h = d_g - r$. Параметры расчета: $\alpha = 0.24$, размер частиц $d_g = 16$ нм, расстояние образования/разрушения прочного сцепления $\Delta r_{ch} = 0.008 d_q$.

Рисунок 1.9: Среднее контактное нормальное напряжение, которое инициирует уменьшение контактной площадки (h > 0) или полное разрушение контакта (h = 0). Сплошная линия — $\Delta r_{ch}/d_g = 0.005$, штриховая — 0.01, пунктирная — 0.015.

характеризовать необходимое прижатие частиц. Принимается, что при уменьшении расстояния между частицами r до значения $r_{\min} < d_g - \Delta r_{ch}$ между ними возникает прочное (химическое) сцепление. До появления такого сцепления упругие нормальные силы $f_e(r)$ описываются стержневой моделью (1.8). После образования прочной связи при сжатии (уменьшение r) упругое взаимодействие продолжает подчиняться закону (1.8), а при растяжении (увеличение r) имеем

$$f_e(r, r_{\min}) = f_e(r_{\min}) + \left(\frac{df_e}{dr}\right)_{r_{\min}} (r - r_{\min}) ,$$

$$\frac{1}{Ed_g} \left(\frac{df_e}{dr}\right)_{r_{\min}} = -\frac{\sqrt{1 - r_{\min}}}{2(1 - \nu^2)} + \frac{\pi/4}{1 - 2\nu} \left(1 - \frac{d_g}{r_{\min}}\right) .$$
(1.42)

Зависимость (1.42) описывает линейную взаимосвязь силы f_e и расстояния r вплоть до значения $r = r_{\min} + \Delta r_{ch}$. При дальнейшем увеличении r вводится частичное разрушение контакта, которое описывается увеличением параметра r_{\min} , так чтобы разность $r - r_{\min}$ оставалась равна своему максимальному значению Δr_{ch} . Полное разрушение контакта между частицами происходит при растяжении до значения $r = d_q$.

Характер изменения контактных сил нормального взаимодействия частиц проиллюстрирован на рис. 1.8. Здесь и в дальнейшем в качестве материала частиц подразумевается оксид алюминия в α -фазе, для которого принято: E = 382 GPa, $\nu = 0.25$ [89]. Первоначальное моно-

тонное нагружение контакта соответствует кривой АВВ'. При этом упругое взаимодействие частиц возрастает в соответствие с законом (1.8). Разгрузка контакта от значений $h < \Delta r_{ch}$ (до образования прочной связи в точке В) происходит обратимым образом: вновь по кривой AB. Разгрузка от значения $h = \Delta r_{ch}$ (точка B — произошло образование прочной связи) описывается прямой ВС. Этот прямолинейный участок будет описывать упругое взаимодействие частиц до тех пор, пока расстояние h не выйдет за его пределы. При достижении точки С происходит разрушение прочной химической связи, сила взаимодействия скачком переходит в точку А, и в дальнейшем опять описывается кривой АВ. При нагружении правее точки В, например, до точки В', прямолинейный участок смещается к отрезку В'С'. Если состояние контакта смещается левее точки C', то происходит одновременное равное смещение точек B'и С', так что прямолинейный участок В'С' перемещается влево. Смещение точки В' отражает частичное разрушение контакта и связанное с этим уменьшение контактной площадки, которые начинаются при достижении точки C'. Отметим, что в общем случае параметры, которые определяют образование прочной связи и ее разрушение, не обязаны совпадать. Мы описываем инициирование этих процессов общим параметром Δr_{ch} лишь в целях упрощения модели.

Усредненное нормальное напряжение на контактной площадке, которое инициирует частичное (при $r < d_g$) или полное (при $r = d_g$) разрушение контакта,

$$\sigma_u = \frac{1}{\pi a_{ch}^2} \left[f_{ij}(r) |_{r_{\min} = r - \Delta r_{ch}} - f_{ij}(r) |_{r_{\min} = r} \right] , \qquad a_{ch} = \frac{1}{2} \sqrt{d_g (d_g - r + \Delta r_{ch})} ,$$

представлено на рис. 1.9. Видно, что для значений $\Delta r_{ch} \leq 0.01$ максимальные значения разрывного напряжения не превышают теоретическую прочность материала $\sigma_b \simeq 11$ ГПа. Близость разрывного напряжения к теоретической прочности оправдана нанометровым размером моделируемых частиц [1, 51, 84-88].

Наличие прочного сцепления частиц обеспечивает строгое выполнение линейных законов (1.40) для тангенциальных взаимодействий при относительном сдвиге и вращении частиц. Ограничения (1.41), связанные с законом сухого трения Кулона, при этом снимаются. Однако законы (1.40) имеют естественное ограничение, связанное с разрушением прочной связи, если тангенциальные напряжения в области контакта превысят критическое напряжение σ_b , характеризующее сдвиговую прочность материала. Определяя среднее тангенциальное напряжение в области контакта при сдвиговом нагружении с силой f_t , как $\bar{\sigma}_t = f_t/(\pi a^2)$,

$$f_{t,\max} = \pi a^2 \sigma_b . \tag{1.43}$$

Аналогичное ограничение для процессов относительного вращения частиц имеет вид [51]

$$M_{p,\max} = \frac{\pi}{2}a^3\sigma_b \ . \tag{1.44}$$

Если в момент достижения предельного касательного нагружения ($f_t = f_{t,\max}$ или $M_p = M_{p,\max}$), расстояние между частицами $r < (d_g - \Delta r_{ch})$ (правее точки B на рис. 1.8), то происходит частичное разрушение прочной связи, и значению r_{\min} (координата точки B') присваивается текущее значение r. Если же расстояние между частицами $r > (d_g - \Delta r_{ch})$ (участок AB), то происходит полное разрушение прочной связи, хотя сам контакт остается и лимитируется законом сухого трения Кулона.

Помимо изменения контактных законов, описанных выше, наличие прочной связи приводит к появлению принципиально нового свойства — упругости контакта "на изгиб", т.е сопротивление контакта несогласованному вращению частиц относительно оси, лежащей в плоскости контакта (перекатывание, "rolling rotation" [39]). Известно, что частицы микронных, или более крупных, порошков обладают определенным трением относительно перекатывания [48, 50, 91, 119], которое можно характеризовать коэффициентом трения качения μ_r . Источником трения качения ("rolling resistance" в англоязычной литературе) являются процессы пластической деформации в области контакта. Мы моделируем наноразмерные порошки, частицы которых гораздо менее подвержены пластичному деформированию, поэтому в отсутствие прочной связи между частицами мы пренебрегаем трением качения. Для описания взаимодействия частиц при изгибе прочного контакта воспользуемся решением задачи об упругом взаимодействии наклонного плоского круглого штампа на поверхности полупространства (см. [118], ур. (4.5) на стр. 272), согласно которому можем записать

$$M_r(\theta_r) = \frac{4}{3} \frac{Ea^3}{1 - \nu^2} \; \theta_r \; , \qquad (1.45)$$

где M_r — момент сил качения, θ_r — угол поворота контактной площадки в направлении перпендикулярном оси контакта, которая задается вектором \vec{r}_{ij} для частиц *i* и *j*. Заметим, что для реализации закона (1.45) штамп должен быть предварительно прижат к полупространству некоторой силой f_e . Это гарантирует отсутствие растягивающих напряжений на контактной поверхности. Увеличение угла наклона θ_r неизбежно приводит к появлению растягивающих напряжений. Причем их распределение имеет сингулярный характер на периферии штампа. Поэтому момент появления растягивающих напряжений, определяемый условием [118]

$$M_{r,\max} = af_e/3 , \qquad (1.46)$$

мы будем использовать как верхнее ограничение к закону (1.45). При достижении значения $M_{r,\max}$, в отличие от ситуаций со сдвиговым и вращательным нагружениями, уменьшения контактной площадки не происходит (точка B' на рис. 1.8 не смещается). Предполагается, что в данном случае реализуется процесс перекатывания, при котором контактная площадка фиксированного размера просто перемещается по поверхности частиц.

1.5 Притяжение сферических частиц посредством дисперсионных сил

Поведение системы частиц, размеры которых лежат в диапазоне нано- — микрометров, в значительной степени определяется дисперсионными силами межмолекулярного притяжения Лондона – Ван-дер-Ваальса. Так, например, конкуренция сил дисперсионного притяжения и сил отталкивания электрических двойных слоев обусловливает устойчивость либо формирует процесс коагуляции лиофобных коллоидных растворов [120-122], конкуренция с гравитационными силами объясняет резкое снижение насыпной плотности порошков при уменьшении размера частиц [46, 123].

На расстояниях малых по сравнению с характерными длинами волн для спектров поглощения молекул (или атомов) потенциал межмолекулярного притяжения спадает пропорционально шестой степени расстояния

$$\phi_0(r_{12}) = -2\varepsilon \frac{d_0^6}{r_{12}^6} , \qquad (1.47)$$

где ε — энергетический параметр, d_0 — эффективный диаметр молекул ($d_0 = 2^{1/6} d_{LJ}$, d_{LJ} — традиционный размерный параметр леннард-джонсовского потенциала). В приближении аддитивности межмолекулярных взаимодействий энергия ван-дер-ваальсового притяжения E_a двух макроскопических объектов объемами V_1 и V_2 дается шестимерным интегралом

$$E_a = \int_{V_1} n(\vec{r_1}) d\vec{r_1} \int_{V_2} n(\vec{r_2}) d\vec{r_2} \ \phi(r_{12}) \,, \tag{1.48}$$

где *n* — число молекул на единицу объема взаимодействующих тел. Для однородных частиц сферической формы, используя межмолекулярный потенциал ϕ вида (1.47), Гамакеру [75] удалось аналитически взять интеграл (1.48). В частности для двух одинаковых сферических частиц диаметром d_q потенциал (1.47) дает

$$E_a = \frac{-A}{12} \left\{ \frac{d_g^2}{r^2 - d_g^2} + \frac{d_g^2}{r^2} + 2\ln\left(1 - \frac{d_g^2}{r^2}\right) \right\}, \qquad A = 2\pi^2 \varepsilon \left(nd_0^3\right)^2, \tag{1.49}$$

где r — расстояние между центрами макрочастиц, A — константа Гамакера.

Анализируя классическое выражение Гамакера (1.49), видим, что для описания межчастичных взаимодействий на малых расстояниях ($r \ll d_g$) оно неприменимо. Это связано с расходимостью энергии взаимодействия E_a при соприкосновении взаимодействующих макрочастиц, т.е. когда $h = r - d_g \rightarrow 0$. Последнее является следствием расходимости межмолекулярного потенциала (1.47) при совмещении молекул. Традиционно данную проблему обходят, вводя минимальное расстояние сближения частиц h_{\min} [46, 124-127]. Выбор конкретного значения h_{\min} достаточно произволен. Часто полагают $h_{\min} = 0.4$ нм [46, 124-126]. В работе [127] используется значение $h_{\min} = 0.0025d_g$, что, в частности, для анализируемых в [127] частиц диаметром $d_g = 30$ нм, дает $h_{\min} = 0.075$ нм.

Определим величину h_{\min} посредством более строгого рассмотрения. В действительности, соприкосновение моделируемых макрочастиц не означает совмещения их пограничных молекул, между которыми остается промежуток порядка молекулярного диаметра d_0 , т.е. $h_{\min} = \alpha d_0$, где параметр $\alpha \simeq 1$. Формально учесть это можно, заменив величину r в правой части выражения (1.49) на комбинацию $r + \alpha d_0$, т.е. определяя энергию ван-дер-ваальсового притяжения посредством соотношения:

$$E_a = \frac{-A}{12} \left\{ \frac{d_g^2}{(r+\alpha d_0)^2 - d_g^2} + \frac{d_g^2}{(r+\alpha d_0)^2} + 2\ln\left(1 - \frac{d_g^2}{(r+\alpha d_0)^2}\right) \right\}.$$
 (1.50)

В частности, для силы притяжения частиц получаем

$$f_a(r) = \left(\frac{\partial E_a}{\partial r}\right) = \frac{Ad_g^6}{6(r + \alpha d_0)^3 \left[(r + \alpha d_0)^2 - d_g^2\right]^2}.$$
(1.51)

Коэффициент α определим таким образом, чтобы в пределе $r = d_g = d_0$ выражение (1.51) давало силу взаимодействия двух молекул $f_0 = \partial \phi_0 / \partial r = 12 \varepsilon / d_0$. При этом будем полагать, что молекулы, ответственные за ван-дер-ваальсовское взаимодействие, располагаются



Рисунок 1.10: Суммарная нормальная сила взаимодействия двух гранул $(f_n = f_e + f_a)$ в зависимости от расстояния r между их центрами для $d_g = 10$ нм (1), 20 нм (2), 50 нм (3) и 100 нм (4). $f_n < 0$ — притяжение, $f_n > 0$ — отталкивание.

в моделируемых частицах наиболее плотным образом (ГЦК или ГПУ упаковки), т.е.

$$nd_0^3 = \sqrt{2}.$$
 (1.52)

В итоге получим алгебраическое уравнение на параметр α

$$(1+\alpha)^3 \alpha^2 (2+\alpha)^2 = \frac{\pi^2}{18},$$
(1.53)

численное решение которого дает $\alpha \simeq 0.2396$. В дальнейшем будем полагать $\alpha = 0.24$. Теперь при $r = d_g$ энергия притяжения макрочастиц и сила их сцепления принимают конечные значения, при условии $\alpha d_0 \ll d_g$, равные

$$E_{a,0} = -\frac{A}{24} \frac{d_g}{\alpha d_0} , \qquad f_{a,0} = \frac{A}{24} \frac{d_g}{\alpha^2 d_0^2} . \tag{1.54}$$

Значение параметра α меньшее единицы соответствует тому факту, что равновесное расстояние между поверхностями макроскопических частиц (αd_0) должно быть меньше равновесного расстояния между двумя атомами (d_0), что подтверждается прямыми расчетами в рамках молекулярной динамики [128].

Сопоставим интенсивность ван-дер-ваальсового взаимодействия с гравитационными силами $f_g = \rho_g(\pi/6)d_g^3g$, где ρ_g — плотность гранул, g — ускорение свободного падения. В качестве тестового материала используем α -Al₂O₃. Эффективный диаметр молекул определим по плотности $\rho_g = 3970$ кг/м³ [89] и молярной массе $M_{Al_2O_3} = 102$, что дает $d_0 = (\sqrt{2} M_{Al_2O3}/\rho_q N_a)^{1/3} \simeq 0.392$ нм (N_a — число Авогадро). В структуре корунда (α -фаза Al₂O₃) атомы кислорода образуют почти неискаженную гексагональную плотнейшую упаковку, а ионы алюминия занимают 2/3 октаэдрических пустот. Ввиду этого будем считать справедливым соотношение (1.52). Согласно данным [129, 130] об измерениях диэлектрической постоянной константа Гамакера оксида алюминия $A = 1.5 \times 10^{-19}$ Дж. Тогда для энергии межмолекулярного взаимодействия имеем $\varepsilon = 275 k_B$. Стоит однако отметить высокую погрешность такого определения констант Гамакера: данные разных авторов могут отличаться на порядок [130]. С другой стороны, в рамках, например, DMT модели (Derjaguin-Muller-Toropov) [109] максимальную силу дисперсионных притяжений $f_{a,0}$ можно отождествить с величиной адгезионного сцепления в виде $\pi \gamma d_q$, где типичное значение поверхностной энергии ковалентных и ионных керамических материалов составляет порядка $\gamma = 1 \, \text{Дж/м}^2 \, [51, 89].$ Это дает для энергии межмолекулярного взаимодействия $\varepsilon = 1224k_B$, что мы и будем использовать в дальнейших численных оценках. Используя приведенные выше численные константы для частиц размером $d_g = 100$ нм согласно (1.54) имеем $f_{a,0} \simeq 3 \times 10^{-7}$ H, что примерно на 10 порядков превосходит силу тяжест
и $f_g\simeq 2\times 10^{-17}$ Н. Таким образом, для наночастиц влияние гравитационных сил пренебрежимо мало. Отметим, что представленные выше соотношения, характеризующие интенсивность ван-дер-ваальсовых межчастичных сил, неприменимы для более крупных гранул, например, для порошков микронного размера. В частности, можно заметить, что равенство силы $f_{a,0}$ и гравитационной силы f_g достигается при $d\simeq 12$ мм, что является нереальной оценкой области влияния гравитационных сил. Последнее связано с неучетом неизбежных шероховатостей и загрязнений на поверхности крупных частиц, что приводит к ослаблению ван-дер-ваальсового притяжения [124].

В случае сильных прижатий частиц, т.е. для расстояний $r < d_g$, что характерно для процессов компактирования, мы будем полагать силу дисперсионного притяжения постоянной и равной величине $f_{a,1} = f_a(d_g)$. Подобное "насыщение" ван-дер-ваальсовых сил при малых rтрадиционно используется в работах по моделированию порошковых сред [46, 48, 49, 91]. Суммарная сила взаимодействия, нормального по отношению к площади контакта, представлена на рис. 1.10 в безразмерном виде. Равновесное расположение двух гранул под действием сил ван-дер-ваальсового притяжения и упругого отталкивания соответствует расстоянию между их центрами r_{eq} , которое незначительно меньше их диаметра. Так, для частиц диаметром $d_g = 100$ нм равновестное расстояние составляет $r_{eq} \simeq 0.9965d_g$, а для частиц с $d_g = 10$ нм — уже 0.9846 d_g . Сила $f_{a,1}$ определяет сцепление частиц при их контакте, и следовательно, начальный уровень сил трения (для неприжатых частиц). Для частиц с диаметром $d_g = 10$ нм сила $f_{a,1} \simeq 8 \cdot 10^{-4} E d_g^2$, что для оксида алюминия (E = 382 ГПа) эквивалентно давлению $f_{a,1}/d_g^2 = 300$ МПа. С увеличением размера гранул, как показывает рис. 1.10, амплитуда вандер-ваальсовского сцепления в приведенных величинах $f_{a,1}/(Ed_g^2)$ уменьшается, как $1/d_g$ (см. ур. (1.54)).

В следующем разделе мы проанализируем влияние эффекта запаздывания [131] на амплитуду сил дисперсионного притяжения. Как будет показано, это влияние пренебрежимо мало в случае описания процессов компактирования сухих порошков. Однако, эффект запаздывания оказывается существеннен при моделировании поведения коллоидных растворов, которые часто используются на стадии приготовления наноразмерных порошков. Поэтому теоретическое описание и учет эффекта запаздывания помимо высокого фундаментального интереса может иметь высокую актуальность, в частности, для корректного моделирования процессов, связанных с генерацией начальных порошковых структур.

1.6 Учет эффекта запаздывания в дисперсионном притяжении частиц

Выведенное Гамакером выражение (1.49) сразу же нашло активное применение в описании поведения различных гранулированных систем, в частности, коллоидных растворов [130, 132, 133], интенсивное изучение которых на основе уравнения (1.49) продолжается и по сей день [125-127, 134, 135]. В настоящее время актуальность изучения коллоидных растворов в значительной степени обусловлена развитием способов создания наноструктурированных материалов. Выражение Гамакера (1.49) используется для изучения динамики систем с размерами частиц от нескольких нанометров до сотен микрон [38]. В частности, в работе [125] анализируется влияние сил притяжения частиц диаметром порядка 100 нм на относительно больших расстояниях, вплоть до 1 микрометра, на скорость агломерации коллоидных растворов. Силы притяжения на таких расстояниях уже на 5-6 порядков меньше по величине, чем при непосредственном касании частиц. Тем не менее, как обнаружено в [125], характер спадания дисперсионных сил на больших расстояниях, может оказывать заметное влияние на поведение ансамбля взвешенных частиц.

Рассмотрение дисперсионных сил притяжения на относительно больших расстояниях, сопоставимых или даже превышающих характерные длины энергетических переходов в молекулах или атомах, требует использования вместо (1.49) выражений, учитывающих эффект запаздывания [136, 137]. Квантово-механическое рассмотрение задачи об энергии притяжения макроскопических тел приводит к достаточно сложным интегралам от их диэлектрических проницаемостей как функций частоты [120-122, 138-141]. Помимо того, что это требует подробной информации об оптических свойствах взаимодействующих частиц, данные интегралы даже в простейших случаях не могут быть взяты аналитически. Последнее обстоятельство сильно затрудняет использование строгих квантово-механических результатов. В то же время, как отмечается авторами [141], для проведения численных экспериментов по моделированию гранулированных систем необходим способ достаточно быстрого расчета межчастичных взаимодействий, свободный от промежуточных операций численного интегрирования.

Более продуктивным для практического использования представляется вычисление интеграла (1.48) с межмолекулярным потенциалом, учитывающим эффект запаздывания. В численных экспериментах [136], например, используются полученные таким образом приближенные выражения работы [142]. Как отмечается самими авторами [142], погрешность их выражений для энергии притяжения частиц составляет 15%. Попытка предложить, так называемое [141], "точное" решение данной задачи представлена авторами [143]. Предложенное в [143] выражение представляет собой сшивку четырех аппроксимаций для различных областей расстояний между взаимодействующими частицами, и является очень громоздким. Более того, как будет показано ниже, для области малых значений межмолекулярного расстояния r_{12} в работах [142, 143] использована некорректная аппроксимация межмолекулярного потенциала, представленная в работе [144].

Авторы [141] предложили учитывать эффект запаздывания отдельно от "геометрического" фактора, представленного формулой (1.49), за счет модификации константы Гамакера A. Выражение для дополнительного множителя F, вводимого авторами [141] в формулу Гамакера, получено полуаналитически на основе анализа взаимодействия двух полупространств. Как следствие, величина F является функцией расстояния между телами h и характерной для энергетического спектра тел длины λ_0 , т.е. $F = F(h/\lambda_0)$ (ур. (33) в работе [141]). Достигнутая при этом погрешность описания экспериментальных данных, как указано в работе [141] составляет порядка 17%. Однако, в общем случае "геометрический" эффект и эффект запаздывания не могут быть разделены, поэтому множитель F должен являться, как минимум, двухпараметрической функцией $F = F(h/\lambda_0, d_g/\lambda_0)$ (для двух идентичных изотропных тел).

Ниже мы предложим модельный потенциал, который, с одной стороны, имеет правильные асимптотики как в области малых межмолекулярных расстояний r_{12} , так и в области больших значений r_{12} (с учетом эффекта запаздывания), а с другой — позволяет аналитически вывести аналог выражения (1.49). Тем самым, мы получим обобщение формулы Гамакера, применимое в рамках аддитивности межмолекулярных взаимодействий для строгого описания дисперсионных сил притяжения между сферическими частицами на любых расстояниях.

1.6.1 Межмолекулярный потенциал.

Энергия ван-дер-ваальсового взаимодействия двух молекул с учетом эффекта запаздывания была выведена Казимиром и Полдером в работе [131]. Для двух изотропных молекул имеем [122, 131]

$$\phi(r) = \frac{-\hbar}{\pi r^6} \int_0^\infty dw \ \alpha_1(iw) \alpha_2(iw) \exp\left(-2\frac{wr}{c}\right) \left[\left(\frac{wr}{c}\right)^4 + 2\left(\frac{wr}{c}\right)^3 + 5\left(\frac{wr}{c}\right)^2 + 6\left(\frac{wr}{c}\right) + 3\right],\tag{1.55}$$

где \hbar — постоянная Планка, w — частота, $\alpha_{1,2}$ — поляризуемости взаимодействующих молекул или атомов, c — скорость света. В случае, когда взаимодействуют одинаковые молекулы (атомы), в которых существенен только один энергетический переход с частотой w_0 , для поляризуемостей $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ можно записать [122]

$$\alpha(w) = \frac{\alpha_0}{1 - (w^2/w_0^2) - iw\eta} , \quad \eta \to +0.$$
 (1.56)

где $\alpha_0 = \alpha(0)$. В общем случае в выражении (1.56) присутствует суммирование по всем возможным энергетическим переходам в молекуле. Однако для качественного анализа зависимости $\phi(r)$ выражения (1.56) вполне достаточно. Подставляя (1.56) в (1.55), после несложных преобразований приходим к

$$\phi(r) = \frac{-\hbar w_0^4 \alpha_0^2}{\pi r^3 c^3} \int_0^\infty dt \; \frac{\exp(-2t)}{\left(a^2 + t^2\right)^2} \left[t^4 + 2t^3 + 5t^2 + 6t + 3\right] \;, \tag{1.57}$$

где $a = w_0 r/c$. При $w_0 r \ll c$, т.е. когда эффектом запаздывания можно пренебречь, выражение (1.57) дает классический дисперсионный потенциал (1.47) в виде [122]

$$\phi_0(r) = \frac{-3\hbar w_0 \alpha_0^2}{4r^6} \ . \tag{1.58}$$

На больших расстояниях потенциал ϕ , определяемый выражением (1.57), пропорционален r^{-7} . Отклонение $\phi(r)$ от $\phi_0(r)$ удобно характеризовать их отношением [141, 142, 144] —

$$\chi(r) = \frac{\phi(r)}{\phi_0(r)} = \frac{4w_0^3 r^3}{3\pi c^3} \int_0^\infty dt \; \frac{\exp(-2t)}{\left(a^2 + t^2\right)^2} \left[t^4 + 2t^3 + 5t^2 + 6t + 3\right] \;. \tag{1.59}$$

Асимптотическое поведение величины $\chi(r)$ при $r \to \infty$ [131],

$$\chi(r) \simeq \frac{23}{3\pi} \frac{c}{w_0 r} ,$$
(1.60)

позволяет ввести характерный масштаб расстояний L_r , на котором становится существенным эффект запаздывания,

$$L_r = \frac{23}{3\pi} \frac{c}{w_0} \ . \tag{1.61}$$

Численный расчет функции $\chi(r)$ представлен на рис. 1.11. Перечислим характерные свойства этой функции: 1) $\chi(0) = 1, 2) \chi(r) = L_r/r$ при $r \to \infty, 3)$ функция монотонно спадает на всем интервале r [122, 138], 4) при $r \to 0$ разность $1 - \chi(r) \sim r^2$ [122, 139]. Последнее свойство нетрудно получить из выражения (1.59). При $r \to 0$ имеем

$$\chi(r) \simeq \frac{4w_0^3 r^3}{3\pi c^3} \int_0^\infty \frac{3-t^2}{\left(a^2+t^2\right)^2} dt = 1 - \frac{w_0^2 r^2}{3c^2} .$$
(1.62)

Отметим, что в работах [142, 143] использована функция $\chi(r)$, имеющая некорректную асимптотику при $r \to 0$: $1 - \chi(r) \sim r$, что, естественно, снижает ценность полученных аппроксимационных выражений.

В общем случае, как отмечается в [122], зависимость $\chi(r)$ имеет сложную форму и определяется конкретным видом поляризуемостей молекул как функций частоты. Это не позволяет аналитически взять интеграл в (1.48) и получить компактное выражение для энергии притяжения макроскопических частиц. Однако, перечисленные выше свойства функции $\chi(r)$ являются универсальными и сохраняются в любом случае. С учетом этого рассмотрим модельный потенциал межмолекулярного взаимодействия в виде

$$\phi(r_{12}) = \phi_0(r_{12})\chi(r_{12}), \qquad \chi(r_{12}) = \frac{L_r}{\left(L_r^2 + r_{12}^2\right)^{1/2}} . \tag{1.63}$$

Данный потенциал отвечает всем перечисленным выше свойствам для функции $\chi(r)$. Более



Рисунок 1.11: Отношение межмолекулярного потенциала, с учетом эффекта запаздывания, к классическому потенциалу (1.47). Сплошная линия — численный расчет по выражению (1.59), штриховая — модельный потенциал (1.63), пунктирная — аппроксимация (1.66).

того, любая линейная комбинация потенциалов (1.63) с различными значениями L_r ,

$$\phi(r_{12}) = \phi_0(r_{12}) \sum_i \frac{\xi_i L_{r,i}}{\left(L_{r,i}^2 + r_{12}^2\right)^{1/2}} , \qquad (1.64)$$

при условиях "нормировки"

$$\sum_{i} \xi_{i} = 1 , \qquad \sum_{i} \xi_{i} L_{r,i} = L_{r} , \qquad (1.65)$$

также удовлетворяет всем необходимым требованиям.

Функция (1.64), с одной стороны, благодяря свободным параметрам ξ_i и $L_{r,i}$ обладает достаточной гибкостью для аппроксимации эмпирических межмолекулярных потенциалов. Так, для аппроксимации потенциала (1.57) достаточно двух слагаемых в сумме (1.64), т.е.

$$\phi(r_{12}) = \phi_0(r_{12}) \left[\frac{\xi_1 L_{r,1}}{\left(L_{r,1}^2 + r_{12}^2\right)^{1/2}} + \frac{\xi_2 L_{r,2}}{\left(L_{r,2}^2 + r_{12}^2\right)^{1/2}} \right]$$
(1.66)

со значениями параметров: $\xi_1 = 0.462$, $L_{r,1} = 0.485L_r$, $\xi_2 = 0.538$, $L_{r,2} = 1.443L_r$. Погрешность аппроксимации при этом не превышает 0.7% (см. рис. 1.11). С другой стороны, благодаря линейности оператора $E_a\{\phi(r)\}$ согласно выражению (1.48), нам достаточно рассмотреть только модельный потенциал (1.63). Энергия притяжения тел с межмолекулярным потенциалом в виде (1.64) будет просто линейной комбинацией энергий, соответствующих отдельным слагаемым в (1.64). Привлекательность модельного потенциала (1.63) помимо того, что он удовлетворяет всем характерным свойствам для функции $\chi(r)$, состоит в том, что, как будет продемонстрировано ниже, он позволяет аналитически взять интеграл (1.48) и получить достаточное компактное выражение для энергии притяжения двух макроскопических частиц.

1.6.2 Обобщение формулы Гамакера.

Подставим потенциал (1.63) в выражение (1.48). Используя методику Гамакера [75], шестикратный интеграл в правой части (1.48) можно свести до двухкратного, который в случае взаимодействия сферических тел с диаметром d_g принимает вид

$$E_a = \frac{-A}{r} \int_{r-d_g/2}^{r+d_g/2} dy \int_{y-d_g/2}^{y+d_g/2} dx \left[\frac{d_g^2}{4} - (r-y)^2 \right] \left[\frac{d_g^2}{4} - (y-x)^2 \right] \frac{\chi(x)}{x^5} .$$
(1.67)

Меняя порядок интегрирования в последнем выражении, выполним интегрирование по переменной *у*. В результате приходим к соотношению

$$\frac{30E_a(r)r}{-A} = \int_{r-d_g}^r \frac{\chi(x)}{x^5} \left(d_g - r + x\right)^3 \left[(r - x)^2 + 3d_g(r - x) + d_g^2 \right] dx + \int_r^{r+d_g} \frac{\chi(x)}{x^5} \left(d_g + r - x\right)^3 \left[(r - x)^2 - 3d_g(r - x) + d_g^2 \right] dx .$$
(1.68)

Для функции $\chi(r)$, определяемой уравнением (1.63), записанные интегралы могут быть взяты аналитически. Результат интегрирования может быть представлен в виде

$$\frac{12E_a(r)}{-A} = 2\left(1 - \frac{2r^2 - 3d_g^2}{2L_r^2} + \frac{3r^2}{40}\frac{r^2 - 5d_g^2}{L_r^4}\right)\ln\left(\frac{\sqrt{r^2 + L_r^2} + L_r}{\sqrt{r^2 + L_r^2} - L_r}\right) + \left(\frac{71r^2 - 195d_g^2}{2L_r^2} + \frac{15d_g^2 - 77r^2}{r^2}\right)\frac{\sqrt{r^2 + L_r^2}}{15L_r} + g_{aux}(r, L_r, d_g) + g_{aux}(r, L_r, -d_g),$$
(1.69)

где

$$g_{aux}(r, L_r, p) = \left(1 - \frac{2r^2 - 3p^2}{2L_r^2} + \frac{3r^2}{40} \frac{r^2 - 5p^2}{L_r^4} - \frac{p^3}{L_r^3} \frac{15r^2 - 3p^2 - 20L_r^2}{40rL_r}\right) \\ \times \ln\left(\frac{\sqrt{(r+p)^2 + L_r^2} - L_r}{\sqrt{(r+p)^2 + L_r^2} + L_r}\right) - \frac{6L_r}{15r} \ln\left(\frac{r+p + \sqrt{(r+p)^2 + L_r^2}}{r + \sqrt{r^2 + L_r^2}}\right) \\ + \left[\frac{77r^2 + 29rp - 33p^2}{r+p} - (r+p)\frac{71r^2 - 133rp - 9p^2}{2L_r^2}\right] \frac{\sqrt{(r+p)^2 + L_r^2}}{30rL_r}.$$

$$(1.70)$$

Нетрудно убедиться, что в пределе $L_r \gg \{r, d_g\}$ полученное выражение (1.69) переходит в классический результат Гамакера (1.49). На противоположном пределе, $L_r \ll \{r, d_g\}$, т.е. когда эффект запаздывания доминирует, полагая также $h \ll d_g$, получим выражение для энергии взаимодействия крупных тел на макроскопическом, но малом по сравнению с размерами тел, расстоянии (этот предельный случай был проанализирован в [142])

$$\frac{12E_a(r)}{-A} = \frac{L_r d_g}{10h^2} - \frac{L_r}{2h} + \frac{L_r}{h} \left(\frac{-L_r^2 d_g}{140h^3} + \frac{L_r^2}{60h^2} - \frac{3L_r^2}{140d_gh} + \frac{3L_r^2}{140d_g^2} \right) + \dots$$
(1.71)

Первый член справа (ведущий) в записанном выражении тождественен соответствующему члену в ур. (viii) работы [142]. Однако далее в работе [142] следуют члены пропорциональные L_r^2 , что связано с некорректной аппроксимацией потенциала, о чем уже упоминалось выше. Наконец, в пределе сильно удаленных тел, $r \gg \{d_g, L_r\}$, выражение (1.69) дает

$$E_a(r) = \frac{-A}{12} \frac{L_r d_g^6}{3r^7} = n^2 V_1 V_2 \phi_0(r) \frac{L_r}{r}$$
(1.72)

— тривиальный результат, который может быть получен прямо из уравнения (1.48) в приближениях: $r_{12} = r = \text{const}, \ \phi(r) = \phi_0(r)L_r/r.$

Для проведения численных оценок на основе полученного выражения (1.69), как и в разделе 1.5, воспользуемся перенормировкой расстояния ($r \rightarrow r + \alpha d_0$) с параметром $\alpha =$ 0.24. В качестве материала гранул подразумевается оксид алюминия Al₂O₃ с константой Гамакера $A = 1.5 \times 10^{-19}$ Дж [129]. Характерная длина волны возбуждения атома кислорода в ультрафиолетовой области $\lambda_0 \simeq 130$ нм [89]. С учетом этого для параметра $L_r = 23\lambda_0/(6\pi^2)$ принимаем $L_r = 50$ нм.

На рис. 1.12 продемонстрирован характер спадания энергии притяжения макрочастиц, рассчитанный по ур. (1.69) для модельного потенциала (1.63) и для аппроксимационного потенциала (1.66) в сравнении с энергией притяжения без учета эффекта запаздывания. Видно, что на расстоянии между телами $(r - d_g)$ равном $3L_r$ неучет эффекта запаздывания завышает величину энергии притяжения примерно на один порядок, независимо от размера частиц. Отметим, что различие между модельным потенциалом (1.63) и аппроксимационным потенциалом (1.66) заметно лишь в области $r - d_g < L_r$ (см. вставки на рис. 1.12). Для сравнения на том же рисунке приводится уровень тепловых флуктуаций в системе — k_BT , где k_B постоянная Больцмана.

На рис. 1.13 продемонстрировано аналогичное рисунку (1.12), сопоставление сил притяжения двух макрочастиц, рассчитанных для модельного потенциала (1.63), для аппроксимационного потенциала (1.66), и по выражению Гамакера (1.49), т.е. без учета эффекта запаздывания. На том же рисунке, для сравнения приводится уровень гравитационных сил, f_g , действующих на частицы. Рисунок, в частности, показывает, что неучет эффекта запаз-



Рисунок 1.12: Энергия притяжения двух сферических тел в зависимости от расстояния между ними, $h = r - d_g$, при $L_r = 50$ нм. Слева: для частиц диаметром $d_g = 300$ нм, справа: для частиц диаметром $d_g = 3$ мкм. Сплошные линии — для аппроксимационного потенциала (1.66); штриховые линии — для модельного потенциала (1.63) по ур. (1.69); пунктирные линии — в пренебрежении эффектом запаздывания, по ур. (1.50). Штрих-пунктирной горизонтальной прямой показан уровень тепловых флуктуаций (k_BT) для температуры T = 300К. На вставках показаны области относительно малых расстояний.



Рисунок 1.13: Сила притяжения двух сферических тел в зависимости от расстояния между ними, $h = r - d_g$, при $L_r = 50$ нм. Слева: для частиц диаметром $d_g = 300$ нм, справа: для частиц диаметром $d_g = 3$ мкм. Сплошные линии — для аппроксимационного потенциала (1.66); штриховые линии — для модельного потенциала (1.63) по ур. (1.69); пунктирные линии — в пренебрежении эффектом запаздывания, по ур. (1.50). Штрих-пунктирной горизонтальной прямой показан уровень гравитационных сил, f_g . На вставках показаны области относительно малых расстояний.

дывания приводит к завышению расстояния, на котором ван-дер-ваальсовые силы притяжения начинают преобладать над гравитацинными силами, примерно в два раза (для частиц размером 3 мкм). В то же время, видим, что для частиц с диаметром $d_g = 300$ нм заметное влияние эффекта запаздывания (различие между линиями на рис. 1.13) становится заметным

на расстояниях, когда величина сил дисперсионного притяжения уже на 3–4 порядка ниже, чем при непосредственном касании частиц. Это оправдывает пренебрежение эффектом запаздывания в компьютерных экспериментах по моделированию процессов компактирования сухих нанопорошков.

1.7 Выводы к Главе 1

Проведенное теоретическое исследование межчастичных взаимодействий, определяющих поведение сухих оксидных наноразмерных порошков, привело к следующим результатам:

1. Предложена оригинальная стержневая модель упругого взаимодействия сферических частиц, которая представляет собой обобщение классического закона Герца, применимое для описания упругого отталкивания частиц в широком диапазоне деформаций. Данная модель не является строгим решением соответствующей упругой задачи для диапазона конечных деформаций, но она имеет физически корректные асимптотики в области малых деформаций, где она просто переходит в решение Герца, и в области высоких дефомаций, где она дает существенно более сильное отталкивание сближаемых частиц. Характер отклонений силы упругого взаимодействия, рассчитанной по предложенной модели, от закона Герца удовлетворительно согласуется с известными из литературы результатами моделирования упругих сферических тел методом конечных элементов.

2. Для частиц, нормальное взаимодействие которых соответствует стержневой модели, аналитически решена классическая задача Миндлина, т.е. описано тангенциальное взаимодействие изначально прижатых упругих сферических частиц при их последующем сдвиге. Решение получено в виде соотношений (1.24) и (1.33), которые неявно определяют зависимость суммарной поверхностной силы f_t от тангенциального смещения частиц δ . В аналогичном виде представлено известное решение Егера для задачи о взаимном вращении прижатых частиц вокруг контактной оси (перпендикулярной плоскости контакта).

3. Предложена теоретическая модель, которая позволяет учесть при описании контактных взаимодействий (как нормальных, так и тангенциальных) образование и разрушение прочных межчастичных соединений химической природы. Появление таких связей снимает в тангенциальных взаимодействиях ограничения, связанные с проскальзыванием частиц, и сводящиеся к закону сухого трения Кулона. Вместо этого в процессах тангенциального нагружения "прочного" контакта вводятся ограничения, связанные с достижением сдвиговой прочности материала частиц.

4. Классическое выражение Гамакера для энерги
и E_a взаимодействия макроскопических

тел, обусловленного наличием дисперсионных сил межмолекулярного притяжения, модифицировано с целью применения к частицам наноразмерных порошков. Чтобы избежать расходимости величины E_a при непосредственном касании двух частиц, в выражение Гамакера вводится минимальный межчастичный зазор, величина которого определена на основании асимптотического перехода к взаимодействию отдельных молекул.

5. Предложен модельный потенциал межмолекулярного притяжения, который, с одной стороны, учитывает эффект запаздывания на больших расстояниях, и с другой стороны, позволяет аналитически взять интеграл Гамакера, определяющий в аддитивном приближении энергию взаимодействия макроскопических частиц. Для аппроксимации произвольных эмпирических межмолекулярных потенциалов предложена линейная суперпозиция модельных потенциалов, соответствующих различным масштабным параметрам. Используя предложенный модельный потенциал межмолекулярного притяжения, аналитически выведено выражение для энергии притяжения макроскопических частиц с учетом эффекта запаздывания. Полученное выражение представляет интерес для анализа процессов, в которых дисперсионные силы притяжения на относительно больших расстояниях все еще остаются преобладающими над другими взаимодействиями в системе. Примером таких процессов является стабилизация, либо коагуляция коллоидных растворов [120-122].

Таким образом, в настоящей главе сформулированы все необходимые законы и соотношения, необходимые для проведения компьютерных экспериментов по моделированию оксидных нанопорошков методом гранулярной динамики, которым посвящена следующая глава. Результаты, изложенные в первой главе, представлены в статьях [A14, A15, A17 - A19, A24] и на конференциях [145 - 148].

Глава 2. Моделирование процессов компактирования методом гранулярной динамики

Максимально строгим, логически выверенным и самодостаточным теоретическим подходом для описания свойств наноразмерных порошков, позволяющим, в частности, проводить верификацию различных феноменологических моделей (реологические схемы Максвелла, Шведова-Бингама, Фойгта и т.п. [149-152], теории сыпучих грунтов [153-156], теория пластично-упрочняющегося пористого тела [12, 13, 157, 158], статистические модели гранулярных сред [64, 77, 159-163]), является "микроскопический" метод дискретных элементов [37-51, 53, 112, 113, 164-169], который называют также методом гранулярной динамики [170-172]. В рамках данного метода на основе заданных законов взаимодействия отдельных частиц порошка друг с другом рассчитываются их индивидуальные перемещения при различных условиях воздействия на порошок в целом. Таким образом, по отношению к континуальным теориям метод гранулярной динамики можно назвать микроскопическим подходом, который аналогичен, например, известному методу молекулярной динамики [173]. В отличие от последнего в методе гранулярной динамики элементарным структурным элементом является не молекула, либо атом, а частица нанопорошка, которая при всей своей малости все же содержит десятки тысяч молекул, и рассматривается нами как сплошной объект (без внутренней структуры). Поэтому, по отношению к "истинно" микроскопическим подходам гранулярную динамику следует считать мезоскопическим методом. Результатом этого, в частности, является появление сил "трения" между отдельными частицами, которые отсутствуют в микроскопических подходах.

В данной главе развиваются дискретные модели наноразмерных порошков, позволяющие описывать процессы холодного компактирования методом гранулярной динамики. В процессах сжатия модельной ячейки, с учетом соотношений, полученных в предыдущей главе, принимаются в расчет упругие силы отталкивания между отдельными частицами, касательные силы трения Катанео–Миндлина, дисперсионные силы притяжения Ван-дер-Ваальса– Гамакера, а также возможность образования/разрушения прочных межчастичных связей. Краткая сводка используемых соотношений и методика численных экспериментов представлены в первом разделе. Во втором разделе описаны различные алгоритмы для генерирования начальных порошковых структур. Здесь представлены традиционные способы ("коллоидный" и "гравитационный"), использованные нами в двумерных компьютерных экспериментах, и оригинальный "кластерный" способ, позволяющий достаточно быстро создавать однородные изотропные бесконечно-периодические начальные структуры как для 2D, так и для 3D моделирования. Результатам двумерных численных экспериментов посвящен третий раздел главы. Здесь, в частности, на качественном уровне проанализирован известный размерный эффект в процессах компактирования нанопорошков.

Из экспериментальных исследований давно известно, что порошки нанометрового диапазона уплотняются хуже обычных порошков, скажем, микронных размеров [3, 14, 83, 174, 175]. Несмотря на долгую историю размерный эффект в процессах прессования нанопорошков до сих пор остается слабо изученным как экспериментально, так и теоретически. Низкую прессуемость нанопорошков связывают с относительно высокой силой адгезионного сцепления их отдельных гранул, что приводит к образованию прочных агрегатов [51]. В качестве возможных причин размерного эффекта называют отсутствие пластической деформации гранул нанометрового размера [14], образование ковалентных связей между молекулами соседних гранул [175], ван-дер-ваальсовые силы притяжения [174, 175], электростатические взаимодействия [174] и прочее. Исследования, посвященные гравитационной укладке гранулированных сред [46, 123], показывают, что в условиях свободной засыпки снижение плотности сухих порошков обусловлено действием дисперсионных (ван-дер-ваальсовых) сил притяжения, которые с уменьшением размера гранул становятся многократно преобладающими над гравитационными силами. При прессовании частицы порошка подвергаются воздействиям, которые значительно превосходят как гравитационные, так и ван-дер-ваальсовые силы. Тем не менее, как будет показано в данной главе, ван-дер-ваальсовские силы сохраняют высокую значимость, и представляют собой один из главных факторов, отвечающих за существование размерного эффекта в процессах компактирования нанопорошков.

Количественному воспроизведению и описанию в рамках трехмерного моделирования натурных экспериментов по одноосному прессованию наноразмерных порошков различной дисперсности на основе оксида алюминия посвящен четвертый раздел главы. Здесь показывается, в частности, что предложенные трехмерные дискретные модели благодаря учету

ван-дер-ваальсовских дисперсионных сил позволяют удовлетворительно на количественном уровне описывать размерный эффект в процессах компактирования. В пятом разделе промоделировано прессования нанопорошков в различных геометриях: одноосное в жесткой металлической матрице, двухосное (радиальное), всестороннее (или изостатическое), одноосное с одновременным приложением сдвиговых деформаций. Результаты известных натурных и выполненных численных экспериментов хорошо согласуются друг с другом и выявляют слабую чувствительность оксидных нанопорошков к геометрии прессования. Процессы чисто сдвигового деформирования порошковых тел, промоделированные в шестом разделе, выявили эффект положительной дилатансии оксидных нанопорошков. Седьмой раздел посвящен построению, на основе проанализированных процессов компактирования, поверхностей нагружения исследованных модельных систем. В частности, обнаружено, что данные поверхности в пространстве инвариантов тензора напряжений имеют форму близкую к эллиптической, что оправдывает построение феноменологического описания нанопорошков в рамках теории пластично упрочняющегося пористого тела [12, 13, 157, 158].

2.1 Методика расчетов

На основании проведенного в предыдущей главе анализа межчастичных взаимодействий будем описывать силовые характеристики следующими соотношениями:

$$f_a(r) = \frac{\pi^2}{3} \frac{\left(nd_0^3\right)^2 \varepsilon d_g^6}{\left(r + \alpha d_0\right)^3 \left[(r + \alpha d_0)^2 - d_g^2\right]^2} , \qquad r = |\vec{r}_{ij}| , \qquad (2.1)$$

$$\frac{f_e(r)}{Ed_g^2} = \frac{(h/d_g)^{3/2}}{3(1-\nu^2)} - \frac{(\pi/4)(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} \left[\frac{h}{d_g} + \ln\left(1-\frac{h}{d_g}\right)\right] , \quad h = d_g - r , \quad (2.2)$$

$$f_t(\delta) = \min\left\{\frac{4Ea\delta}{(2-\nu)(1+\nu)} ; \ \mu f_e ; \ \pi a^2 \sigma_b\right\} , \quad a = \frac{\sqrt{hd_g}}{2} ,$$
 (2.3)

$$M_p(\theta_p) = \min\left\{\frac{8Ea^3}{3(1+\nu)} \; \theta_p; \; M_{p,\max} \; ; \; \frac{\pi}{2}a^3\sigma_b\right\} \; , \qquad M_{p,\max}(a) = -2\pi\mu \int_0^a \sigma_n(\zeta)\zeta^2 d\zeta \; , \qquad (2.4)$$

$$M_r(\theta_r) = \min\left\{\frac{4}{3}\frac{Ea^3}{1-\nu^2} \; \theta_r \; ; \; \frac{1}{3} \; af_e\right\} \; . \tag{2.5}$$

Здесь: модифицированная формула Гамакера (2.1) определяет силу дисперсионных притяжений f_a , причем, при $r < d_a$ используется условие "насыщения" с максимальным значением силы притяжения $f_{a,\max} = f_a(d_q)$; модифицированный закон Герца (2.2) — стержневая модель — определяет силу f_e упругого отталкивания частиц; соотношение (2.3) включает в себя линеаризованный закон Катанео-Миндлина (1.5), который остается справедливым и для стержневой модели контакта, и ограничение, связанное с достижением критического напряжения сдвига; соотношение (2.4) представляет собой аналогичную комбининацию для момента M_p поверхностных сил "трения" (1.40), возникающих при вращении прижатых частиц вокруг контактной оси; и, наконец, закон Лурье (2.5) определяет момент M_r поверхностных сил, возникающий при изгибе контактной оси на угол θ_r (только при наличии прочной связи между частицами). В представленных соотношениях: ε и d_0 — энергетический и размерный параметры межмолекулярных сил; α — коэффициент, определяющий максимальную силу адгезионного сцепления $f_{a,\max}$; E и ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона частиц; δ и a— тангенциальное смещение и радиус контактной площадки; μ — коэффициент трения; σ_b — критическое напряжение сдвига, которое характеризует сдвиговую прочность материала; σ_n — нормальные напряжения на контактной поверхности. Появление/разрушение прочной связи между частицами описывается с помощью параметра Δr_{ch} , который характеризует необходимое прижатие частиц. С появлением прочного сцепления между частицами ограничения в соотношениях (2.3) и (2.4), связанные с коэффициентом трения μ , снимаются. В качестве материала частиц во всех расчетах подразумевается оксид алюминия в α -фазе, для которого принято: E = 382 ГПа, $\nu = 0.25$, $nd_0^3 = \sqrt{2}$, $d_0 = 0.392$ нм; $\varepsilon = 1224k_B$, $\sigma_b = 0.018E$.

Компьютерные эксперименты были проведены как в трехмерной постановке, так и в упрощенной двухмерной геометрии. Трехмерное моделирование позволяет проводить непосредственное сопоставление с данными натурных экспериментов и, как будет продемонстрировано ниже, добиваться удовлетворительного воспроизведения экспериментальных данных. Двумерное моделирование обладает высокой наглядностью — положения и перемещения всех частиц легко можно отслеживать визуально, не требует больших затрат процессорного времени (по сравнению с 3D расчетами), и таким образом позволяет быстро получить качественное описание изучаемых процессов. Ввиду быстрого спадания ван-дер-ваальсовых сил (2.1) с расстоянием в компьютерных экспериментах используется традиционная процедура обрезания [126, 173]. Радиус обрезания r_{cut} определяется условием $f_a/(Ed_g^2) = 10^{-6}$, т.е. когда сила притяжения уменьшается на 2–3 порядка по сравнению со своим максимальным значением (см. рис. 1.8). Зависимость r_{cut} от размера моделируемых частиц представлена на рис. 2.1. Видим, что даже для частиц диаметром $d_g = 10$ нм величина $r_{cut} < 1.15$ и быстро убывает



Рисунок 2.1: Радиус обрезания r_{cut} сил притяжения (2.1) моделируемых частиц в зависимости от их диаметра.

с ростом d_g . Рисунки 1.8 и 2.1 показывают, что с увеличением размера гранул уменьшается как амплитуда ван-дер-ваальсового сцепления $f_{a,1}$, так и относительная дальность взаимодействия r_{cut} . Если в компьютерный эксперимент не вводить сил дисперсионного притяжения (2.1), то посредством обезразмеривания размер частиц d_g может быть вообще исключен из уравнений движения. Это говорит о том, что силы упругого отталкивания и трения, без учета сил притяжения, не могут привести к появлению размерных эффектов. При учете дисперсионных сил, как показывают рис. 1.8 и 2.1, размер частиц становится значимым параметром, что открывает возможность описания и изучения размерных эффектов.

Модельная ячейка в 2D экспериментах имела форму прямоугольника $x_{cell} \times y_{cell}$ с размером нижнего основания $x_{cell} = L_{cell}$, а в 3D экспериментах — прямоугольного параллелепипеда $x_{cell} \times y_{cell} \times z_{cell}$ с нижним основанием $x_{cell} \times y_{cell} = L^2_{cell}$. На боковые стороны модельной ячейки накладывались периодические граничные условия. При моделировании одноосного прессования сжатие модельной ячейки осуществляли одновременным уменьшением высоты ячейки на величину $0.1d_g$ и пропорциональным перемасштабированием высот (y-координат в 2D, z-координат в 3D) всех частиц. После каждого сжатия определялось новое равновесное положение частиц. Данная процедура соответствует прессованию порошка в квазистатических условиях [174-177]. Известно [39], что для численной реализации такого процесса удобно использовать безинерционный алгоритм: при известных силах вычисляются очередные смещения частиц, которые полагаются пропорциональными действующим силам.

$$\Delta \vec{r_i} = k_f \vec{f_i} , \qquad \vec{f_i} = \sum_j \vec{f_{ij}} , \qquad (2.6)$$

где $\vec{r_i}$ — радиус-вектор *i*-ой частицы, $\vec{f_{ij}}$ — сила, действующая на *i*-ую частицу со стороны *j*-ой.

При наличии контакта между частицами (при $|\vec{r}_{ij}| < 1$) для силы \vec{f}_{ij} можем записать:

$$r < 1 : \qquad \vec{f}_{ij} = \left(\frac{\vec{r}_{ij}}{r}\right) f_e + f_t \vec{\tau} - \left(\frac{\vec{r}_{ij}}{r}\right) f_{a,1} , \qquad (2.7)$$

где $r = |\vec{r}_{ij}|, \vec{r}_{ij} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$ — вектор, направленный от *j*-ой частицы к *i*-ой. Направление силы трения определяется касательным вектором $\vec{\tau}$. В 2D расчетах:

$$\vec{\tau} = \left[\frac{\vec{r}_{ij}}{r_{ij}} \times \vec{k}\right] = \left(\frac{y_{ij}}{r_{ij}}, \frac{-x_{ij}}{r_{ij}}\right),\tag{2.8}$$

 \vec{k} — единичный вектор, вдоль оси Oz декартовой системы координат; и положительные значения силы трения f_t , как нетрудно убедиться, соответствуют направлению $\vec{\tau}$ против часовой стрелки. В 3D расчетах вектор $\vec{\tau}$ определяется всей предысторией относительных сдвигов $\Delta \vec{\delta}$. При увеличении расстояния между частицами, когда $r \geq 1$, остается только ван-дерваальсовское притяжение

$$r \ge 1 \quad : \qquad \vec{f}_{ij} = -\left(\frac{\vec{r}_{ij}}{r}\right) f_a(r) \quad . \tag{2.9}$$

Для задания конкретного значения общему для всех частиц коэффициенту пропорциональности k_f в уравнении (2.6) оценивалась максимальная сила f_i в системе. Значение k_f устанавливалость таким, чтобы даже под действием этой максимальной силы смещение частиц не превосходило величины $(d_g - r_{eq})/2$. Смещение отдельных частиц определялось также характером изменения сил при их перемещении: частица *i* перемещалась не далее положения, где достигался минимум абсолютной величины суммарной внешней силы f_i . Данный алгоритм, как показали проведенные расчеты, позволяет на каждом шаге устойчиво находить новое положение равновесия моделируемой системы.

Ввиду статистического разброса получаемых результатов для проведения анализа проводилось усреднение по большому количеству N_{st} макроскопически тождественных, но статистически независимых начальных конфигураций. На основании набора различных значений $\{X_i\}$ необходимого параметра (среднее координационное число, плотность верояности, давление и т.п.) рассчитывались его среднее \bar{X} и погрешность Δ_X по формулам

$$\bar{X} = \frac{1}{N_{st}} \sum_{i=1}^{N_{st}} X_i , \qquad \Delta_X = \alpha_{0.95}(N_{st}) \sqrt{\frac{1}{N_{st}(N_{st}-1)} \sum_{i=1}^{N_{st}} \left(X_i - \bar{X}\right)^2} , \qquad (2.10)$$

где $\alpha_{0.95}$ — коэффициент Стьюдента, соответствующий доверительному интервалу с вероятностью 95 %. Для $N_{st} \geq 10$ зависимость $\alpha_{0.95}(N_{st})$ аппроксимирована выражением

$$\alpha_{0.95} = 1.9600 + \frac{2.3713}{N_{st}} + \frac{4.9494}{N_{st}^2} + \frac{15.5501}{N_{st}^3}.$$
(2.11)

Наибольший интерес для целей сопоставления с экспериментальными данными представляет усредненный по модельной ячейке тензор напряжений σ_{ij} , который рассчитывался по известному соотношению [39-41, 43, 48, 49]

$$\sigma_{ij} = \frac{-1}{V_{cell}} \sum_{k < l} f_i^{(kl)} r_j^{(kl)}, \qquad (2.12)$$

где суммирование проводится по всем парам взаимодействующих частиц k и l.

2.2 Алгоритмы генерации начальных структур

2.2.1 "Гравитационный" и "коллоидный" способы

Данные способы генерации начальных порошковых структур использовались преимущественно в численных экспериментах по двумерному моделированию. В первом способе, который будем называть "гравитационным", частицы вводились в модельную ячейку сверху, по одной. Разные модификации данного способа генерации начальных состояний традиционно используются при моделировании крупноразмерных порошков [44, 46, 47, 119, 178-181] (в ряде работ используется название "баллистический" метод). Начальное горизонтальное смещение x_i вводимой частицы было случайным. Частица двигалась вертикально вниз до попадания в "сферу притяжения" одной из уложенных ранее частиц. Под "сферой притяжения" подразумевается область, ограниченная радиусом обрезания r_{cut} сил притяжения. После этого вводимая частица двигалась по кратчайшему расстоянию к ближайшей частице. При достижении контакта с ней движущаяся частиц соответствует представленной выше модели межчастичного взаимодействия, когда ван-дер-ваальсовое сцепление носит относительно ко-



Рисунок 2.2: Примеры начальных конфигураций при различных способах генерации исходных засыпок в 2D геометрии. Слева направо: "коллоидный" способ при $\rho_b = 0.15\rho_{cub}$; "коллоидный" способ при $\rho_b = 0.25\rho_{cub}$; "гравитационный" способ (пояснения см. в тексте). Темные точки — установленные частицы формируемой засыпки, светлые точки — движущиеся частицы.

роткодействующий, но тем не менее многократно преобладающий характер над гравитационными силами.

Во втором способе от основания ячейки до высоты $y = x_{cell}$ формировался слой броуновски движущихся частиц, плотностью ρ_b . Отметим, что параметр ρ_b позволяет управлять плотностью генерируемых структур (см. рис. 2.3). Под плотностью здесь и в дальнейшем подразумевается безразмерная величина, равная объемной доле твердой фазы. Так, в 2D геометрии $\rho = \pi d_g^2 N/(4S)$, где N — количество частиц, находящихся в выделенном "объеме" S; а в 3D геометрии — $\rho = \pi d_g^3 N/(6V)$. Например, плотность регулярной "кубической" укладки в 2D-геометрии $\rho_{cub} = \pi/4 \simeq 78.54\%$, а в 3D — $\rho_{cub} = \pi/6 \simeq 52.36\%$. В момент контакта с основанием ячейки, или с одной из уже уложенных ранее частиц, движущаяся (броуновская) частица мгновенно прилипает и становится частью генерируемой засыпки. При выбывании частиц из броуновского слоя их количество тут же восполняется. Данный способ соответствует формированию порошковой структуры при осаждении из коллоидного раствора, в связи с чем мы называем его "коллоидным".

На рис. 2.2 представлены примеры начальных конфигураций, получаемых при описанных выше способах: показаны верхние части формируемых засыпок. Видно, что частицы



Рисунок 2.3: Функция распределения межчастичных контактых углов в 2D геометрии. Сплошная линия — "коллоидная" засыпка, $\rho_b = 0.25\rho_{cub}$; штриховая линия — "гравитационная" засыпка. Точки — после одноосного сжатия до плотности $\rho \simeq 0.81$ ($N_{st} = 1000$) для "коллоидной" засыпки (темные точки, осевое давление $p_y \simeq 4.1$ ГПа) и для "гравитационной" засыпки (светлые точки, осевое давление $p_y \simeq 4.6$ ГПа).

Рисунок 2.4: Распределение плотности по высоте в 2D геометрии для "гравитационной" засыпки, $N_{st} = 3000$. На вставке: то же для "коллоидной" засыпки, $\rho_b = 0.25 \rho_{cub}$, $N_{st} = 8000$. Ширина модельной ячейки $x_{cell} = 20d_g$.

образуют "цепочечные", древовидные структуры. Среднее координационное число k_{av} данных структур в точности равно двум, поскольку для поддержания среднего числа "цепей" в модельной ячейке постоянным количество обрыва цепей, где координационное число k = 1, должно в точности компенсироваться их разветвлением, где k > 2. Во "коллоидном" способе генерации начальных засыпок образуются относительно изотропные структуры, в то время как в "гравитационном" — структуры обладают ярко выраженной анизотропией (преимущественное расположение цепей — вертикальное). Для количественного описания степени анизотропности введем в рассмотрение контактный угол θ_v — угол между вертикальной осью (см. рис. 2.2) и прямой, соединяющей центры контактирующих частиц. Функции распределения контактных углов $w_{\theta}(\theta_v)$ для обоих типов начальных структур представлены на рис. 2.3. В случае "гравитационных" засыпок горизонтально ориентированные контакты, при $\theta_v = 90^\circ$, вообще отсутствуют, что приводит к зависимости $w_{\theta}(\theta_v)$ с ярко выраженным максимумом при $\theta_v = 0$ (вертикальные контакты). В случае же "коллоидных" засыпок наблюдается слабая зависимость плотности вероятности w_{θ} от направления θ_v , что свидетельствует об относительной изотропности генерируемых конфигураций.

На рис. 2.4 представлены распределения плотности в сформированных двумерных структурах по высоте. Вблизи основания и в верхней части сформированной засыпки наблюдают-



Рисунок 2.5: Плотность ρ_0 генерируемых структур в зависимости от ширины моделируемой ячейки x_{cell} . Слева: "коллоидная" засыпка, $\rho_b = 0.25\rho_{cub}$; точки — численный расчет, погрешность определена по ур. (2.10) и (2.11); линия — аппроксимация по формуле (2.13). На вставке: плотность "коллоидной" засыпки в макроскопическом пределе $x_{cell} \to \infty$ в зависимости от плотности слоя броуновских частиц (точки — численный расчет, линия аппроксимация (2.14)). Справа: "гравитационная" засыпка.

ся краевые эффекты, аналогичные работам [112, 167, 182], — систематические отклонения зависимости $\rho(y)$ от среднего значения. Для "гравитационного" способа пространственный масштаб краевого эффекта у основания засыпки состаляет порядка $200d_g$. Поэтому для получения достаточно протяженной однородной средней части исходные структуры формировались из большого количества частиц — $N_p = 8000$. В случае "коллоидного" способа краевые эффеты простираются на расстояния порядка $50d_g$, что позволяет использовать меньшее количество частиц — $N_p = 2400$ (см. вставку на рис. 2.4).

Чтобы исключить влияние краевых эффектов, для дальнейшего анализа вырезалась средняя однородная часть засыпки, содержащая 500 частиц. После этого на верхней и нижней границах, также как и на боковых, вводились периодические граничные условия, т.е. система достраивалась в вертикальном направлении дубликатами сформированной модельной ячейки. Отметим, что при состыковке дубликатов возникает незначительная неоднородность плотности $\rho(y)$ на верхней и нижней границах. Однако пространственный масштаб этой неоднородности всего около $2d_g$, и она быстро исчезает при дальнейшем моделировании одноосного сжатия.

Известно [42, 183], что размеры x_{cell} модельной ячейки могут влиять на свойства моделируемых структур. Как показал проведенный нами анализ, наиболее чувствительным параметром по отношению к ширине x_{cell} является плотность засыпки ρ_0 . Зависимости величин ρ_0 от значения x_{cell}^{-1} продемонстрированы на рис. 2.5. Наиболее сильно зависимость плотности

 ρ_0 от ширины модельной ячейки выражена для "гравитационых" засыпок, что коррелирует с бо́льшим масштабом краевых эффектов в них, о чем говорилось выше. Предельное значение плотности ρ_0 , соответствующее макроскопическому пределу $x_{cell} \to \infty$, в этом случае составляет $\rho_{00} \simeq 33.4\%$. Для коллоидных засыпок чувствительность их свойств к параметру x_{cell} в значительной мере определяется плотностью слоя броуновских частиц ρ_b . Расчеты выполнены для значений ρ_b от $0.15\rho_{cub}$ до $0.5\rho_{cub}$. Полученные численно зависимости плотности ρ_0 генерируемых структур от размера модельной ячейки, см. рис. 2.5, удовлетворительно аппроксимируются выражением

$$\rho_0 = \rho_{00} + \frac{\rho_{01}}{x_{cell}} + \frac{\rho_{03}}{x_{cell}^3}.$$
(2.13)

Коэффициенты аппроксимации для различных значений параметра ρ_b представлены в таблице. Уменьшение коэффициентов ρ_{01} и ρ_{03} при увеличении параметра ρ_b связано с уменьшением длины корреляций расположения частиц при увеличении плотности генерируемых случайных структур. В относительно плотных структурах макроскопический предел $x_{cell} \to \infty$ в пределах погрешности расчета достигается уже при небольших размерах модельной ячейки (см. рис. 2.5). В то же время, в относительно разреженных структурах выход на макроскопический предел требует существенно более широких модельных ячеек.

Важным достоинством "коллоидного" способа, в отличие от "гравитационного", является возможность генерации начальных структур различной плотности. На вставке к рис. 2.5 показана начальная плотность ρ_{00} , соответствующая макроскопическому пределу бесконечно большой ячейки ($x_{cell} \to \infty$ и $N_p \to \infty$), в зависимости от параметра ρ_b . Результаты расчетов аппроксимированы выражением

$$\rho_{00} = 0.1316 + \frac{\rho_b}{\rho_{cub}} - 0.6983 \left(\frac{\rho_b}{\rho_{cub}}\right)^2 + 0.2455 \left(\frac{\rho_b}{\rho_{cub}}\right)^3.$$
(2.14)

Таблица 2.1: Коэффициенты аппроксимации (2.13) для различных значений плотности слоя броуновских частиц.

$ ho_b/ ho_{cub}$	$ ho_{00}$	$ ho_{01}$	$ ho_{03}$
0.15	0.2665	0.0689	2.7694
0.20	0.3057	0.0169	1.6658
0.25	0.3420	0.0024	0.8973
0.30	0.3755	0	0.4627
0.40	0.4353	0	0.1215
0.50	0.4878	0.0043	0

Экстраполяция данной зависимости к значениям $\rho_b = 0$ и $\rho_b = \rho_{cub} = \pi/4$ показывает, что предложенный способ позволяет получать начальное состояние в диапазоне плотностей от $\rho_{0,\min} \simeq 13\%$ до $\rho_{0,\max} \simeq 68\%$.

2.2.2 "Кластерный" способ

Анализ традиционных методов генерации начальных структур, представленный в предыдущем разделе, позволил выявить их существенные недостатки: необходимость формировать начальные структуры "с запасом" с последующим вырезанием однородной средней части; неанизотропность формируемых структур; заметное влияние размеров ячейки. В связи с этим для трехмерных расчетов был разработан оригинальный "кластерный" способ генерации начальных порошковых структур.

На первом этапе моделирования процесса прессования порошкового тела модельная ячейка с размерами $x_{cell} \times y_{cell} \times z_{cell}$ заполняется начальной структурой, содержащей заданное количество (N_p) частиц порошка. Данная структура соответствует начальной порошковой засыпке в натурном эксперименте. Поэтому, исходя из физических соображений, эта структура должная быть связной, т.е. она не должна содержать "подвешенные" (неконтактирующие с окружением) частицы или кластеры. Помимо этого, полагая, что начальные порошковые засыпки в натурном эксперименте являются достаточно однородными и изотропными, аналогичными свойствами должна обладать и генерируемая начальная структура в компьютерном эксперименте. И, наконец, поскольку вычислительные возможности не позволяют моделировать уплотнение макроскопических количеств порошка, мы моделируем уплотнение т.н. представительного элемента, а на гранях модельной ячейки ставим периодические граничные условия. Поэтому, чтобы избежать нежелательных краевых эффектов, генерируемая струтура изначально должна быть периодична в направлениях трансляции модельной ячейки. Чтобы удовлетворить перечисленным требованиям нами был разработан следующий алгоритм.

Координаты первой частицы внутри ячейки задаются случайным образом. От нее, либо (на последующих шагах) от последней из размещенных в ячейке частицы с координатами \vec{r}_0 , задается луч в случайном направлении, которое характеризуем единичным вектором \vec{l}_0 . Новую частицу пытаемся разместить на этом луче. Для этого анализируются перекрытия воображаемого цилиндра радиусом r_{eq} , центрированного на заданном луче, с уже имеющимися частицами. Пусть *j*-ая частица засыпки имеет координаты \vec{r}_j . Тогда расстояние вдоль луча до точки максимального сближения — $l_d = (\vec{r}_j - \vec{r}_0) \, \vec{l}_0$,а кратчайшее расстояние от *j*-ой частицы до заданного луча — $l_p = \sqrt{(\vec{r_j} - \vec{r_0})^2 - l_d^2}$. В качестве координат размещения новой частицы предполагается точка на луче на расстоянии $l_d + (r_{eq}^2 - l_p^2)^{1/2}$ от его начала. "Зачисление" *j*-ой частицы в возможные кандидаты для "посадки" новой частицы производится при выполнении условий: 1) $l_d \ge 0$; 2) $l_p \le r_{eq}$; 3) размещение новой частицы не приводит к перекрытию с другими частицами. Случай $l_d = 0$ реализуется, когда в качестве *j*-ой частицы выступает частица с координатами (x_0, y_0, z_0) (начало луча). Из всех возможных кандидатов "побеждает" тот, который имеет минимальное число соседей в сфере заданного радиуса r_{meso} . При одинаковом числе соседей выбирается кандидат наиболее удаленный от начала луча. Отметим, что вдоль луча перебираются все образы частиц, расположенные в 27 (в 9 при 2D расчетах) ближайших к началу луча модельных ячейках. После выбора места для размещения новой частицы на равновесном расстоянии r_{eq} от некоторой частицы *j*, определяется ближайшее положение, в котором новая частица будет контактировать с двумя другими, т.е. с частицей *j* и с еще какой-то из уже уложенных частицы.

Пример сгенерированной посредством описанного алгоритма порошковой структуры в 2D-геометрии представлен на рис. 2.6 (изображения трехмерных структур гораздо менее наглядны). Видим, что алгоритм позволяет создавать изотропное распределение частиц, которые образуют связный кластер. В 3D-геометрии кластер состоит практически только из пепочек толщиной в 2 частицы, исключения составляют места "сшивания" соседних цепочек. Поэтому среднее координационное число k_{av} начальных структур в отсутствие вандерваальсовых сил, когда $r_{eq} = d_g$, в точности равно 4. Наличие ван-дер-ваальсовых сил снижает значение равновесного расстояния r_{eq} , и как следствие, несколько увеличивает среднее координационное число. Так, при $d_g = 9.7$ нм и $\varepsilon = 1224k_B$ расчеты дают $k_{av} = 4.0062\pm0.0007$. Благодаря рис. 2.6 можно заметить, что в 2D-геометрии ситуация обстоит иначе. При размещении новой добавляемой частицы на двух уже существующих, даже при полном отсутствии ван-дер-ваальсовых сил ($r_{eq} = d_g$), имеется высокая вероятность контакта с другими частицами ввиду образования регулярной гексагональной упаковки дисков на плоскости. Последнее, естественно, приводит к существенному увеличению среднего координационного числа начальной структуры в 2D-геометрии.

Минимальное число частиц $N_p = N_{p,\min}$ в модельной ячейке определяется требованием появления бесконечного связного кластера, который образуется при сшивании кластера в данной модельной ячейке со всеми его образами в соседних ячейках. Момент формирования такого кластера в 2D геометрии как раз изображен на рис. 2.6. Однако, образование бесконеч-


Рисунок 2.6: Пример начальной структуры, сформированной кластерным способом, в 2Dгеометрии. Размеры ячейки $x_{cell} \times y_{cell} = 30d_g \times 30d_g$, число частиц $N_p = 600$.

Рисунок 2.7: Функции радиального распределения частиц в 3D-геометрии при разной плотности ρ_0 начальной структуры. На вставке: область расстояний $4 \leq r/d_g \leq 9$ в увеличенном масштабе. Линии: сплошные — $\rho_0 = 0.24$, штриховые — 0.22, пунктирные — 0.20, штрих-пунктирные — 0.18. Каждая линия построена в результате усреднения по 10 независимым расчетам. Расчеты выполнены для параметров: $N_p = 8000$, $r_{meso} = 2d_g$, горизонтальные размеры ячейки $x_{cell} = y_{cell} = 18d_g$.

ной связной структуры при $N_{p,\min}$ еще не гарантирует достаточно однородного распределения частиц по модельной ячейке. Рис. 2.6 демонстрирует наличие крупных пор, размер которых (по крайней мере в одном из направлений) сопоставим с размерами модельной ячейки. Дальнейшее добавление частиц приводит к быстрому затягиванию крупных пор, которыми "с точки зрения" используемого алгоритма являются поры с размерами, существенно превышающими значение r_{meso} . В результате можно сформировать пористые структуры с характерным размером пор сопоставимым с величиной параметра r_{meso} . Таким образом, варьирование значения r_{meso} позволяет управлять мезоструктурой генерируемых систем. Однако, изучение систем с ярко выраженной мезоструктурой (с крупными порами) требует использования модельных ячеек большого размера, желательно $L_{cell} \gg r_{meso}$, численный анализ которых чрезвычайно трудоемок. Поэтому с целью экономии расчетного времени в настоящей работе параметру r_{meso} было присвоено достаточно малое значение равное $2d_g$, при котором мезоструктура практически не проявляется.

Чувствительным параметром, отражающим распределение частиц в модельной ячейке,

является функция радиального распределения

$$g(r) = \frac{v_0 \, dN}{\rho \, dV} , \qquad \rho = 1 - \theta = \frac{v_0 N_p}{V_{cell}} , \qquad (2.15)$$

где $v_0 = (\pi/6)d_g^3$ — объем одной частицы; dN — число частиц, попавших в шаровой слой объемом $dV = 4\pi r^2 dr$ с центром на одной из частиц порошка. Усредняя функции g(r), определяемые относительно всех частиц системы, нетрудно получить более удобное для расчета выражение

$$g(r) = \frac{v_0 dM}{\rho N_p 4\pi r^2 dr} , \qquad (2.16)$$

где dM — удвоенное число всех пар частиц, расстояние между которыми попадает в интервал (r - dr/2, r + dr/2). Последнее соотношение обеспечивает гораздо более быстрый набор статистики, чем выражение (2.15). Рассчитанные по ур. (2.16) функции g(r) для трехмерных структур представлены на рис. 2.7. В целом, они демонстрируют известные черты монодисперсных систем [39, 171, 184, 185]: дельта-функция при $r = r_{eq}$ и расщепление второго пика с появлениями двух максимумов при $r/r_{eq} = \sqrt{3}$ и 2, которые "являются четким признаком сильного локального упорядочения на расстояниях двух первых координациооных сфер" [185].

Модельную ячейку можно рассматривать в качестве представительного элемента, если ее размеры существенно превышают, во-первых, дальность корреляций в расположении частиц и, во-вторых, размеры структурных элементов моделируемой системы, т.е. пор. Выполнение этих условий легко проконтролировать по характеру радиальной функции распределения: на расстоянии $r = L_{cell}/2$ (половина минимального из размеров ячейки) функция q(r) должна уверенно выходить на свое асимптотическое значение равное единице. Рис. 2.7 показывает, что в 3D-геометрии при плотностях $\rho < 0.22$ радиальная функция не выходит на асимптотическое значение $(q(r) \not\rightarrow 1$ при $r = L_{cell}/2)$, т.е. в модельной ячейке присутствуют крупные поры. Начиная с плотности $\rho = 0.24$ в пределах статистической погрешности расчета функция $g(L_{cell}/2) = 1$, т.е. достигается достаточно однородное распределение частиц по модельной ячейке. В связи с этим для дальнейшего анализа в качестве начальной (засыпной) плотности моделируемых порошковых систем было выбрано значение $\rho_0 = 0.24$. Отметим, что осцилляции радиальной функции распределения g(r) для начальных структур при величине параметра $r_{meso} = 2d_q$ практически исчезают на расстояниях $r = 6d_q$. Поэтому для анализа области невысоких плотностей ($\rho \simeq 0.2$ –0.5) достаточно было бы взять ячейку с размером $L_{cell} = 12d_q$. Однако с повышением плотности, как будет продемонстрировано

ниже, осцилляционный характер функции g(r) усиливается, и дальность корреляций возрастает. В связи с этим в 3D экспериментах мы будем использовать ячейку большего размера, с $L_{cell} = 18d_g$.

2.3 Результаты двумерных компьютерных экспериментов

В данном разделе представлено качественное исследование особенностей компактирования оксидных нанопорошков в рамках двухмерной реализации метода гранулярной динамики. С целью упрощения модели в 2D экспериментах не использовалась возможность образования прочных связей, т.е. параметру Δr_{ch} присвоено нереально большое значение. Другие параметры модели: E = 382 ГПа, $\nu = 0.25$, $nd_0^3 = \sqrt{2}$, $d_0 = 0.392$ нм, $\varepsilon = 275k_B$, $\mu = 1.0$ [A14].

2.3.1 Одноосное сжатие модельной ячейки

Рис. 2.8 демонстрирует изменение в характере расположения частиц при их одностороннем, вдоль вертикальной оси, уплотнении. В объеме компакта появляются области локального упорядочения в расположении частиц, соответствующие плотной (гексагональной) упаковке. Об этом свидетельствует появление анизотропии в распределении контактных углов (см. рис. 2.3): у функции $w_{\theta}(\theta_{v})$ появляются максимум на углах $\theta_{v} \simeq 30^{\circ}$ и минимум при $\theta_{v} \simeq 60^{\circ}$. Преимущественно горизонтальное расположение слоев гексагональной упаковки, о чем свидетельствует характер функции $w_{\theta}(\theta_{v})$, обусловлено анизотропностью (одноосностью) внешнего нагружения. В то же время, в целом структура мелкодисперсного порошка даже при значительных давлениях остается нерегулярной, с большим количеством пор, размер которых может существенно превосходить размер структурных элементов (частиц порошка).

Параметром, определяющим связность структуры, является среднее координационное число [169]. На рис. 2.9 представлены зависимости среднего координационного числа от средней плотности для систем, полученных "коллоидным" способом ($\rho_b = 0.25\rho_{cub}, x_{cell} = 20d_g$), с различным размером частиц, и для реперной, "бескогезивной" системы. Под последней подразумевается крупнозернистый порошок, в котором дисперсионные силы притяжения пренебрежимо малы. Видно, что мелкодисперсные системы, состоящие из частиц меньшего размера, характеризуются, как правило, большей связностью. Их среднее координационное число быстрее возрастает на начальных стадиях уплотнения, и при дальнейшем увеличении средней плотности, вплоть до $\rho = 0.84$, остается выше соответствющего параметра систем, состоя-



Рисунок 2.8: Пример сжатия расчетной ячейки для частиц диаметром $d_g = 10$ нм. Слева направо: начальная засыпка ($h_{cell} = 58d_g$, $p_y \equiv -\sigma_{yy} = 0$), конфигурация при высоте ячейки $h_{cell} = 35d_g$ ($p_y \simeq 140$ MPa), и при $h_{cell} = 25d_g$ ($p_y \simeq 3.34$ GPa).

Рисунок 2.9: Среднее координационное число в зависимости от плотности для систем с размером частиц (сплошные линии, сверху вниз при $\rho = 0.6$) $d_g = 10, 14, 20, 30, 50, 70, 100, 200, 400$ (нм), и для реперной системы без дисперсионных сил (штриховая линия). "Колло-идный" способ засыпки, $\rho_b = 0.25\rho_{cub}, x_{cell} = 20d_g$. Пунктирная линия — зависимость (2.17) для регулярных упаковок.

щих из частиц большего размера. Исключение составляют лишь системы с размером частиц $d_g > 200$ нм в области высоких плотностей. На том же рисунке представлена зависимость координационного числа от плотности для регулярных 2D упаковок

$$\rho = \frac{(\pi/k_{av})}{\tan(\pi/k_{av})}.\tag{2.17}$$

Ввиду сложности экспериментального определения величины k_{av} , подобные теоретические зависимости нередко используются для оценки среднего координационного числа [186]. Рисунок 2.9 показывает, что даже достижение высоких плотностей отнюдь не гарантирует реализации регулярных структур, отвечающих соотношению (2.17). В действительности реализуемые структуры имеют существенно более низкие значения средних координационных чисел.

В работе [160] на основе теоремы Эйлера [187] получено строгое соотношение между средними координационными числами частиц k_{av} и пор k_{pores} :

$$k_{pores} = \frac{2k_{av}}{k_{av} - 2}.\tag{2.18}$$



Рисунок 2.10: Осевое (слева) и боковое (справа) давление в зависимости от плотности для систем с размером частиц $d_g = 10$ /1/, 20 /2/, 50 /3/, 100 /4/ и 400 /5/ (в нм), и для безкогезивной системы /6/. "Коллоидный" способ засыпки, $x_{cell} = 20d_g$, $\rho_b = 0.25\rho_{cub}$. На вставках: то же в области малых давлений.

Данное соотношение показывает, что изменение числа k_{av} от 2 до 3, характерное для исследуемых систем (см. рис. 2.9), приводит к качественному изменению структуры. Значение $k_{av} = 2$ соответствует открытой системе пор со значением $k_{pores} \to \infty$. Рост k_{av} приводит резкому снижению k_{pores} и образованию закрытой системы пор. При плотности $\rho = 0.8$ среднее координационное число k_{av} достигает значения 3.2, что в соответствие с выражением (2.18) дает для пор $k_{pores} \simeq 5.3$.

Наибольший интерес для задач компактирования порошковых материалов представляет изменение различных компонент тензора напряжений в уплотняемой среде в зависимости от плотности компакта. В частности, при одноосном прессовании большое значение имеет величина бокового напряжения [188], которая определяет, во-первых, "потери" осевой нагрузки на пристеночное трение и, во-вторых, уровень прочностных требований к используемому оборудованию. На рис. 2.10 представлены кривые уплотнения для систем, полученных "коллоидным" способом, с размером частиц от 10 до 400 нм и для "безкогезивной" системы. Осевое $p_y = -\sigma_{yy}$ и боковое $p_x = -\sigma_{xx}$ давления рассчитывались по соотношению (2.12), где $V_{cell} = x_{cell}h_{cell}d_g$, а h_{cell} — текущая высота модельной ячейки. Каждая из кривых на рис. 2.10 построена в результате усреднения по 1000 независимых расчетов, соответствующих сжатию различных начальных реализаций соответствующей системы. Рисунок отчетливо демонстрирует размерный эффект в процессах прессования нанопорошков: чем меньше размер частиц, тем большие давления (p_y) необходимо прикладывать для достижения заданной плотности. Интересно отметить также, что на зависимостях бокового давления от плотно-



Рисунок 2.11: Отношение осевого давления в исследованных системах с ван-дер-ваальсовым притяжением частиц к осевому давлению в "реперной" ("безкогезивной") системе $p_{y,ref}$. Линии: 1 — размер частиц $d_g = 10, 2 - 20, 3 - 30, 4 - 50, 5 - 100$ и 6 — 400 (в нм). Параметры расчета см. на рис. 2.10. Вертикальными отрезками отмечена статистическая погрешность расчета по ур. (2.10) и (2.11).

Рисунок 2.12: Разность между осевыми давлениями в системах с различным размером частиц и осевым давлением в "реперной" системе. Обозн. линий см. на рис. 2.11.

сти (рис. 2.10, справа) для мелкодисперсных систем ($d_g = 10, 20$ нм) существуют области растянутых состояний с $p_x < 0$. Причиной появления таких областей является относительно высокий уровень дисперсионных сил, которые приводят к заметному боковому притяжению между соседними цепочками частиц порошка при их сближении.

Наиболее отчетливо размерный эффект проявляется при относительно низких давлениях прессования p_y , порядка 30 МПа (см. вставки на рис. 2.10), где различия по плотности могут достигать 20%. Соответственно, как видно из рис. 2.11, наиболее заметные различия в относительных величинах осевого давления возникают в области невысоких плотностей, порядка $\rho = 40$ -60%. В частности, для достижения плотности $\rho = 50\%$ при прессовании порошка с размером частиц $d_g = 10$ нм, могут потребоваться в 18 раз более высокие давления, чем при прессовании безкогезивного порошка. Общий характер кривых на рис. 2.11 может быть объяснен следующим образом. Вначале прессования, при плотности ρ_0 , все системы при одинаковом способе предварительной подготовки имеют одинаковую структуру независимо от размера составляющих их частиц (плотность $\rho_0 \simeq 34\%$, среднее координационное число $k_{av} = 2$). Различие в характере уплотнения обусловлено только более сильным адгезионным сцеплением меньших гранул. По мере уплотнения начинает накапливаться структурное различие систем. Так при плотности $\rho \simeq 50\%$ в системе с диаметром частиц $d_g = 100$ нм среднее координационное число $k_{av} = 2.02$, а в системе с $d_g = 10$ нм — уже $k_{av} = 2.49$. Этим обусло-



Рисунок 2.13: Гидростатическое давление p необходимое для достижения заданной плотности в зависимости от диаметра частиц d_g . Линии соответствуют значениям плотности $\rho = 40$ /1/, 45 /2/, 50 /3/, 55 /4/, 60 /5/, 65 /6/, 70 /7/, 75 /8/ и 80% /9/. Параметры расчера см. на рис. 2.10.

Рисунок 2.14: Осевое давление прессования для систем с размером частиц $d_g = 10$ нм /1/, 100 /2/ и "реперной" системы /3/. Сплошные линии — изотропные начальные конфигурации ("коллоидный" способ, $\rho_b = 0.25\rho_{cub}$), штриховые линии — анизотропные начальные конфигурации ("гравитационный" способ). На вставке: область относительно малых значений осевого давления p_y .

влено сильное различие в механических свойствах данных систем по отношению к внешнему нагружению. Дальнейший рост внешнего давления до значений, многократно превышающих амплитуды дисперсионных сил притяжения, стирает различия между системами: отношение давлений в любых системах стремится к единице. Это приводит к наличию максимума на кривых, представленных на рис. 2.11, в диапазоне средних значений плотности.

Ситуация меняется при анализе различий в абсолютных единицах, см. рис. 2.12. Расчеты показывает, что максимальные различия в осевых давлениях исследованных систем реализуются при плотностях порядка $\rho = 70-80\%$, и достигают нескольких сотен мегапаскаль. Внешнее давление p_y при этом составляет уже порядка 1.5 ГПа. Для сравнения можно заметить, что максимальная сила дисперсионного притяжения (2.1) в данных расчетах (для частиц диаметром $d_g = 10$ нм) соответствует давлению около 70 MPa (здесь использовалось значение $\varepsilon = 275k_B$). Это позволяет утверждать, что влияние дисперсионных сил притяжения выходит далеко за рамки их собственных амплитуд.

Рис. 2.13 показывает гидростатическое давление $p = -(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})/2$, требуемое для достижения определенной плотности в системах с различным размером частиц. Как известно [39-41, 48, 189], в пренебрежении дальнодействующими межчастичными силами давление p

связано со средней нормальной контактной силой \bar{f}_n посредством формулы Рамфа

$$p = \frac{k_{av}\rho}{\pi d_g^2} \bar{f}_n . \qquad (2.19)$$

В области слабых внешних нагрузок, в окрестности начального состояния порошка, масштаб давлений в когезивных системах, а значит и размерный эффект, определяется амплитудой ван-дер-ваальсовых сил $f_{a,\max}$ [48, 49]. Подставляя в соотношение Рамфа вместо \bar{f}_n величину $f_{a,\max}$, и замечая, что согласно (1.51) для макроскопических ($d_g \gg d_0$) гранул $f_{a,\max} \propto d_g$, получаем $p \propto d_g^{-1}$. Как показывает рис. 2.13, для малых значений плотности зависимость давления от величины d_g^{-1} действительно близка к линейной. Однако, более точное воспро-изведение расчетных данных достигается в рамках функциональной зависимости вида

$$p(\rho) = p_{ref}(\rho) + \frac{\xi}{d_q^m},\tag{2.20}$$

где $p_{ref}(\rho)$ — давление в безкогезивной системе, а параметры ξ и m также являются функциями ρ , причем m < 1 во всем диапазоне плотностей. Вплоть до значений плотности порядка 60% основная "тяжесть" размерного эффекта падает на диапазон изменения размера гранул $d_g < 100$ нм. При высоких значениях плотности ($\rho > 60\%$) размерный эффект смещается в область больших размеров и становится менее значимым.

Большое влияние на процесс компактирования может оказывать процедура предварительной подготовки порошка [39, 48], характеристиками которой выступают параметры начальной структуры. Проанализируем влияние таких параметров, как анизотропность и плотность начальной структуры, на процесс одноосного сжатия моделируемых систем. На рис. 2.14 представлено сопоставление кривых сжатия в координатах "осевое давление – плотность" для изотропных и анизотропных начальных структур, создаваемых, соответственно, посредством "коллоидного" и "гравитационного" способов. Видно, что размерный эффект проявляется независимо от способа предварительной подготовки порошка. В случае вертикальной гравитационной засыпки частиц формируются более "жесткие" для вертикальной нагрузки структуры, что приводит к сдвигу кривых уплотнения в область более низких значений плотности при заданном уровне внешнего воздействия p_y . В то же время, по мере уплотнения системы утрачивают "память" о своей первоначальной анизотропности. Об этом свидетельствует динамика функций распределения контактных углов. Представленные на рис. 2.3 зависимости $w_{\theta}(\theta_v)$, несмотря на существенное различие для начальных изотропных



Рисунок 2.15: Осевое давление в зависимости от плотности компакта: ("коллоидный" способ, $x_{cell} = 20d_g$) при различных значениях начальной плотности $\rho_0 \simeq 27\%$ ($\rho_b/\rho_{cub} = 0.15$), 31 (0.20), 34 (0.25) и 38 (0.30). Сплошные линии — $d_g = 10$ нм, штриховые — $d_g = 100$ нм, пунктирные — "реперная" система без межчастичного притяжения. На вставке: область относительно малых плотностей и давлений.

и анизотропных структур, после сжатия становятся практически идентичны, демонстрируя анизотропию, обусловленную одноосным характером внешнего нагружения.

Влияние начальной плотности ρ_0 на характер уплотнения порошка может быть проанализировано на примере изотропных структур, создаваемых "коллоидным" способом. Рис. 2.15 показывает, что в отличие от анизотропности влияние начальной плотности ограничено областью относительно малых давлений и плотностей. С ростом внешнего давления кривые, соответствующие различным значениям ρ_0 , сближаются, т.е. уплотняемая система утрачивает "память" о своем исходном состоянии. В области высоких давлений влияние начальной плотности (см. рис. 2.15) существенно менее заметно, чем различия в кривых компактирования, обусловленные "размерным" эффектом.

2.3.2 Выделение упруго-обратимого вклада

Увеличение плотности порошковой структуры с ростом осевого давления обусловлено упругой деформацией частиц в соответствие с законом (2.2) — обратимо упругий вклад в деформации модельной ячейки, и их относительными перемещениями, направленными на достижение более плотной упаковки — необратимо пластичный вклад. Для того чтобы разделить эти вклады, исследована упругая разгрузка сжатой ячейки. Результаты численных экспериментов по разгрузке для системы с размером частиц $d_g = 10$ нм представлены на рис. 2.16. Конечно, на стадиях сброса давления помимо чисто упругой разгрузки межчастич-



Рисунок 2.16: Осевое давление в зависимости от плотности для системы с размером частиц $d_g = 10$ нм. Показаны: кривая упруго-пластичного уплотнения (верхняя линия) и кривые упругой разгрузки от различных величин осевого давления. Слева — область относительно малых давлений; справа — больших.

ных контактов происходят и необратимые процессы относительного перемещения частиц. Поэтому название этих стадий "упругими" достаточно условно, и предполагает лишь то, что упругие процессы здесь преобладают. Рис. 2.16 демонстрирует довольно большие изменения плотности $\Delta \rho_{el}$ на стадиях упругой разгрузки при высоких давлениях прессования. Если при низких давлениях упругой разгрузкой зачастую можно пренебречь (см. рис. 2.16, слева), то уже при прессовании до $p_y = 1$ GPa величина $\Delta \rho_{el}$ составляет около 5% и стремительно возрастает при дальнейшем увеличении p_y .

Отметим наличие определенной прочности на разрыв у анализируемых систем. Так, система с размером частиц $d_g = 10$ нм выдерживает отрицательные давления порядка 5 МПа. Увеличение размера частиц приводит к снижению разрывной прочности, что качественно предсказывается известной формулой Рамфа [51]. Сопоставление кривых упругой разгрузки для систем с различным размером частиц приводится на рис. 2.17. Там же для сравнения представлены расчеты для "реперной" системы без дисперсионных сил. Отсутствие сил притяжения приводит к полному исчезновению области отрицательных давлений, т.е. "реперная" (бескогезионная) система не обладает прочностью на разрыв.

Особого внимания заслуживает вопрос о влиянии размеров моделируемой ячейки (ширина x_{cell} и высота h_{cell}) на конечные результаты. В наших расчетах количество частиц N_p в модельной ячейке всегда задается таким, чтобы даже при их наиболее плотной, гексагональной, упаковке с плотностью $\rho_{hex} = \pi \sqrt{3}/6$ общая высота ячейки была не меньше ее ширины. Так, например, для $x_{cell} = 20d_g$ и $N_p = 500$ высота гексагональной упаковки соста-



Рисунок 2.17: Осевое давление в зависимости от плотности при нагружении до $\rho \simeq 61\%$ и последующей разгрузке. Линии: 1 - для системы с размером частиц $d_g = 10$ нм, 2 – 30 нм, 3 – 100 нм, 4 – для "реперной" системы. Слева — область относительно высоких давлений (здесь показаны также погрешности расчетов); справа — область малых и отрицательных давлений.



Рисунок 2.18: Осевое давление в зависимости от плотности на стадиях уплотнения и упругой разгрузки для системы с размером частиц $d_g = 30$ нм. Слева — область относительно высоких давлений; справа — область малых и отрицательных давлений. Линии: сплошная — расчет для модельной ячейки шириной $x_{cell} = 10d_g$ (на ней нанесена также погрешность расчета), штриховая — $x_{cell} = 15d_g$, пунктирная — $x_{cell} = 20d_g$, штрих-пунктирная — $x_{cell} = 25d_g$.

вляет $h_{cell} \simeq 21.65d_g$. Поэтому, определяющим размером ячейки, который может оказывать влияние на результаты моделирования, является ее ширина x_{cell} . Для анализа этого влияния были выполнены расчеты по компактированию и упругой разгрузке системы с размером частиц $d_g = 30$ нм в модельных ячейках шириной от $x_{cell} = 10d_g$ ($N_p = 250$) до $x_{cell} = 25d_g$ ($N_p = 625$). Полученные кривые уплотнения и разгрузки сопоставляются на рис. 2.18. Уменьшение x_{cell} с $20d_g$ до $10d_g$ приводит к заметному сдвигу кривых в область меньших значений



Рисунок 2.19: Изменение плотности на стадии упругой разгрузки в зависимости от достигнутой величины осевого давления для систем с размером частиц $d_g = 10, 30, 100$ (нм) и для "реперной" системы без дисперсионных сил притяжения. На вставке в увеличенном масштабе показана область относительно малых давлений.

плотности. В то же время, увеличение ширины ячейки с $20d_g$ до $25d_g$ практически не влияет на результаты моделирования. Так, в области высоких давлений (рис. 2.18, слева) соответствующие кривые совпадают в масштабе рисунка. Различие между ними во всем диапазоне давлений существенно меньше погрешности, связанной со статистическим усреднением результатов. Таким образом, проведенный анализ позволяет надеяться, что ширины модельной ячейки в $20d_g$ вполне достаточно для адекватного воспроизведения свойств макроскопической ($x_{cell} \to \infty, N_p \to \infty$) системы.

Стадии упругой разгрузки, представленные на рис. 2.16–2.18, приводят к снижению плотности от достигнутого значения ρ вплоть до некоторого значения ρ_u при полном снятии внешнего осевого давления: $p_y(\rho_u) = 0$. Изменение плотности $\Delta \rho_{el} = \rho - \rho_u$, соответствующее этим стадиям, в зависимости от величины осевого давления, с которого производится разгрузка, представлено на рис. 2.19. Сопоставление исследуемых систем показывает, что размерный эффект для упругого вклада в деформацию промоделированных нанопорошков проявляется только в области давлений $p_y < 1.5$ ГПа. При более высоких давлениях зависимости $\Delta \rho_{el}(p_y)$ совпадают в пределах погрешности расчетов.

Разгрузочная плотность ρ_u соответствует необратимо пластичному вкладу в деформацию исходного порошка. В ходе изготовления наноструктурированных изделий данная плотность является отправной точкой для последующей стадии свободного (без нагрузки) спекания. Полученные зависимости $\rho(p_y)$ и $\Delta \rho_{el}(p_y)$ позволяют построить плотность $\rho_u = \rho - \Delta \rho_{el}$



Рисунок 2.20: Плотность в зависимости от осевого давления для систем с размером частиц (линии снизу вверх) $d_g = 10, 30, 100, 400$ (в нм) и для системы без дисперсионных сил притяжения. Штриховые линии — плотность ρ , достигаемая при упруго-пластичном нагружении; сплошные линии — плотность ρ_u , соответствующая упругой разгрузке с заданного уровня до $p_u = 0$.

как функцию использованного осевого давления. Данные зависимости для различных систем представлены на рис. 2.20. Интересно отметить, что в области высоких давлений зависимость разгрузочной плотности ρ_u от величины p_y^{-1} близка к линейной, что позволяет легко экстраполировать расчетные данные. В отличие от плотности под давлением, которая включает в себя упруго обратимую деформацию, плотность ρ_u с ростом давления p_y выходит на некоторое постоянное значение. В пределе $p_y \to \infty$ (рис. 2.20, справа), как и следовало ожидать, размерный эффект исчезает, а плотность ρ_u всех систем совпадает и составляет порядка 69%. Заметим, что это существенно ниже плотностей, характеризующих регулярные упаковки дисков на плоскости. Так, для кубической укладки — $\rho_{cub} = \pi/4 \simeq 78.5\%$, для гексагональной — $\rho_{hex} = \pi\sqrt{3}/6 \simeq 90.7\%$.

Таким образом, выполненные двумерные эксперименты методом гранулярной динамики позволяют сформулировать следующие основные выводы: 1) ван-дер-ваальсовские силы дисперсионных притяжений являются главной причиной размерного эффекта в процессах компактирования оксидных нанопорошков; 2) в области высоких давлений прессования (порядка 1 ГПа и выше) для корректного описания уплотнения нанопорошков необходим учет стадии их упругой разгрузки. Более детальное исследование свойств порошковых структур и, в частности, количественное сопоставление с данными натурных экспериментов требует выполнения и анализа численных экспериментов в трехмерной постановке. Этому посвящены следующие разделы данной главы.



Рисунок 2.21: Осевое давление $p_z = -\sigma_{zz}$ в зависимости от плотности порошка в процессе одноосного компактирования вдоль оси Oz. Точки — экспериментальные данные [A13] о компактировании нанопорошков на основе оксида алюминия со средним размером частиц $d_g = 9.7, 16, 21$ и 38 (нм). Линии — моделирование методом гранулярной динамики соотвествующих монодисперсных систем. Параметры расчета: $x_{cell} = y_{cell} = 18d_g; N_p = 8000;$ $r_{meso} = 2d_g; \rho_0 = 0.24; \mu = 0.1; \Delta r_{ch} = 0.008d_g; \sigma_b = 0.018E$. На вставке: область малых давлений в увеличенном масштабе.

Рисунок 2.22: Разница плотностей $\Delta \rho = \rho(d_g) - \rho(d_{g,1})$ после одноосного прессования до давления $p_z = 100$ МРа между порошковыми системами со средним размером частиц d_g и $d_{g,1} = 9.7$ нм. Точки — экспериментальные данные [A13]. Сплошная линия — моделирование методом гранулярной динамики, параметры расчета те же, что и на рис. 2.21. Штриховая линия — моделирование методом гранулярной динамики без образования прочных связей между частицами порошка; измененные параметры расчета: $\mu = 0.4$; $\Delta r_{ch} = 1.0d_q$.

2.4 Одноосное прессование порошка

С целью количественной верификации сформулированной в предыдущих разделах теоретической дискретной модели нанопорошка нами были выполнены трехмерные компьютерные эксперименты по моделированию процессов одноосного компактирования порошков на основе оксида алюминия с размером частиц $d_g = 9.7$, 16, 21 и 38 нм, по которым у нас имеются данные натурных экспериментов [A13]. Моделирование было выполнено как с образованием прочных связей между частицами порошка, так и без образования таких связей. В последнем случае параметру Δr_{ch} задавалось недостижимо большое значение, равное диаметру частиц. Результаты этих расчетов в сравнении с экспериментальными данными [A13] представлены на рис. 2.21 и 2.22.

Рис. 2.21 демонстрирует кривые уплотнения исследованных систем в координатах "плотность-осевое давление ($p_z = -\sigma_{zz}$)". Для уменьшения погрешности расчета каждая из линий на рисунке построена в результате усреднения расчетных данных о сжатии 10

макроскопически эквивалентных, но статистически независимых модельных ячеек. Экспериментальные данные [A13] для $p_z = 100$ MPa отчетливо демонстрируют размерный эффект в процессах компактирования наноразмерных порошков: чем меньше размер частиц порошка, тем ниже плотность, достигаемая при заданном давлении прессования. Так, плотность порошка с характерным размером частиц $d_q = 9.7$ нм после прессования до давления $p_z = 100$ МРа составляет 38.7%, в то время как для порошка с размером 38 нм — 49.6%, т.е. различие по плотности $\Delta \rho = 10.9\%$. При повышении давления прессования до $p_z = 1$ GPa размерный эффект исчезает: плотность всех исследованных порошковых прессовок совпадает в пределах экспериментальной погрешности. В теоретической модели при учете образования прочных связей величины $\mu, \ \Delta r_{ch}$
и σ_b играли роль свободных (до определенных пределов) параметров. Рис. 2.21 и 2.22 показывают, что теоретическая модель с достаточно высокой точностью позволяет воспроизвести данные натурных экспериментов [A13]. Это достигается при значениях свободных параметров $\mu = 0.1, \Delta r_{ch} = 0.008 d_q$ и $\sigma_b = 0.018 E$, которые представляются вполне разумными. Интересно отметить, что при давлении $p_z = 1.0$ GPa различие по плотности между модельными системами остается, и составляет для систем с $d_g = 38$ нм и $d_g = 9.7$ нм около 1.5%. Однако после разгрузки модельных систем (снятие осевого давления) различия по плотности полностью исчезают. Необходимо отметить также, что при аналогичной разгрузке от уровня $p_z = 100 \text{ MPa}$ (данные линии не показаны на рис. 2.21) плотность всех модельных систем понижается примерно на 0.6%.

В случае неучета образования прочных связей между частицами порошка ($\Delta r_{ch} = 1.0d_g$) в теоретической модели остается лишь один свободный параметр — коэффициент трения μ . Наилучшее согласие с экспериментальными данными в этом случае достигается при значении $\mu = 0.4$. Кривые уплотнения $p_z(\rho)$ при этом довольно близки по виду к аналогичным кривым, изображенным на рис. 2.21. Это подтверждает вывод предыдущего раздела, что для качественного описания размерных эффектов в процессах компактирования оксидных нанопорошков достаточно учесть только наличие дисперсионных сил притяжения ван-дерваальсовой природы. В количественном отношении неучет прочных связей, естественно, снижает гибкость модели, что продемонстрировано на рис. 2.22. Здесь представлено различие по достигаемой плотности между порошковыми системами с разным размером частиц при давлении прессования $p_z = 100$ MPa. В частности, разница в плотностях между системами с размером частиц 38 и 9.7 нм в модели без прочных связей составляет 9.4%, что заметно ниже данных натурных экспериментов (10.9%).

Структурные характеристики уплотняемых порошковых систем (радиальная функция распределения и среднее координационное число) представлены на рис. 2.23 и 2.24. Рис. 2.23



Рисунок 2.23: Радиальные функции распределения частиц при давлении $p_z = 1.0$ GPa для модельных систем с размером частиц $d_g = 9.7$ нм (сплошная линия) и 38 нм (штриховая линия). Параметры расчета те же, что и на рис. 2.21. На вставке: область больших расстояний в увеличенном масштабе.

Рисунок 2.24: Среднее координационное число в зависимости от плотности для исследованных модельных систем: $d_g = 9.7$ нм (сплошная линия), 16 (штриховая линия), 21 (пунктирная линия) и 38 (штрих-пунктирная линия). Параметры расчета те же, что и на рис. 2.21.

показывает, что размер частиц порошка и, следовательно, амплитуда дисперсионных сил притяжения оказывают слабое влияние на характер радиальной функции распределения. По мере уплотнения в порошковой структуре начинает появляться частичное ближнее упорядочение: по сравнению с начальной структурой (см. рис. 2.7) на зависимости g(r) при давлении $p_z = 1.0$ GPa помимо третьего становятся заметны четвертый и пятый пики. Тем не менее, осцилляции функции g(r) достаточно быстро затухают, и на расстояниях $r > 8d_g$ в пределах статистической погрешности q(r) = 1. Последнее, в частности, означает, что расчетная ячейка с минимальным из размеров равным $18d_g$ вполне корректно моделирует представительный элемент порошковой системы. Среднее координационное число k_{av}, как показывает рис. 2.24, более чувствительно к размеру частиц, нежели радиальная функция распределения. Несмотря на то, что все модельные системы вначале имеют практически одинаковое значение $k_{av} = 4$, по мере уплотнения между ними появляется заметное различие. Так, при достижении давления $p_z = 1.0$ GPa для системы с размером частиц $d_g = 9.7$ н
м $k_{av} = 6.56,$ а для системы с $d_g = 38$ нм — $k_{av} = 6.41$. Еще более это различие увеличивается после разгрузки систем: соответственно, $k_{av} = 6.26$ и $k_{av} = 5.41$. В целом, относительно невысокие значения среднего координационного числа являются признаком достаточно нерегулярных структур, в которых отсутствуют области с плотной упаковкой частиц. Так, доля частиц с координационным числом равным 10 при давлении $p_z = 1.0$ GPa в исследованных системах составляет всего 0.5% для $d_g = 9.7$ нм и 0.3% для $d_g = 38$ нм, а частицы, имеющие 12 контактов, вообще отсутствуют.

2.5 Сопоставление одноосного, двухстороннего и всестороннего процессов прессования

С целью дальнейшей верификации теоретической модели были выполнены эксперименты (натурные и расчетные) по влиянию на уплотнение нанопорошка условий организации процесса прессования: одноосное, двухстороннее или всестороннее прессование. В ходе натурных экспериментов [A19] было выполнено одноосное и всестороннее компактирование¹ нанопорошков Al₂O₃ (оксид алюминия, фазовый состав: $0.9\gamma + 0.1\delta$) и 1% Nd:Y₂O₃ (оксид иттрия в моноклинной фазе допированный 1% ниодима). Как показывают фотографии, см. рис. 1.1, порошки отличаются слабой агломерированностью, что характерно для метода лазерной абляции мишеней [6, 80]. Компьютерная обработка фотографий² позволила построить гистограммы порошков, см. рис. 2.25, которые удовлетворительно описываются законом логнормального распределения

$$\omega(d_g) = \frac{1}{d_g \sigma_d \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(m_d - \ln d_g)^2}{2\sigma_d^2}\right].$$
 (2.21)

В частности, для порошка Al₂O₃ получено $\sigma_d = 0.547$, $m_d = 2.644$. Характерный размер частиц (максимум функции $\omega(d_g)$) — $d_g \simeq 10.4$ нм. Близкие значения эти параметры имеют и для порошка Y₂O₃.

В ходе натурных экспериментов порошки подвергались внешнему давлению величиной 100, 150 и 200 МПа. Результаты этих экспериментов в координатах "плотность-давление p_z " представлены на рис. 2.26. В сравнении с порошками, полученными методом взрыва проволок, данные [A13] по компактированию которых представлены на рис. 2.21, порошки, использованные в этом разделе, демонстрируют гораздо более высокие значения плотности в исследованном интервале давлений. Так, по данным работы [A13] плотность порошка с размером частиц $d_g \simeq 10$ нм при давлении $p_z = 100$ МРа составляет $\rho = 38.7\%$, в то время как, сейчас при одноосном компактировании мы имеем $\rho \simeq 50.5\%$ (для порошка с $d_g = 9.7$ нм). Различие в

¹Натурные эксперименты выполнены Лукьяшиным К.Е. и Шитовым В.А.

²Автор выражает благодарность Платонову В.В. и Тимошенковой О.Р. за проведение гранулометрических исследований нанопорошков.



Рисунок 2.25: Распределение частиц порошка Al_2O_3 , полученного лазерным испарением мишени, по размерам. Точки — данные обработки фотографий; линия — аппроксимация функцией логнормального распределения (2.21) с параметрами $\sigma_d = 0.547$, $m_d = 2.644$.

прессуемости порошков, полученных разными методами, может быть обусловлено влиянием газов, адсорбированных на поверхности частиц. Согласно данным [80] массовая доля адсорбатов для порошка Al₂O₃, получаемого методом испарения мишени, состявляет порядка 5%. Очистка поверхности частиц от летучих веществ, необходимая, например, при производстве оптически прозрачной керамики для использования в лазерах [6] или при производстве высокочистых ионных проводников для электрохимических генераторов [4], обычно происходит в ходе предварительной температурной обработки. Однако, в настоящем исследовании, чтобы сохранить низкую агломерированность порошков, такой обработки не проводилось.

С точки зрения теоретической модели повышенное содержание адсорбатов на поверхности частиц затрудняет образование прочных межчастичных связей (отсутствует агломерация порошка, см. рис. 1.1), а также должно влиять на эффективное значение коэффициента трения (μ) и параметра α . Последний определяет минимальное расстояние между частицами порошка, $h_{\min} = \alpha d_0$, которое расценивается как их касание. Ранее, в разделе 1.5, применительно к чистой поверхности частиц, когда ничто не препятствует их сближению, было получено значение $\alpha = 0.24$. Наличие адсорбатов должно увеличивать минимальное расстояние между частицами и, как следствие, величину параметра α . В связи с изложенным, для описания экспериментальных данных по одноосному прессованию порошка Al_2O_3 значение Δr_{ch} было установлено равным диаметру частиц, что полностью исключает возможность образования прочных связей, а величины μ и α играли роль свободных параметров.

Наилучшее описание экспериментальных данных достигается при значениях: $\mu = 0.13$



Рисунок 2.26: Плотность ρ порошка в зависимости от приложенного внешнего давления p_z . Точки — данные натурных экспериментов для Al_2O_3 (темные) и Y_2O_3 (светлые) по одноосному прессованию (ромбы) и всестороннему прессованию (круги). Линии показывают результаты компьютерного моделирования по одноосному прессованию порошка Al_2O_3 : представлены кривая монотонного нагружения и линии упругой разгрузки от значений $p_z = 100, 150$ и 200 MPa. Параметры расчета: $\Delta r_{ch} = 1.0d_g$ (прочное сцепление частиц отсутствует); $\varepsilon = 1224k_B$, $d_g = 10.4$ нм, $\mu = 0.13$, $\alpha = 0.37$.

Рисунок 2.27: Сопоставление одноосного (сплошные линии), двухосного (штриховые линии) и всестороннего (пунктирные линии) прессований в координатах "плотность– давление p_z ": расчеты в рамках гранулярной динамики; здесь помимо кривых нагружения показаны линии разгрузки от значений давления $p_z = 100$, 150 и 200 MPa. Параметры расчета те же, что и на рис. 2.26.

и $\alpha = 0.37$. Рис. 2.26 демонстрирует результаты компьютерного моделирования при этих параметрах в сравнении с экспериментальными данными. Отметим, что теоретические кривые на рисунке построены в результате усреднения по 10 независимым расчетам. Помимо кривой монотонного нагружения рассчитаны линии разгрузки, т.е. сброса внешнего осевого давления p_z до нуля, от значений $p_z = 100$, 150 и 200 MPa. Именно плотность системы, реализуемая при сбросе давления (разгрузочная плотность), должна сопоставляться с экспериментальными данными, поскольку последние также получены в результате анализа разгруженных образцов. Рис. 2.26 показывает, что теоретическая модель позволяет воспроизводить данные натурных экспериментов с высокой точностью — погрешность по плотности не превышает разброса экспериментальных точек.

Установленные значения параметров теоретической модели были использованы для исследования уплотняемости нанопорошка в других геометриях приложения внешней нагрузки, отличных от одноосного: двухстороннее (или радиальное) уплотнение, когда модельная ячейка сжимается по двум осям (оси *Oz* и *Oy*), и всестороннее (или изостатическое) нагружение.

Результаты моделирования представлены на рис. 2.27. Совместный анализ экспериментальных данных, представленных на рис. 2.26, и расчетных кривых на рис. 2.27 показывает их полное согласие. Оказалось, что уплотнение оксидных наноразмерных порошков (Al₂O₃ или Y₂O₃) очень слабо зависит от геометрии внешней нагрузки. И моделирование, и натурный эксперимент показывают незначительное различие (менее 1%) по разгрузочной плотности компактов, полученных всесторонним и одноосным прессованием, при давлении $p_z = 100$ MPa. С повышением давления p_z до уровня 200 MPa эти различия практически исчезают.

Здесь необходимо отметить, что обнаруженная нечувствительность нанопорошков к геометрии внешней нагрузки весьма неожиданна. В частности, традиционная феноменологическая теория пластично упрочняющегося пористого тела, которая будет представлена в следующем разделе, предсказывает достаточно сильное влияние схемы прессования на конечную пористость прессовки. Так, в исследованном интеравале давлений ($p_z = 100-200$ MPa) она прогнозирует различие по плотности для процессов всестороннего и одностороннего компактирования порядка 10%, т.е. переход от геометрии одноосного компактирования к двухстороннему, и далее — к всестороннему, должен существенно повышать плотность прессовок. Данный прогноз в точности соответствует поведению крупнодисперсных порошков, где также наблюдается различие по плотности для одноосного и всестороннего прессований порядка 10% [190]. Вопреки предсказаниям феноменологической теории исследованные нами оксидные нанопорошки, как показывает рис. 2.26, демонстрируют качественно иное поведение. С одной стороны, это говорит об ограниченной применимости традиционных феноменологических теорий для описания механических свойств данных порошков. С другой стороны, это подчеркивает высокую надежность развитой численной модели, которая позволила достаточно точно воспроизвести данное специфичное поведение изучаемых объектов.

Нечувствительность уплотнения порошков к схеме нагружения, казалось бы, сближает их поведение с поведением жидкости или газа, для которых, в частности, тензор напряжений в статическом пределе всегда имеет шаровой вид независимо от схемы внешних воздействия. Однако, рис. 2.28 и 2.29 показывают, что в исследуемых порошках не происходит выравнивания напряжений по различным направлениям. Так, "боковое" давление $p_x = -\sigma_{xx}$ (вдоль направления Ox, где не происходит сжатие модельной ячейки) при одноосном или двухосном уплотнении существенно ниже, чем "осевое" давление $p_z = -\sigma_{zz}$. На микроуровне это выражается в появлении заметной наведенной анизотропии в ходе процесса: рис. 2.29 демонстрирует сильную угловую зависимость контактных сил в системе. В этом отношении наноразмерные порошки демонстрируют вполне типичное для порошковых сред поведение: существенная анизотропия механических свойств при анизотропном нагружении (т.н. наве-



Рисунок 2.28: Отношение "бокового" давления $p_x = -\sigma_{xx}$ к "осевому" (p_z) в зависимости от плотности. Сплошная линия — одноосное сжатие модельной ячейки по оси Oz; штриховая линия — двухсторонее сжатие по осям Oz и Oy. Параметры расчета те же, что на рис. 2.26.

Рисунок 2.29: Средняя сила нормального взаимодействия частиц $f_n = f_e - f_a$ в зависимости от угла отклонения контактной оси от вертикали (ось Oz) при внешней нагрузке $p_z = 500$ МРа для одноосного /1/, двухосного /2/ и всестороннего /3/ компактирования. Параметры расчета те же, что на рис. 2.26.

денная анизотропия) характерна для порошков микронных, либо более крупных, размеров [43, 77, 124, 169, 197].

2.6 Сдвиговое деформирование при постоянном объеме

Слабая чувствительность уплотнения нанопорошков к схеме нагружения, выявленная в предыдущем разделе, позволяет предложить в качестве гипотезы довольно простую схему построения поверхности нагружения. А именно: плотность прессовки определяется значением только лишь одной (максимальной, $p_{\rm max}$) компоненты тензора напряжений. Зависимость $\rho(p_{\rm max})$ может быть промерена, например, при одноосном сжатии, а затем использована для описания уплотнения порошка в других схемах нагружения. Для проверки данной гипотезы в настоящем разделе будет промоделирован процесс сдвиговой деформации модельных ячеек при неизменном объеме. Здесь на каждом шаге деформирования одновременно уменьшалась величина z_{cell} и увеличивалась величина y_{cell} (на 0.1% от текущих значений), так что тензор скоростей деформаций e_{ij} характеризуется следующими параметрами: $e_{xx} = 0$, $e_{yy} = -e_{zz}$.

Помимо зависимости $\rho(p_z)$, необходимой для сопоставления с кривой одноосного сжатия, большой интерес при сдвиговом деформировании представляет величина гидростатического давления. Известно, что обычные (крупные) порошки при наложении сдвиговых напряжений

N⁰	n_z	L_n/d_g	L_0/d_g	N_p	I: ho,%	II: ho,%
1	4	14	12	6000	36.1	35.6
2	3	14	12	5000	37.6	37.2
3	3	14	12	6000	45.0	44.3
4	3	14	12	7000	52.1	51.0
5	3	14	12	8000	58.1	56.9
6	3	14	12	9000	60.5	60.4
7	2	15	13	5000	39.5	38.9
8	2	15	13	6000	47.1	46.4
9	2	15	13	7000	54.3	53.5
10	2	15	13	8000	59.5	58.4
11	2	18	15	8000	41.1	40.3

Таблица 2.2: Параметры расчетов для моделирования сдвиговой деформации модельных ячеек, а также плотности систем I и II на стадиях чистого сдвига.

могут как увеличивать свой объем (положительная дилатансия, при высоких плотностях), так и уменьшать (отрицательная дилатансия, при низких плотностях). Смена знака дилатансии происходит при *плотности Рейнольдса* [191, 192]. При ограничении объема положительная дилатансия проявляется в росте гидростатического давления в процессе сдвиговой деформации, а отрицательная — в снижении. До сих пор в научной литературе отсутствуют какие-либо сведения о дилатансии наноразмерных порошков.

Расчеты выполнены для двух модельных монодисперсных систем с размером частиц $d_g = 10$ нм. Модельная система I с параметрами $\alpha = 0.37$ и $\mu = 0.13$ характеризуется отсутствием прочных связей между частицами (параметру Δr_{ch} присвоено нереально высокое значение равное диаметру частиц d_g), и соответствует неагломерируемому порошку, см. раздел 2.5. В модельной системе II с параметрами $\alpha = 0.24$, $\mu = 0.10$, $\Delta r_{ch} = 0.008 d_g$ учитывается возможность образования прочных связей; эта система соответствует легко агломерируемому порошку, см. раздел 2.4. Как отмечалось в разделе 2.5, более высокое значение межчастичного зазора (величина α) и подавление агломерации (отсутствие прочных связей) в системе I обусловлено наличием адсорбатов на поверхности частиц.

При моделировании сдвиговых деформаций начальные размеры модельной ячейки устанавливались равными $x_{cell} = y_{cell} = L_n$, $z_{cell} = (n_z + 1)L_n$ $(n_z \ge 2)$. Затем осуществлялось всестороннее однородное сжатие модельной ячейки до заданных размеров $(L_n \to L_0)$, что позволяло получить порошковую структуру с необходимой начальной плотностью ρ_0 , и разгрузка напряжений (незначительное обратное расширение ячейки). После этого проводился процесс сдвиговой деформации: по оси Oz модельная ячейка сжималась, а по оси Oy растягивалась, так чтобы объем оставался неизменным. Этот процесс прекращался при достижении значений $z_{cell} = L_0$ и $y_{cell} = (n_z + 1)L_0$, после чего осуществлялась повторная разгрузка на-



Рисунок 2.30: Интенсивность девиатора напряжений в зависимости от размера модельной ячейки y_{cell} при моделировании сдвиговой деформации в системе II с набором параметров (см. Табл. 1) No. 7 /линия 1/, 3 /2/, и 4 /3/.

Рисунок 2.31: Среднее координационное число в зависимости от размера модельной ячейки y_{cell} при моделировании сдвиговой деформации в системе II. Обозн. линий те же, что и на рис. 2.30.

пряжений до нуля. Данные расчеты проведены для 11 наборов параметров (n_z, L_n, L_0, N_p) , которые представлены в Табл. 1. На стадии первой разгрузки (после начального всестороннего сжатия ячейки) наблюдается существенное снижение плотности, причем, различное для анализируемых нами систем I и II. Достигаемые при этом плотности данных систем, характеризующие стадии сдвиговой деформации при постоянном объеме (плотности), также представлены в Табл. 1. Изменения плотностей на стадиях конечной разгрузки были пренебрежимо малыми.

На рис. 2.30 и 2.31 продемонстрирован характер изменения избранных свойств модельной ячейки (интенсивность девиатора напряжений и среднее координационное число для системы II) в зависимости от размера y_{cell} . Видно, что для набора параметров No. 7 (линии 1) длительности моделируемого процесса, т.е. величины n_z , недостаточно для уверенного выхода на критическое (стационарное) состояние. Отметим, что данный набор соответствует плотности $\rho = 35.2\%$. Увеличение плотности способствует более быстрому выходу на стационарное состояние. Так, для набора No. 4 (линии 3 на рисунках) $\rho = 51.0\%$, и состояние модельной ячейки практически сразу же выходит на постоянные значения.

Для определения значений, характеризующих критическое состояние, зависимости от y_{cell} всех анализируемых параметров на интервале $y_{cell} = (20d_g, z_n L_0)$ были аппроксимированы выражением $f(y_{cell}) = f_c + f_1 y_{cell}^{-2} + f_2 y_{cell}^{-3}$. Полученные таким образом значения среднего



Рисунок 2.32: Среднее координационное число в зависимости от плотности в условиях чисто сдвиговой деформации. Треугольники — данные моделирования для модельной системы I (светлые) и II (темные); кружочки — данные для регулярных упаковок [193]; звездочка — RCP структуры [113]; штрих-пунктирная линия — зависимость (2.23), предложенная в работе [124].

координационного числа k_{av} в зависимости от плотности порошкового тела в критическом состоянии представлены на рис. 2.32. Расчетные точки на рис. 2.32 для обеих модельных систем аппроксимируются зависимостью

$$k_{av} = k_{av,1} + k_{av,2}\rho + k_{av,3}\rho^2 + \frac{k_{av,4}}{\rho_* - \rho} , \qquad (2.22)$$

с коэффициентами: $k_{av,1} = 3.326$, $k_{av,2} = 4.145$ (система I); $k_{av,1} = 2.943$, $k_{av,2} = 4.648$ (система II); $k_{av,3} = -8.888$, $k_{av,4} = 0.765$, $\rho_* = 0.813$. При построении аппроксимаций (2.22) в дополнение к расчетным точкам, вводилось условие $k_{av}(0.74) = 12$. На том же рисунке для сравнения, помимо наших расчетных данных, приводятся данные о плотности регулярных трехмерных структур [193], параметры RCP структур (Random Close Packing, [113]) и зависимость

$$k_{av} = \frac{\pi/2}{(1-\rho)^{3/2}} , \qquad (2.23)$$

предложенная в работе [124]. Рисунок показывает, что расчетные значения координационных чисел в исследованном интервале плотностей (30–60%) довольно слабо зависят от плотности, в отличие, например, от координационных чисел регулярных структур, или зависимости (2.23). Зависимости $k_{av}(\rho)$ двух модельных систем близки друг к другу, но различие между ними (порядка 0.2) все же на порядок превосходит погрешность расчетов. При этом система I (без прочных связей) характеризуется более высокими значениями координационных чисел.



Рисунок 2.33: Интенсивность девиатора напряжений τ_c (светлые точки, штриховые линии), гидростатическое давление p_c (темные точки, сплошные линии), минимальное давление $p_y = -\sigma_{yy}$ (нижние треугольники) и максимальное давление $p_z = -\sigma_{zz}$ (верхние треугольники) в зависимости от плотности порошкового тела в условиях чисто сдвиговой деформации для систем I (слева) и II (справа). Точки — данные моделирования, линии (для τ_c и p_c) аппроксимации по ур. (2.24).

Критические (стационарные) значения интенсивности девиатора напряжений τ_c , гидростатического давления p_c , а также минимального и максимального компонент тензора напряжений ($p_y = -\sigma_{yy}$ и $p_z = -\sigma_{zz}$) в зависимости от плотности исследованных систем представлены на рис. 2.33. Поскольку по оси ординат используется логарифмический масштаб, минимальные компоненты напряжений (p_y) показаны только для высоких плотностей, где они приобретают положительное значение. Также как и для среднего координационного числа расчетные точки на рис. 2.33 хорошо ложатся на соответствующие общие кривые. Это свидетельствует о том, что реализованный алгоритм позволяет достаточно надежно получать критическое состояние, которое определяется лишь плотностью моделируемой системы, и не зависит от таких параметров расчета, как количество частиц N_p или размер модельной ячейки L_0 . Расчетные точки для инвариантов τ_c и p_c на рис. 2.33 аппроксимированы выражениями

$$\ln\left(\tau_c/p_*\right) = \tau_1 + \tau_2\rho + \tau_3\rho^2 + \frac{\tau_4}{\rho_* - \rho} , \qquad \ln\left(p_c/p_*\right) = p_1 + p_2\rho + p_3\rho^2 + \frac{p_4}{\rho_* - \rho} , \qquad (2.24)$$

с параметрами: $\tau_1 = -0.533$, $\tau_2 = 7.966$, $\tau_3 = -10.951$, $\tau_4 = 0.916$, $p_1 = -6.637$, $p_2 = 17.525$, $p_3 = -8.296$, $p_4 = 0.837$ (система I); $\tau_1 = 2.649$, $\tau_2 = 0.666$, $\tau_3 = 3.379$, $\tau_4 = 0.310$, $p_1 = -2.102$, $p_2 = 8.963$, $p_3 = 4.393$, $p_4 = 0.190$ (система II); $p_* = 1$ MPa, $\rho_* = 0.813$. Рис. 2.33 показывает, что исследуемые структуры (оксидные нанопорошки) обладают заметной положительной дилатансией: в условиях чисто сдвиговых напряжений они стремятся увеличить свой объем. В



Рисунок 2.34: Максимальная компонента тензора напряжений в зависимости от плотности порошка для всестороннего прессования (сплошная линия), двухстороннего (штриховая линия), одноосного (пунктирная линия) и для сдвиговой деформации (точки). Система II.

нашем случае это проявляется в положительных значениях гидростатического давления. Как известно, микронные и более крупнозернистые порошки обладают положительной дилатансией только при плотностях выше т.н. плотности Рейнольдса [191, 192]. В нанопорошках мы также наблюдаем, что с ростом плотности дилатансия усиливается. Так, если при $\rho < 50\%$ давление p_c существенно ниже уровня касательных напряжений τ_c , то при высоких плотностях ($\rho > 60\%$) мы уже имеем $p_c > \tau_c$. Поэтому при снижении плотности можно ожидать смену знака дилатансии, т.е. достижение плотности Рейнольдса.

Сравнивая отношение p_c/τ_c в системах I и II, видим, что появление прочных связей между частицами заметно усиливает дилатансию в области низких плотностей. Так, при $\rho \simeq 36\%$ данное отношение в системе I составляет 0.05, в то время как в системе II — почти втрое больше (0.14). Однако с повышением плотности величины отношений p_c/τ_c в системах I и II быстро сближаются и становятся равными (порядка 0.7) при $\rho = 55\%$. При более высоких плотностях уже система I (без прочных связей) демонстрирует более высокие значения отношения p_c/τ_c , хотя абсолютные значения гидростатического давления в ней остаются ниже, чем в системе II.

Представленные на рис. 2.33 максимальные компоненты тензора напряжений (p_z) значительно ниже, чем осевые давления $(p_{out} = p_z)$ в процессах, проанализированных в предыдущем разделе. Их сопоставление приводится на рис. 2.34. В обеих системах (I и II) резкое увеличение вклада сдвиговых деформаций, несомненно, облегчает компактирование порошка. Давления p_z , необходимые для инициирования сдвиговых деформаций, можно рассматривать как нижний предел внешних усилий, необходимых для достижения заданной плотности. Рис. 2.34 показывает, что вопреки сформулированной в начале данного раздела гипотезе, уплотнение нанопорошков не определяется одной (максимальной) компонентой тензора напряжений. Поэтому для полноценного описания наноразмерных порошков необходимо строить поверхность нагружения. В следующем разделе мы построим поверхности нагружений исследуемых модельных систем численно, и предложим аппроксимационные формулы для них.

2.7 Поверхности нагружения модельных систем

Полученные нами в ходе численных экспериментов зависимости между приложенным давлением и плотностью компакта характеризуют вполне определенные процессы (одноосный, двухсторонний, всесторонний) однородного уплотнения порошковой заготовки. В общем случае уплотнение компакта развивается неоднородно: в разных точках реализуются различные условия уплотнения. Так, при радиальном прессовании цилиндрических порошковых заготовок на жесткий стержень уплотнение внешних слоев близко к двухстороннему прессованию, а внутренних (в окрестности стержня) — к одноосному. Чтобы описывать такое сложное напряженное состояние порошка и его уплотнение в этих условиях, необходимо установить границу в пространстве компонент тензора напряжений, которая отделяет упруго-обратимое поведение тела (при относительно малых напряжениях) от области необратимого уплотнения. В теориях пластичности эту поверхность называют поверхностью нагружения. В данном разделе мы построим такие поверхности для исследуемых нами модельных систем. С этой целью будут промоделированы несколько процессов с различным отношением гидростатической и девиаторной составляющей тензора напряжений.

Компьютерные эксперименты выполнены для следующих процессов:

А. Всестороннее (трехосное) сжатие: на каждом шаге деформирования модельной ячейки все ее размеры одновременно уменьшались на 0.1% от текущих значений. При этом тензоры скоростей деформаций e_{ij} и напряжений σ_{ij} являются шаровыми, т.е. $e_{ij} = (e/3)\delta_{ij}$, $\sigma_{ij} = \sigma_z \delta_{ij}$ $(\delta_{ij}$ — единичный тензор, $e = \text{Sp}(e_{ij})$).

В. Двухосное сжатие по осям Oy и Oz. Тензоры скоростей деформаций и напряжений характеризуются значениями: $e_{xx} = 0$, $e_{yy} = e_{zz} = e/2$; $\sigma_{xx} \neq \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$. Для интенсивности девиатора тензора скоростей деформаций $\gamma = \sqrt{\gamma_{ij}\gamma_{ji}}$ ($\gamma_{ij} = e_{ij} - \delta_{ij} \operatorname{Sp}(e_{ij})/3$) имеем $\gamma = |e|\sqrt{1/6}$, и для интенсивности девиатора тензора напряжений $\tau = \sqrt{\tau_{ij}\tau_{ji}}$ ($\tau_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \operatorname{Sp}(\sigma_{ij})/3$) имеем $\tau = |\sigma_{xx} - \sigma_{zz}|\sqrt{2/3}$.

C. Одноосное сжатие по оси Oz: $e_{xx} = e_{yy} = 0$, $e_{zz} = e$; $\sigma_{zz} < 0$, $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_t$;

 $\gamma = |e|\sqrt{2/3}, \ \tau = |\sigma_t - \sigma_{zz}|\sqrt{2/3}.$

D. Сжатие с одновременным приложением сдвиговой деформации: на каждом шаге деформирования производилось одновременное сжатие по направлению Oz (величина z_{cell} уменьшается на 0.1% от текущего значения) и растяжение по направлению Oy (величина y_{cell} увеличивается на 0.05% от текущего значения). Тензор скоростей деформаций характеризуется значениями: $e_{xx} = 0$, $e_{yy} = -e$, $e_{zz} = 2e$; $\gamma = |e|\sqrt{14/3}$.

2.7.1 Выделение "упруго-обратимого" вклада

В компьютерных экспериментах уплотнение модельной ячейки проводилось до заданного уровня p_{max} внешней нагрузки вдоль оси Oz. Затем осуществлялась разгрузка модельной ячейки, в ходе которой ячейка расширялась по всем направлениям со скоростями, пропорциональными соответствующим напряжениям: $e_{ii} \propto \sigma_{ii}$. Данная стадия (упругая разгрузка) характеризуется изменением плотности $\Delta \rho_{el}$. Расчеты по упругой разгрузке выполнены для значений $p_{\text{max}} = 0.025, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 1, 1.5, 2, 3, 4 и 5 ГПа. Взаимосвязь между$ $приложенным внешним давлением <math>p_{out} = -\sigma_{zz}$ и величиной $\Delta \rho_{el}$, проиллюстрированая на рис. 2.35, аппроксимирована выражениями

$$p_{out} = s_1 \Delta \rho_{el} + s_2 \Delta \rho_{el}^2 + \frac{s_3 \Delta \rho_{el}}{(s_4 + \Delta \rho_{el})^2}.$$
 (2.25)

Коэффициенты аппроксимаций для системы I: $s_1 = 24.3$, $s_2 = 104.1$ (процесс A); $s_1 = 25.3$, $s_2 = 118.4$ (процесс B); $s_1 = 28.1$, $s_2 = 140.7$ (процесс C); $s_1 = 30.8$, $s_2 = 126.2$ (процесс D); $s_3 = -0.65$, $s_4 = 0.2$ для всех процессов. Коэффициенты аппроксимаций для системы II: $s_1 = 16.0$, $s_2 = 142.0$ (процесс A); $s_1 = 17.7$, $s_2 = 151.9$ (процесс B); $s_1 = 22.7$, $s_2 = 163.6$ (процесс C); $s_1 = 28.3$, $s_2 = 135.3$ (процесс D); $s_3 = -0.01$, $s_4 = 0.03$ для всех процессов. Рис. 2.35 показывает, что предложенные аппроксимации описывают расчетные данные с погрешностью, не превышающей погрешность статистического усреднения (каждый из расчетов состоял из 10 независимых компьютерных экспериментов). Обратные зависимости $\Delta \rho_{el}(p_{out})$, представленные на рисунке, демонстрируют нелинейный характер, который наиболее отчетливо проявляется для системы II в области малых давлений. В целом, наличие прочных связей в системе II приводит к несколько меньшим значениям $\Delta \rho_{el}$, что связано с подавлением необратимых процессов проскальзывания (перегруппировки) частиц на стадии упругой разгрузки. Отметим, однако, что данные различия невелики. Так, при давлении $p_{out} = 1$ ГПа для процесса всестороннего сжатия (A) в системе I имеем $\Delta \rho_{el} = 5.2\%$, а в системе II — 4.7%.

Полученные зависимости (2.25) позволяют выделить из общей деформации модельной



Рисунок 2.35: Изменение плотности на стадии упругой разгрузки ($\Delta \rho_{el} = \rho - \rho_u$) в зависимости от внешнего давления $p_{out} = -\sigma_{zz}$ для систем I (слева) и II (справа). Точки результаты компьютерных экспериментов, линии — аппроксимации по ур. (2.25) для процессов A (сплошные линии, квадраты), В (штриховые линии, круги), С (пунктирные линии, верхние треугольники) и D (штрих-пунктирные линии, нижние треугольники). На вставках: область малых давлений в увеличенном масштабе.



Рисунок 2.36: Плотность ρ (под давлением) /1/ и разгрузочная плотность ρ_u /2/ в зависимости от внешнего давления p_{out} для процессов A–D (обозн. линий те же, что и на рис. 2.35) в системах I (слева) и II (справа). На вставках: разгрузочная плотность в зависимости от величины $p_{out}^{-1/2}$.

ячейки упруго-обратимую часть ($\Delta \rho_{el}$) и получить в чистом виде необратимую (пластическую) составляющую, которая характеризуется разгрузочной плотностью материала ρ_u . Зависимость разгрузочной плотности от внешнего давления для анализируемых систем представлена на рис. 2.36. Там же для сравнения представлены исходные зависимости $\rho(p_{out})$, содержащие упругий вклад ($\rho = \rho_u + \Delta \rho_{el}$). В обеих системах зависимости $\rho(p)$, соответ-

ствующие анализируемым процессам (A–D), достаточно близки друг к другу, максимальное различие по разгрузочной плотности не превышает 1-2%. В целом, отсутствие прочных межчастичных связей в системе I приводит к ее более высокой компактируемости: кривые $\rho(p_{out})$ и $\rho_u(p_{out})$ в системе I проходят выше. Однако в области высоких давлений различия в кривых $\rho(p_{out})$ становятся незначительными, и большие значения упругой разгрузки ($\Delta \rho_{el}$) в системе I приводят к тому, что разгрузочная плотность здесь становится несколько ниже, чем в системе II. Так, при давлении $p_{out} = 5$ ГПа для всестороннего сжатия имеем $\rho = 76.4\%$ и $\rho_u = 61.7\%$ в системе I и $\rho = 76.3\%$ и $\rho_u = 62.3\%$ в системе II. В гипотетическом пределе неограниченно высоких давлений ($p \rightarrow \infty$) разгрузочная плотность порошка составляет порядка 65% (см. вставки на рис. 2.36). Среднее координационное число k_{av} моделируемых систем после разгрузки от $p_{max} = 5$ ГПа, как показывают выполненные расчеты, для процессов A–D лежит в интервале 6.2–6.4. Таким образом, можно заключить, что после разгрузки от высоких значения ($p_{out} > 5$ ГПа) исследуемые системы по своим характеристикам близки к RCP (Random Close Packing) структурам [113, 184, 194], для которых $\rho \simeq 64\%$ и $k_{av} \simeq 6$.

В качественном плане зависимости $\rho_u(p_{out})$ систем I и II демонстрируют схожие черты. На кривых уплотнения $\rho_u(p_{out})$ можно выделить три стадии, известные по натурным [124, 195, 196] и двухмерным компьютерным [49] экспериментам об уплотнении микронных порошков. На первой стадии плотность слабо зависит от давления; здесь внешней нагрузки недостаточно для преодоления первоначального сцепления частиц. Эта стадия соответствует давлениям $p_{out} \leq 9$ МПа в системе I и $p_{out} \leq 20$ МПа в системе II. На второй стадии наблюдается интенсивное уплотнение по закону $\Delta \rho \propto \ln(p_{out})$; здесь происходят основные процессы перегруппировки в расположении частиц. На третьей стадии, когда $p_{out} \gtrsim 200$ МПа в системе I и $p_{out} \gtrsim 500$ МПа в системе II, разгрузочная плотность порошка постепенно выходит на некоторое максимальное значение $\rho_{u,max}$ (порядка 65%). Расчеты показывают (см. вставки на рис. 2.36), что здесь $p_{out} \propto 1/(\rho_{u,max} - \rho_u)^2$. При моделировании двухмерных структур, как показывает рис. 2.20, соответствующий показатель степени равен единице [49, 145]. Это позволяет предположить в общем случае $p_{out} \propto 1/(\rho_{u,max} - \rho_u)^{D-1}$, где D — размерность пространства.

2.7.2 Аппроксимационные формулы для поверхностей нагружения

Рис. 2.37 демонстрирует кривые монотонного нагружения систем I и II, соответствующие промоделированным процессам A–D, в пространстве инвариантов тензора напряжений,



Рисунок 2.37: Зависимость интенсивности девиатора напряжений от гидростатического давления для систем I (слева) и II (справа). Сплошные линии: кривые монотонного нагружения для процессов A–D (линия A совпадает с осью абцисс) и линия $\tau_c(p_c)$ процесса E (чистый сдвиг). Пунктирные линии: поверхность нагружения (2.27) при фиксированных значениях плотности $\rho_u = 40, 50, 55, 58, 59, 60, 60.5, 61\%$ (в обеих системах), а также 61.3, 61.5, 61.6, 61.7 для системы I и 61.4, 61.8, 62 и 62.2% для системы II. Штриховые линии для системы II: поверхность нагружения (2.26) при значениях $\rho_u = 60$ и 62%.

а также зависимости $\tau_c(p_c)$, характеризующие процесс сдвиговой деформации (Е). Точками на этих кривых отмечены состояния, соответствующие фиксированным значениям разгрузочной плотности ρ_u . Видим, что расположение этих точек соответствует форме поверхности нагружения близкой к эллиптическому типу, однако, требует сдвига эллипса нагружения в область положительных значений *p*. В связи с этим, представим уравнение поверхности нагружения в виде [55]

$$(p - p_0)^2 + \tau^2 q_1(\theta) = q_2(\theta, \Gamma_0) , \qquad (2.26)$$

где $\theta = 1 - \rho$ — пористость, Γ_0 — эффективная мера накопленных деформаций формоизменения [13, 55]. В первом приближении можно предположить, что все три неизвестных параметра (p_0 , q_1 и q_2) зависят только от пористости. Тогда не составляет труда определить их по любым трем точкам, соответствующим фиксированному значению пористости (плотности ρ_u). На рис. 2.37 справа показаны построенные таким образом поверхности нагружения системы II для значений плотности $\rho_u = 0.60$ и 0.62 (штриховые линии). При их построении использованы точки процессов A, B и C. Видим, что продолжения построенных эллипсов не достигают соответствующих точек на D и E линиях. Последнее можно связать с пренебрежением зависимостью параметра q_2 от меры накопленных деформаций Γ_0 . Переход от

процесса A (всестороннее уплотнение) к кривым $\tau(p)$ процессов B–E вдоль линий постоянной плотности соответствует увеличению вклада сдвиговых деформаций, что должно приводить к росту значений Γ_0 , и следовательно увеличивать "размер" эллипса. Таким образом, учет влияния накопленных деформаций (Γ_0) может позволить описать все представленные процессы поверхностью типа "сдвинутый эллипс" (2.26).

С целью опосредованного учета зависимости параметра q_2 от условий компактирования была использована следующая аппроксимация поверхности нагружения

$$(p - p_0)^2 + \tau^2 q_1(\theta) = (p_A - p_0)^2 \left[1 + q_p \left(p_A - p\right)^m\right] .$$
(2.27)

Здесь p_A — значение p на А-линии, т.е. максимальное значение p для заданной плотности; *p*₀, *q*₁, *q*_p и *m* — параметры, зависящие от плотности (пористости). Данная аппроксимация за счет второго слагаемого в квадратных скобках учитывает увеличение "размеров" эллипса при переходе от А-процесса к В, С и т.д. Результат применения формулы (2.27) представлен на рис. 2.37 пунктирными линиями. При этом для всех значений плотности принято $p_0 = 0.7 p_A$, а оставшиеся параметры определялись из условия наилучшего описания точек В, С, D и Е. Рис. 2.37 показывает, что аппроксимация (2.27) позволяет достаточно точно воспроизвести все расчетные точки, кроме линии Е (чистый сдвиг). До попадания в соответствующую точку на кривой Е-процесса линия постоянной плотности пересекает кривую Е в области более высоких значений плотности. Последнее может свидетельствовать об окончании поверхности нагружения в окрестности Е-линии. Если пренебречь вкладом деформационного упрочнения в сопротивление деформированию рассматриваемых порошковых систем, Е-линию можно сопоставить с границей разрушения моделируемой системы, что качественно согласуется с данными [197] о расположении этой границы. Отметим, что в системе I линия Е практически совпадает с кривой процесса D, поэтому построенные поверхности нагружения заканчиваются на D-линии.

2.8 Выводы к Главе 2

В настоящей главе построена дискретная модель порошкового тела, которая позволяет воспроизводить механические свойства различных оксидных нанопорошков. В частности, построены и детально исследованы две модельные системы: система I, в которой отсутствуют прочные межчастичные связи химической природы, соответвует нанопорошкам, не склонным к агломерации, поскольку их частицы покрыты слоем адсобированых газов; система II, в которой учитывается образование и разрушение прочных связей, соответствует нанопорошкам, очищенным от адсорбатов и проявляющим сильную склонность к агломерации. Тестирование теоретической модели проведено по экспериментальным данным о прессовании порошков оксида алюминия.

Выполненные исследования привели к следующим основным результатам:

1. Проанализированы традиционные способы генерации начальных структур, "гравитационный" и "коллоидный", которые использованы в рамках двумерных компьютерных экспериментов. Для этих способов исследованы протяженность краевых эффектов вблизи непроницаевых границ (нижнее основание) и влияние размера моделируемой ячейки на свойства формируемых структур. Установлены минимальные размеры модельной ячейки, обеспечивающие адекватное воспроизведение свойств макроскопических систем. Для трехмерных расчетов разработан оригинальный "кластерный" способ, который позволяет создавать однородные изотропные начальные порошковые структуры в виде бесконечно-периодического связного кластера.

2. С целью выявления качественных закономерностей в двумерной постановке изучены процессы одноосного сжатия наноразмерных гранулированных систем. Впервые детально исследован, известный из натурных экспериментов, размерный эффект в процессах компактирования нанопорошков, и выявлена ведущая роль дисперсионных (ван-дер-ваальсовских) взаимодействий в причинах появления размерного эффекта. Выполненные расчеты показали, что дисперсионные межчастичные силы притяжения приводят к заметному ухудшению прессуемости мелкодисперсных порошков по сравнению с более крупнозернистыми порошками. Следовательно, изучение и описание размерного эффекта может строиться в рамках метода гранулярной динамики на основе учета сил дисперсионного притяжения Ван-дер-Ваальса – Гамакера.

3. Разработана методика, которая позволяет выделять упруго обратимую часть деформации модельной ячейки из общего изменения плотности. При моделировании одноосного компактирования в 2D и 3D геометриях обнаружено, что в области высоких давлений прессования p разгрузочная плотность компактов ρ_u , которая характеризует пластичнонеобратимую часть деформации, асимптотически стремится к некоторому пределу $\rho_{u,\text{max}}$ по закону $\rho_u \propto \rho_{u,\text{max}} - 1/p^{D-1}$, где D — размерность пространства. Значение $\rho_{u,\text{max}}$ не зависит от размера частиц модельной системы и в трехмерных расчетах составляет около 65%.

4. Расчеты в 3D геометрии подтвердили, что первопричиной размерного эффекта в процессах холодного компактирования сухих оксидных нанопорошков являются дисперсионные силы межчастичных притяжений (силы Ван-дер-Ваальса – Гамакера). Учет этих сил в те-

оретической модели достаточен для описания размерного эффекта на качественном уровне. Однако точное количественное описание легко агломерируемых нанопорошков (например, порошки после отжига для очистки поверхности от газовых адсорбатов) требует введения в теоретическую модель возможности образования/разрушения более прочных межчастичных связей химической природы.

5. Исследованы два типа модельных систем, которые являются прообразами оксидных нанопорошков склонных, либо не склонных к сильной агломерации. Промоделирована сдвиговая деформация модельных систем. Здесь обнаружен эффект положительной дилатансии: в условиях чисто сдвиговых напряжений нанопорошки стремятся увеличить свой объем. В выполненных компьютерных экспериментах (при постоянном объеме) это проявляется в положительных значениях гидростатического давления. Исследованы квазистатические процессы одноосного сжатия, двухстороннего, всестороннего, и сжатия с одновременным сдвиговым деформированием модельной ячейки. Обнаружено, что оксидные нанопорошки проявляют крайне низкую чувствительность к геометрии прессования: различия по плотности компактов при фиксированном уровне внешней нагрузки для схем одноосного и всестороннего компактирования не превышают 1%. Такое поведение качественно отличает исследованные системы от порошков микронного или более крупного размера. Конечное состояние нанопорошков в области высоких давлений близко к характеристикам RCP-структур: плотность $\rho \simeq 64\%$, координационное число $k_{av} \simeq 6$. На основании изученных процессов построены поверхности нагружения моделируемых систем. Установлено, что данные поверхности близки к эллиптическому типу. Однако, эллипс нагружения на $p - \tau$ плоскости сильно смещен в область положительных значений гидростатического давления p, а его форма определяется не только пористостью порошка, но и характером проводимых процессов. Предложена аппроксимация поверхностей нагружения, которая позволяет удовлетворительно воспроизводить все исследованные процессы, за исключением чисто сдвиговых деформаций модельной ячейки.

Результаты, изложенные во второй главе, представлены в статьях [A9, A13, A14, A16, A19, A24] и на конференциях [145-148, 198-203].

Глава 3. Континуальное описание порошкового тела

Плодотворным теоретическим методом описания процессов консолидации порошковых сред в настоящее время является теория пластично-упрочняющегося пористого тела [13, 55, 157, 204 - 213], основанная на классической концепции "среднеквадратичных" [12, 209, 214]. Замкнутая система реологических уравнений включает поверхность течения [215], поверхность нагружения эллиптического типа [216], и соотношения, являющиеся следствиями ассоциированного закона [62]. Макроскопически усредненные коэффициенты упругости и вязкости определяются теоретически обоснованными выражениями Скорохода [12], который обобщил соответствующие соотношения Маккензи [217]. В работах [218-220] установлено, что наряду с геометрическим фактором (уменьшение объема пор), определяющим сопротивление деформированию при уплотнении пористого тела, существенную роль играет так называемый физический фактор, т.е. деформационное упрочнение (наклеп) материала. В рамках развитой теории, используя параболический закон деформационного упрочнения твердой фазы, традиционный для поликристаллических металлов [221], решен ряд задач об уплотнении гранулированной среды в условиях квазистатического нагружения [13, 222-224]. Достоинством данной теории является ее "гибкость" — незначительные модификации уравнения для поверхности нагружения позволяют описывать широкий спектр различных сред [55]: от связных пористых тел (модели Р.Грина [225] и С.Шимы [226]) до несвязанных сыпучих систем (модель Cam-Clay [227]).

Эллиптический вид поверхностей нагружения наноразмерных порошков, установленный в предыдущей главе, позволяет использовать для описания их свойств теорию пластичноупрочняющегося пористого тела. При этом, конечно, терминология теории приобретает несколько условный характер. Пластичность среды (оксидного нанопорошка) в целом не связана с пластичной деформацией ее структурных элементов, а обусловлена взаимными перемещениями отдельных частиц. Обоснованием применения математического аппарата теории пластичности является характер межчастичного взаимодействия: независимость сил трения от скорости движения частиц позволяет вводить соответствующий диссипативный потенциал. Таким образом, закон сухого трения Кулона представляет собой механический источник предела текучести в виде поверхности нагружения [36]. Упрочнение материала можно связать в процессе компактирования порошка с увеличением количества межчастичных связей, т.е. с ростом среднего координационного числа, а также с повышением доли прочных связей химической природы.

Квазистатическое рассмотрение процессов компактирования [13, 222-224] предполагает, что внешнее воздействие на протяжении всего процесса находится на поверхности нагружения. Данное условие заведомо не выполняется при достаточно быстром росте внешних нагрузок, характерном для импульсных магнитных полей, используемых при компактировании наноразмерных порошков [176, 228, 229]. В быстрых процессах магнитно-импульсной консолидации, как будет показано в последующих главах, становится решающей роль инерционных свойств деформируемой системы. Описание таких процессов в общем случае требует интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных, соответствующих возбуждению волновых движений среды [13, 230], что невозможно без информации о (как правило, неизвестных) вязко-упругих характеристиках уплотняемого материала в широкой области параметров состояния. Вместе с тем, существующие экспериментальные данные по радиальному магнитно-импульсному прессованию нанопорошков [229] свидетельствуют о том, что волновой характер движения уплотняемой среды выражен слабо: распределение конечной плотности в компактах, в первом приближении, можно считать однородным; характерные скорости процессов много меньше скорости звука.

В связи с вышеизложенным, в настоящей главе на основе теории пластично-упрочняющегося пористого тела развивается полуэмпирический подход [23], в рамках которого уплотнение гранулированной среды предполагается однородным по объему, а вместо модельного параболического закона деформационного упрочнения [221] строятся эмпирические законы, параметры которых определяются по экспериментальным данным об одноосном прессовании наноразмерных порошков оксида алюминия. Конкретные нанопорошки, которые будут служить объектом исследования, а также их характеристики представлены во втором разделе данной главы. Установленные в третьем разделе законы упрочнения исследуемых порошков в последующих главах будут использованы для моделирования динамических процессов радиального магнитно-импульсного прессования, в которых существенную роль играют инерционные эффекты. В четвертом разделе сформулированы все необходимые соотношения для описания радиального уплотнения порошковых заготовок по известным схемам Zи Θ-пинчей. Упругое противодействие необходимой для реализации таких процессов метал-
лической оболочки проанализировано в пятом разделе главы. В шестом разделе результаты расчетов в рамках сформулированного теоретического подхода сравниваются с экспериментальными данными о конечном состоянии спрессованных порошковых образцов. В частности, обосновывается необходимость учета инерционных эффектов и правомерность гипотезы однородного уплотнения. Седьмой раздел посвящен анализу недостатков и ограничений сформулированной континуальной теории, которые обнаруживаются при ее сопоставлении со свойствами модельных систем (I и II), детально исследованными в рамках дискретного моделирования в предыдущей главе.

3.1 Основные положения теории пластично уплотняемого пористого тела

Теоретическая модель для описания механических свойств порошкового тела, о которой пойдет речь в настоящей главе, представляет собой развитие теории пластичноупрочняющегося пористого тела [13]. Мы будем использовать полуэмпирический подход, в рамках которого законы деформационного упрочнения уплотняемых гранулированных сред строятся на основании экспериментально промеренных адиабат одноосного сжатия. Рассматривая прессование наноразмерного порошка, будем полагать материал гранул несжимаемым, а макроскопическое уплотнение пространственно-однородным. Согласно гипотезе Бельтрами [13] пористая среда переходит в пластическое состояние при достижении работой упругой деформации определенного критического значения. Это приводит к выпуклой, замкнутой и гладкой поверхности нагружения [13, 55, 216]

$$\frac{p^2}{\Psi(\theta)} + \frac{\tau^2}{\varphi(\theta)} = (1 - \theta)\tau_0^2 , \qquad (3.1)$$

где $p = -\sigma/3$ — гидростатическая составляющая тензора напряжений σ_{ij} ($\sigma = \text{Sp } \sigma_{ij}$), τ — интенсивность девиатора напряжений $\tau_{ij} = \sigma_{ij} + p g_{ij}$ (g_{ij} — метрический тензор, $\tau = \sqrt{\tau_{ij}\tau_{ji}}$), θ — пористость, τ_0 — предел текучести материала, а функции пористости Ψ и φ определяют как коэффициенты упругости, так и коэффициенты объемной ξ и сдвиговой η вязкости пористого материала [12]:

$$\xi = 2\eta_0 \Psi(\theta) , \qquad \eta = \eta_0 \varphi(\theta), \qquad (3.2)$$

где η_0 — коэффициент сдвиговой вязкости каркаса пористого тела. Макроскопическая размерная плотность порошка ρ_d и пористость связаны соотношением

$$\rho_d = \rho_g \rho = \rho_g (1 - \theta), \tag{3.3}$$

где ρ_g — плотность отдельных гранул. Скорости деформаций связаны ассоциированным законом [13, 62], который приводит к соосности девиаторов напряжений τ_{ij} и скоростей деформаций γ_{ij} , а также применительно к поверхности нагружения (3.1) — к скалярному соотношению

$$3\Psi e \tau = \varphi \gamma \sigma, \tag{3.4}$$

где $e = \text{Sp } e_{ij}$ — первый инвариант тензора скоростей деформаций, γ — интенсивность его девиатора $\gamma_{ij} = e_{ij} - (e/3)g_{ij}$.

Предел текучести материала τ_0 при наличии эффекта упрочнения является однозначной функцией меры накопленных пластических деформаций формоизменения Γ_0 , которая в рамках параболического закона [221] принимается в виде [13, 222]

$$\tau_0 = \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \left(a_\tau + b_\tau \left(\frac{2}{3}\right)^{1/4} \Gamma_0^{1/2}\right) , \qquad \Gamma_0 = \int_0^t |\gamma_0| \, dt \,, \qquad (3.5)$$

где a_{τ} и b_{τ} — параметры кривой упрочнения материала основы, t — время, а величина γ_0 определяется поверхностью течения [215, 222]

$$\varphi \gamma^2 + \Psi e^2 = (1 - \theta) \gamma_0^2. \tag{3.6}$$

Зависимости коэффициентов вязкости ξ и η от пористости, определяемые функциями $\Psi(\theta)$ и $\varphi(\theta)$, установлены в рамках гидродинамической аналогии теории упругости [12]

$$\Psi = \frac{2}{3} \frac{1 - \theta + m_e \theta^2}{\theta} \varphi(\theta) , \qquad \varphi = (1 - \theta)^{5/3}.$$
(3.7)

Здесь m_e — свободный параметр теории, минимальное значение которого $m_{p,\min} = 1/2$ определяется требованием положительности первого коэффициента Ламе.

Совокупность уравнений (3.1), (3.4)–(3.7) связывает напряженное состояние уплотняемого тела с текущими значениями пористости, меры накопленных основой деформаций формоизменения Γ_0 и направлением осуществляемого процесса в пространстве тензора скоростей деформаций. Сами же деформации связаны с пористостью уравнением неразрывности

$$e = \frac{1}{1 - \theta} \left(\frac{d\theta}{dt} \right). \tag{3.8}$$

Таким образом, представленные соотношения составляют "уравнение состояния" уплотняемой пористой среды. Свободными параметрами данного "уравнения" являются константа m_e и параметры a_{τ} и b_{τ} кривой упрочнения (3.5).

3.2 Объекты исследования

В качестве объектов исследования в этой и последующих главах в дополнение к модельным системам I и II, представленным в предыдущей главе, выступают четыре наноразмерных порошка на основе оксида алюминия, которые мы будем обозначать как P1 и P2 (порошки AM и α -AM, соответственно, в обозначениях работы [A1]), P3 и P4 (δ -AM и α -IAM, [A21]). Характеристики порошков приведены в таблице 3.1.

Нанопорошоки P1 и P3 получены методом электровзрыва проводников в Институте электрофизики УрО PAH [52, 231]. В качестве проводников использовались алюминиевые проволочки (P3) и проволочки из сплава Al + 1.3 wt % Mg (P1). Для сепарации от крупных частиц готовились взвеси порошков в изопропиловом спирте. После осаждения крупных частиц спиртовую взвесь сливали и выпаривали. Получавшийся сухой остаток подвергали механическому размолу в дисковой мельнице. Насыпная плотность $\rho_{d,0}$ порошка в результате такой обработки повышается в 5 – 6 раз, что существенно упрощает процесс его укладки в пресс-форму перед прессованием.

Порошок P2 получен из P1 путем отжига при температуре 1200°C в течение 60 минут с целью перевода Al₂O₃ в α-фазу. Такая обработка приводит к увеличению среднего размера частиц и плотности укладки.

Порошок Р4 приобретен в компании Inframat Advanced Materials LLC (США). Данный порошок, согласно данным производителя, характеризуется площадью удельной поверхности

Тип	Химический	Фазовый	Средний размер	Рентген.	Начальная
	состав	состав Al_2O_3	частиц	плотн., ρ_g	плотн., $\rho_{d,0}$
P1	$(Al+1.3 \text{ wt \% Mg})_2O_3$	$0.85\gamma + 0.15\delta$	20 нм	$3.66 \ r/cm^3$	$0.77 \ \text{г/cm}^3$
P2	$Al_2O_3+4 \text{ wt \% MgAl}_2O_4$	α	90 нм	3.99 г/см ³	$1.08 \ г/cm^3$
P3	Al_2O_3	$0.20\gamma + 0.80\delta$	20 нм	$3.66 \ r/cm^3$	$1.33 \ г/см^3$
P4	Al_2O_3	α	150 нм	$3.99 \ г/см^3$	$1.85 \ г/cm^3$

Таблица 3.1: Характеристики исследуемых нанопорошков.

10 м²/г и средним размером частиц около 150 нм. Рентгеноструктурным анализом установлено, что порошок содержит только одну стабильную α -фазу ($\rho_g = 3.99 \text{ г/см}^3$), средний размер ОКР которой, определенный по уширению дифракционных линий, равен 56 нм. По совокупности данных можно сделать заключение о том, что частицы нанопорошка представляют собой плотные агломераты, состоящие из множества нанокристаллов.

3.3 Построение эмпирических законов упрочнения

Анализируя "коэффициент Пуассона" пористой среды [214]

$$\nu_p = \frac{1}{2} \frac{3\xi - 2\eta}{3\xi + \eta} = \frac{2 - 3\theta + 2m_e \theta^2}{4 - 3\theta + 4m_e \theta^2},\tag{3.9}$$

нетрудно определить верхнюю границу допустимых значений параметра m_e в соотношениях (3.7). Производная функции $\nu_p(\theta)$ обращается в ноль при $\theta = m_e^{-1/2}$, т.е. при $m_e \leq 1$ зависимость $\nu_p(\theta)$ является монотонно убывающей функцией во всем диапазоне пористостей $0 < \theta < 1$. Значение $m_{e,\max} = 1$ соответствует локализации минимума функции $\nu_p(\theta)$ при $\theta = 1$ со значением $\nu_p = 0.2$. Дальнейшее увеличение m_e приводит к немонотонной зависимости коэффициента Пуассона от пористости, что представляется нефизичным для порошкового материала. Таким образом, диапазон возможных значений m_e ограничен интервалом от $m_{e,\min} = 1/2$ (положительность первого коэффициента Ламе) до $m_{e,\max} = 1$ (монотонность коэффициента Пуассона).

Используем для определение численных значений констант m_e , a_{τ} и b_{τ} экспериментальные данные об адиабатах одноосного сжатия исследуемых порошков, полученные в работах [A1,A21] и продемонстрированные на рис. 3.1 и 3.2. В пренебрежении трением на стенках пресс-формы одноосное квазистатическое сжатие (вдоль оси z) соответствует однородному уплотнению гранулированной среды [13]. Для меры накопленных деформаций Γ_0 и приложенного извне давления $p_z = -\sigma_z$ (σ_z — соответствующая главная компонента тензора σ_{ij}) вышеприведенные соотношения дают

$$p_{z}(\theta,\theta_{0}) = \left(\Psi + \frac{2}{3}\varphi\right)^{1/2} (1-\theta)^{1/2} \tau_{0}(\Gamma_{0}), \qquad \Gamma_{0} = \int_{\theta}^{\theta_{0}} \sqrt{\Psi + \frac{2}{3}\varphi} \frac{d\theta}{(1-\theta)^{3/2}}, \qquad (3.10)$$

где θ_0 — начальная (засыпная) пористость среды. Константы m_e , a_{τ} и b_{τ} определялись из условия наилучшего соответствия (3.10) экспериментально измеренным адиабатам сжатия $p_{z,exp}(\theta, \theta_0)$. Расчеты показывают, что изменение константы m_e в диапазоне от 0.5 до 1.0



Рисунок 3.1: Адиабаты сжатия нанопорошков Р1 (слева) и Р2 (справа). Пунктирные линии — экспериментальные данные [A1], сплошная линия — теория с законом упрочнения в виде (3.12), штриховая линия — теория с параболическим законом упрочнения (3.5), штрихпунктирная линия — теория с постоянным пределом текучести $\tau_0 = 2$ ГПа (отсутствие упрочнения материала).

практически не влияет на качество описания экспериментальных адиабат, и в дальнейшем использовалось значение $m_e = 1/2$, т.е.

$$\Psi = \frac{2}{3} \frac{1 - \theta + \theta^2/2}{\theta} \varphi(\theta) , \quad \varphi = (1 - \theta)^{5/3}.$$
(3.11)

Расчетные значения констант упрочнения: $a_{\tau} \simeq 0$; $b_{\tau} = 4.5$ ГПа для порошка P1 и $b_{\tau} = 5.1$ ГПа для порошка P2. Сопоставление достигнутого при этом теоретического описания порошков P1 и P2 с экспериментальными данными [A1] продемонстрировано на рисунке 3.1. Для сравнения на тех же рисунках показано поведение порошковых материалов без учета эффекта упрочнения. Видно, что использованная модель пластично упрочняющегося пористого тела позволяет на макроскопическом уровне адекватно описывать процесс уплотнения нанопорошков, за исключением относительно небольшой области малых нагрузок ($p_z < 0.2$ ГПа).

Достичь более точного воспроизведения экспериментальных адиабат сжатия можно за счет модификации традиционной функции упрочнения (3.5). Для этого зависимость τ_0 (Γ_0) определялась из соотношения (3.10) по экспериментальным данным $p_{z,exp}$ (θ, θ_0). Полученные таким образом функции упрочнения для порошков Р1 – Р4 аппроксимированы формулами

$$\tau_0 = k_1 \Gamma_0^{1/2} + \frac{k_2 \Gamma_0^{n1}}{k_3 + \Gamma_0^{n2}},\tag{3.12}$$



Рисунок 3.2: Адиабаты сжатия порошков Р3 и Р4 в переменных "плотность – осевое давление". Точки — экспериментальные данные [A21], линии — теория по ур. (3.10), (3.12).

с коэффициентами:

 $k_1 = 0.530$ ГПа, $k_2 = 2.005$ ГПа, $k_3 = 0.014$, n1 = 6, n2 = 5.5 — для порошка Р1; $k_1 = 1.076$ ГПа, $k_2 = 2.478$ ГПа, $k_3 = 0.00022$, n1 = 4, n2 = 3.5 — для порошка Р2; $k_1 = 0.464$ ГПа, $k_2 = 1.698$ ГПа, $k_3 = 0.1$, n1 = 6.5, n2 = 5.5 — для порошка Р3; $k_1 = 0.250$ ГПа, $k_2 = 5.026$ ГПа, $k_3 = 0.00023$, n1 = 8, n2 = 7 — для порошка Р4.

Сопоставление теоретических кривых уплотнения с экспериментальными данными представлено на рис. 3.1 и 3.2. Рисунки показывают, что при использовании эмпирических законов упрочнения (3.12) теоретические адиабаты сжатия согласуются с экспериментальными во всем диапазоне измеренных давлений.

3.4 Осесимметричное радиальное уплотнение порошкового тела

Применим феноменологию пластично упрочняющегося пористого тела, т.е. соотношения (3.1)–(3.8), для квазистатического анализа процессов радиального цилиндрически симметричного уплотнения порошков при наличии на оси симметрии жесткого (несжимаемого) стержня радиусом r_m . В цилиндрической системе координат $\{r, \phi, z\}$ поле скоростей деформаций имеет вид $\vec{v} = \{v(r), 0, 0\}$, а отличные от нуля главные компоненты тензора скоростей деформаций e_{ij} : $e_r = \partial v/\partial r$ и $e_{\phi} = v/r$. Главные компоненты тензора напряжений σ_{ij} обозначим как σ_r , σ_{ϕ} и σ_z . Уравнение поверхности нагружения (3.1) и скалярное следствие ассоциированного закона (3.4) позволяют записать

$$\tau = \frac{\varphi \gamma \sqrt{1-\theta}}{\sqrt{\varphi \gamma^2 + \Psi e^2}} \tau_0 , \qquad \sigma = \frac{3\Psi e}{\varphi \gamma} \tau = \frac{3\Psi e \sqrt{1-\theta}}{\sqrt{\varphi \gamma^2 + \Psi e^2}} \tau_0.$$
(3.13)

Условие соосности девиаторов

$$\gamma_{ij} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2e_r - e_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 2e_\phi - e_r & 0 \\ 0 & 0 & -e_r - e_\phi \end{pmatrix},$$

$$\tau_{ij} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2\sigma_r - (\sigma_\phi + \sigma_z) & 0 & 0 \\ 0 & 2\sigma_\phi - (\sigma_r + \sigma_z) & 0 \\ 0 & 0 & 2\sigma_z - (\sigma_r + \sigma_\phi) \end{pmatrix}$$
(3.14)

приводит к соотношению

$$\sigma_z = \frac{\sigma_r e_\phi - \sigma_\phi e_r}{e_\phi - e_r}.$$
(3.15)

Комбинируя (3.13) и (3.15), а также определение величин σ и τ [13]

$$\sigma = \sigma_r + \sigma_\phi + \sigma_z , \quad \tau = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\phi)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\phi)^2} , \quad (3.16)$$

для отдельных компонент тензора напряжений получаем

$$\sigma_{\phi} = \frac{\sigma \left(e_r - e_{\phi}\right) + \sigma_r \left(2e_{\phi} - e_r\right)}{2e_r - e_{\phi}} , \quad \sigma_z = \frac{\sigma e_r - \sigma_r \left(e_{\phi} + e_r\right)}{2e_r - e_{\phi}} , \quad \sigma_r = \frac{\sigma}{3} - \frac{\tau}{\gamma} \frac{|2e_r - e_{\phi}|}{3} .$$
(3.17)

Знак перед вторым слагаемым в выражении для σ_r соответствует условиям $\sigma_r \leq \sigma_\phi < 0$ и $\sigma_r \leq \sigma_z < 0.$

На внутренней поверхности $(r = r_m)$ уплотняемого цилиндра $e_{\phi} = v/r_m \rightarrow 0$ и, следовательно, $2e_r - e_{\phi} \rightarrow 2(\partial v/\partial r) < 0$. В то же время, выражение $2e_r - e_{\phi}$ не может обратиться в ноль ни в одной точке уплотняемой среды, поскольку это привело бы к расходимости величин σ_{ϕ}, σ_z . Отсюда заключаем, что $2e_r - e_{\phi} < 0$ во всем объеме уплотняемой среды. Последнее позволяет избавиться в (3.17) от знака модуля, и записать выражения для компонент тензора давления в более компактном виде

$$\sigma_r = \frac{\sigma}{3} \left(1 + \frac{\varphi}{3\Psi} \frac{2e_r - e_\phi}{e_r + e_\phi} \right), \qquad \sigma_\phi = \frac{\sigma}{3} \left(1 + \frac{\varphi}{3\Psi} \frac{2e_\phi - e_r}{e_r + e_\phi} \right) , \qquad \sigma_z = \frac{\sigma}{3} \left(1 - \frac{\varphi}{3\Psi} \right) . \quad (3.18)$$

Когда скорость слоя еще пренебрежимо мала $(|e_{\phi}/e_r| \ll 1)$, т.е. слой только начал разгоняться, соотношения (3.18) переходят в соответствующие выражения одноосного уплотнения (3.10), при котором, в частности, $\sigma_z = \sigma_{\phi} = \sigma_r \nu_p / (1 - \nu_p)$. Действительно, предел $|e_{\phi}| \ll |e_r|$ может быть осуществлен за счет $r \to \infty$, с соответствующим переходом к одноосной геометрии. Случай $e_r = e_{\phi}$ соответствует другой известной [223] ситуации — однородному радиальному уплотнению сплошного цилиндра (без внутреннего жесткого стержня):

$$\sigma_r = \sigma_\phi = \frac{\sigma}{3} \left[1 + \frac{\varphi}{6\Psi} \right]. \tag{3.19}$$

Проанализируем, что дает модель однородного уплотнения при наличии жесткого стержня на оси прессуемого цилиндра. Независимость пористости $\theta = \theta(t)$ от пространственных координат позволяет проинтегрировать уравнение неразрывности (3.8). В цилиндрически симметричном случае приходим к следующему закону преобразования координат уплотняемой среды и полю скоростей

$$r(\theta, r_0) = \left[r_m^2 + \frac{1 - \theta_0}{1 - \theta} \left(r_0^2 - r_m^2 \right) \right]^{1/2}, \qquad v(r, t) = \frac{e(t)}{2} \left(r - \frac{r_m^2}{r} \right), \qquad (3.20)$$

где r_0 — начальный радиус слоя, соответствующий начальной пористости θ_0 . Для тензора скоростей деформаций и меры накопленных деформаций формоизменения Γ_0 , используя (3.6), (3.8) и (3.20) получаем

$$e_r = \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{e}{2} \left(1 + \frac{r_m^2}{r^2} \right) , \qquad e_\phi = \frac{v}{r} = \frac{e}{2} \left(1 - \frac{r_m^2}{r^2} \right) , \qquad \gamma = \frac{|e|}{\sqrt{6}} \sqrt{1 + \frac{3r_m^4}{r^4}}. \tag{3.21}$$

$$\Gamma_0\left(\theta,\theta_0,r_0\right) = \int_{\theta}^{\theta_0} \sqrt{\Psi + \frac{\varphi}{6} \left(1 + \frac{3r_m^4}{r^4}\right)} \frac{d\theta}{(1-\theta)^{3/2}}.$$
(3.22)

Последнее соотношение показывает, что вследствие появившейся зависимости γ от r предел текучести материала τ_0 (3.12) должен нарастать во внутренних слоях (при меньших r) быстрее, чем во внешних. Для тензора напряжений соотношения (3.13), (3.18) и (3.21) дают

$$\tau = \frac{\varphi\sqrt{1-\theta}}{\sqrt{\varphi+6\Psi/(1+3r_m^4/r^4)}}\tau_0(\theta,r), \qquad \sigma = \frac{-3\Psi\sqrt{1-\theta}}{\sqrt{\Psi+(\varphi/6)(1+3r_m^4/r^4)}}\tau_0(\theta,r),$$

$$\sigma_r = \frac{\sigma}{3}\left[1+\frac{\varphi}{6\Psi}\left(1+\frac{3r_m^2}{r^2}\right)\right], \qquad \sigma_\phi = \frac{\sigma}{3}\left[1+\frac{\varphi}{6\Psi}\left(1-\frac{3r_m^2}{r^2}\right)\right].$$
(3.23)

Применительно к внешнему радиусу уплотняемого цилиндра ($r = R_p$, $r_0 = R_{p,0}$) представленные соотношения устанавливают взаимосвязь пористости (плотности) с давлением на внешней границе $p_{el} = -\sigma_r(R_p)$. Если внешнее давление p не превышает величину p_{el} , то пластичное уплотнение порошка отсутствует, поскольку его состояние в пространстве компонент тензора напряжений находится в упругой области под поверхностью нагружения (3.1). Равенство $p = p_{el}$ соответствует бесконечно медленному, квазистатическому, уплотнению порошкового тела. И наконец, при $p > p_{el}$ уплотнение происходит с конечной скоростью. Таким образом, величина p_{el} представляет собой максимальное внешнее давление на боковую поверхность уплотняемого цилиндра, которое может быть скомпенсировано упругими напряжениями в порошковой заготовке.

Ввиду высокой значимости данной величины для теоретического описания процессов радиального прессования приведем итоговую сводку соотношений, определяющих p_{el} ,

$$p_{el} = \sqrt{\frac{1-\theta}{2}} \frac{2\Psi + \varphi/3 + (r_m/R_p)^2 \varphi}{\sqrt{2\Psi + \varphi/3 + (r_m/R_p)^4 \varphi}} \tau_0(\Gamma_0),$$

$$\tau_0 = k_1 \Gamma_0^{1/2} + \frac{k_2 \Gamma_0^n}{k_3 + \Gamma_0^{n-1/2}}, \qquad \Gamma_0 = \int_{\theta}^{\theta_0} \sqrt{\Psi + \frac{\varphi}{6} \left(1 + \frac{3r_m^4}{R_p^4}\right)} \frac{d\theta}{(1-\theta)^{3/2}},$$

$$\Psi = \frac{2}{3} \frac{1-\theta + \theta^2/2}{\theta} \varphi(\theta), \qquad \varphi = (1-\theta)^{5/3}, \qquad \rho_d = \rho_g(1-\theta).$$

(3.24)

В частности, при $R_p \gg r_m$ получаем

$$p_{el} = \left(\Psi + \frac{\varphi}{6}\right)^{1/2} (1-\theta)^{1/2} \tau_0(\Gamma_0) , \quad \Gamma_0 = \int_{\theta}^{\theta_0} \sqrt{\Psi + \frac{\varphi}{6}} \frac{d\theta}{(1-\theta)^{3/2}}.$$
 (3.25)

Сопоставление последних соотношений с уравнениями (3.10) для давления p_z , характеризующего одноосное прессование в жесткой матрице, показывает, что даже в отсутствие упрочнения материала ($\tau_0 = \text{const}$) внешнее давление p_{el} необходимое для достижения заданной пористости в случае радиального сжатия меньше, чем p_z . Уменьшение давления связано с меньшим вкладом в тензор напряжений сдвиговых деформаций, характеризуемых функцией $\varphi(\theta)$. По сравнению с одноосным прессованием радиальное цилиндрически симметричное сжатие ближе к (чисто объемному) сферически симметричному всестороннему уплотнению. Аналогичный эффект уменьшения наблюдается по отношению к мере накопленных деформаций формоизменения. Поэтому учет упрочнения материала лишь усиливает различие между величинами p_{el} и p_z . Сопоставление кривых радиального уплотнения $\rho(p_{el})$ с адиабатами одноосного сжатия $\rho(p_z)$ представлено на рисунке 3.3. Видно, что при одинаковом внешнем давлении цилиндрически симметричное уплотнение позволяет достичь более высокой плот-



Рисунок 3.3: Конечная плотность компактов из нанопорошка Р1 в зависимости от приложенного давления прессования. Сплошная линия — квазистатический расчет по ур. (3.36), $\rho(p_c)$; штриховая линия — то же без учета упругой прочности оболочки, $\rho(p_{el})$ по ур. (3.24); пунктирная линия — адиабата одноосного сжатия $\rho(p_z)$, ур. (3.10). Квадраты — экспериментальные данные [229] о прессовании по схеме Z-пинча (светлые) и Θ -пинча (темные). Справа — плотность в абсолютных единицах, слева — в приведенных.

ности.

3.5 Упругое противодействие проводящей оболочки

При радиальном магнитно-импульсном прессовании внешнее давление должно преодолеть не только предел упругих напряжений порошка p_{el} , но и упругую прочность проводящей оболочки Δp_c , посредством которой производится прессование. Определим максимальную разность давлений (снаружи и изнутри), которая может быть компенсирована упругими напряжениями в цилиндрической оболочке. Полагаем, что в процессе пластического течения материал оболочки можно считать несжимаемым. Приближение несжимаемости позволяет, как и в случае с порошком, провести интегрирование уравнения непрерывности, что дает поле скоростей v(r,t), закон преобразования лагранжевых координат $r(r_0)$, и, в частности, интенсивность девиатора скоростей деформаций γ_c в оболочке —

$$v(r,t) = v_d(t) \frac{R_d(t)}{r} , \quad r = \sqrt{r_0^2 + (R_d^2 - R_{d,0}^2)} , \quad \gamma_c = \sqrt{2} \frac{|v_d| R_d}{r^2} .$$
(3.26)

где $v_d = dR_d/dt$, R_d — внутренний радиус оболочки. Нижним индексом "c" здесь и в дальнейшем будем отмечать величины, характеризующие проводящую оболочку. Для меры на-

118

копленных деформаций формоизменения имеем

$$\Gamma_c(r) = \int_0^t \gamma_c(r) dt \,, \quad \delta\Gamma_c(r) = \sqrt{2} \frac{R_d |\delta R_d|}{r^2}.$$
(3.27)

Так, при монотонном сжатии оболочки ($\delta R_d < 0, R_d \equiv R_p$ — радиус порошковой заготовки) получим

$$\Gamma_c(r_0) = \frac{-1}{\sqrt{2}} \ln\left(1 + \frac{R_p^2 - R_{p,0}^2}{r_0^2}\right).$$
(3.28)

Видим, что внутренние слои с меньшими радиусами r_0 упрочняются быстрее. Накопленная деформация Γ_c , в соответствие с принятым законом деформационного упрочнения, определяет предел текучести материала τ_c . Как правило, проводящие оболочки для процессов радиального магнитно-импульсного прессования изготавливаются из меди или алюминия [18, 176, 228]. В соответствие с работами [232, 233] закон упрочнения поликристаллических металлов примем в виде

$$\tau_c(\Gamma_c) = \tau_{c,0} e^{-k_c \Gamma_c} + \tau_{c,\infty} \left(1 - e^{-k_c \Gamma_c}\right) , \qquad (3.29)$$

где $\tau_{c,0}$ — начальный предел текучести, $\tau_{c,\infty}$ — напряжение течения на стадии динамического отдыха, k_c — коэффициент, характеризующий скорость упрочнения и определяемый коэффициентом аннигиляции винтовых дислокаций и фактором Тейлора. В дальнейших расчетах используются следующие значения констант: $\tau_{c,0} = 60$ МПа для меди и 30 МПа для алюминия [89]; $\tau_{c,\infty} = 233$ МПа и $k_c = 5.1$ для меди [232]; $\tau_{c,\infty} = 235$ МПа и $k_c = 3.2$ для алюминия [233]. Отметим, что значение $\tau_{c,0}$ для алюминия, согласно представленному в [233] теоретическому выражению для данной величины, соответствует размеру зерна поликристаллического материала порядка 22 мкм.

Используя результаты решения классической задачи Ламе [62] о распределении упругих напряжений в цилиндрической оболочке с радиусами R_1 и R_2 , для интенсивности девиатора напряжений имеем

$$\tau(r) = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{3}{r^4} \frac{(p_1 - p_2)^2}{(1/R_1^2 - 1/R_2^2)^2} + \frac{\mu_c^2}{(\lambda_c + \mu_c)^2} \frac{(R_1^2 p_1 - R_2^2 p_2)^2}{(R_1^2 - R_2^2)^2}},$$
(3.30)

где $p_1 = p(R_1), p_2 = p(R_2)$ — внешние давления, λ_c и μ_c — коэффициенты Ламэ. В частности, оболочка может выйти на уровень текучести при всестороннем сжатии, т.к. при $p_1 = p_2 = p$

получаем

$$\tau = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\mu_c |p|}{\lambda_c + \mu_c} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(1 - 2\nu_c\right) |p| , \qquad \left(\nu_c = \frac{1}{2} \frac{\lambda_c}{\lambda_c + \mu_c}\right).$$
(3.31)

Для несжимаемой оболочки $\lambda_c \gg \mu_c$, коэффициент Пуассона $\nu_c = 1/2$, и

$$\tau = |\Delta p| \frac{\sqrt{2}}{r^2} \frac{R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} , \qquad \Delta p = p_1 - p_2.$$
(3.32)

Отсюда нетрудно получить максимальную разность давлений, которую может упруго скомпенсировать тонкая ($R_1 = R, \Delta R = R_2 - R_1 \ll R$) оболочка

$$\Delta p_{c,i} = \tau_c \sqrt{2} \frac{\Delta R}{R}.$$
(3.33)

В случае толстой оболочки с радиусами $R_d < R_c$, проводя суммирование $\Delta p_{c,i}$ (интегрирование), получим

$$\Delta p_c = \sqrt{2} \int_{R_d}^{R_c} \frac{\tau_c(r)}{r} dr = \sqrt{2} \int_{R_{d,0}}^{R_{c,0}} \frac{\tau_c(r_0)r_0 dr_0}{r_0^2 + R_d^2 - R_{d,0}^2}.$$
(3.34)

В частности, в начале процесса, когда $R_c = R_{c,0}, R_d = R_{d,0}$ и $\tau_c = \tau_{c,0} = {
m const},$ имеем

$$\Delta p_c = \tau_{c,0} \sqrt{2} \ln \left(\frac{R_{c,0}}{R_{d,0}} \right) . \tag{3.35}$$

3.6 Сопоставление с экспериментальными данными

Деформирование механической системы "порошок + оболочка" в процессах радиального прессования требует, чтобы внешнее воздействие преодолело упругое противодействие как порошковой заготовки, так и проводящей оболочки. Таким образом, квазистатическое радиальное уплотнение порошковой заготовки происходит при внешнем давлении p_c над проводящей оболочкой —

$$p_c = p_{el}(\rho) + \Delta p_c(R_d(\rho)), \qquad (3.36)$$

где Δp_c определяется соотношениями (3.27), (3.29), (3.34). Плотность порошка Р1, неявно определяемая условием (3.36), в зависимости от приложенного извне давления показана на рисунке 3.3. Видим, что даже несмотря на упругое противодействие используемой оболочки



Рисунок 3.4: Радиальная компонента градиента напряжений в зависимости от приведенного расстояния при достижении порошками Р1 (сплошная линия) и Р2 (штриховая линия) пористости $\theta = 0.5$. Пунктирная линия — теория с постоянным пределом текучести $\tau_0 = 2$ ГПа (см. рис. 3.1, ур. (3.38)).

Рисунок 3.5: Радиальное распределение плотности в прессовках из порошков Р1 и Р2, полученных при сжатии по схеме Θ -пинча ($T_m \simeq 90$ мкс, $p_m \simeq 0.24$ ГПа) [A1].

радиальное прессование по сравнению с одноосным позволяет достичь более высоких значений плотности порошковой заготовки. На том же рисунке отмечены экспериментальные данные о прессовании порошка P1 в схемах Z- и Θ-пинчей [229]. Эксперимент, по сравнению с теоретическими расчетами по формулам (3.24), (3.34), (3.36) демонстрирует гораздо более ощутимый эффект по изменению плотности при переходе от квазистатического нагружения при одноосном прессовании к динамическому нагружению при радиальном прессовании цилиндрических изделий. Последнее связано с неучитываемыми в данной главе инерционными эффектами: запасание энергии на начальной стадии импульса в виде кинетической энергии внешней проводящей оболочки и внешних слоев гранулированной среды с последующим преобразованием запасенной энергии в работу по уплотнению порошка. Теоретическим моделям, учитывающим инерционные эффекты, будут посвящены следующие главы.

Здесь же в заключение обсудим адекватность используемой гипотезы однородного уплотнения. Нетрудно заметить, что радиальные зависимости компонент тензора напряжений (3.23), полученные в рамках данной гипотезы, не отвечают квазистатическому условию равновесия

$$\nabla_i \sigma_{1i} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\phi}{r} = 0.$$
(3.37)

Произведение $r_m \nabla_i \sigma_{1i}$ оказывается, как и компоненты тензора напряжений, универсаль-

ной для заданного вещества функцией отношения r/r_m . Нормированная таким образом радиальная компонента градиента напряжений, соответствующая достижению порошками Р1 и Р2 пористости $\theta = 0.5$, представлена на рисунке 3.4. Для материала с постоянным пределом текучести соотношения (3.23) дают

$$r_m \nabla_i \sigma_{1i} = -\frac{\varphi r_m^5}{r^5} \frac{\Psi + (\varphi/6) \left(1 + 3r_m^2/r^2\right)}{\left[\Psi + (\varphi/6) \left(1 + 3r_m^4/r^4\right)\right]^{3/2}} (1 - \theta)^{1/2} \tau_0 , \qquad (3.38)$$

т.е. в отсутствие эффекта упрочнения, градиент напряжений отрицателен и достигает максимального значения по абсолютной величине на внутреннем радиусе уплотняемого цилиндра. Так, для $\theta = 0.5$ из (3.38) имеем $r_m \nabla_i \sigma_{1i} \simeq -0.324 \tau_0$ при $r = r_m$. Это означает, что в условиях квазистатического прессования внутренние слои должны уплотняться более быстро, чем внешние по чисто геометрическим причинам. Однако, в реальных материалах существенную роль играет упрочнение материала (физический фактор). Внутренние слои подвержены более интенсивной деформации формоизменения (3.22), что должно приводить к быстрому росту предела текучести, и как следствие, к замедлению уплотнения. Как показывает рисунок 3.4, конкуренция геометрического и физического факторов для порошка P2 приводит к их почти полной компенсации. Для порошка P1 преобладающим является физический фактор, т.е. упрочнение внутренних слоев.

Данные различия в поведении порошков P1 и P2, предсказываемые развитой теоретической моделью, в точности соответствуют экспериментальным данным [A1] о радиальных распределениях плотности, см. рис. 3.5. Последние получены теневой рентгеновской съемкой, основанной на ослаблении интенсивности рентгеновского излучения. Степень ослабления излучения определяется произведением $ho_d h$, где h — толщина образца. Из спрессованных в мкс) заготовок перпендикулярно оси симметрии вырезались диски толщиной h = 3 - 6 мм. Рентгеновское излучение направляли вдоль оси дисков. Для осуществления количественных измерений предварительно подготавливались образцы-калибры с различным (известным) произведением $ho_d h$ из тех же порошков. Эти образцы также имели форму дисков и готовились на одноосном магнитно-импульсном прессе. Результаты теневой рентгеновской съемки показывают (см. рис. 3.5), что в отличие от порошка Р2 порошок Р1 характеризуются существенной неоднородностью плотности вблизи жесткого стержня. В то же время, рисунки 3.4 и 3.5 показывают, что заметной неоднородности уплотнения можно ожидать лишь в непосредственной окрестности внутреннего стержня, в то время, как в основной толще прессовки (при $r > 2r_m$) гипотеза однородного уплотнения оказывается вполне корректной.

3.7 Недостатки теории пластично-упрочняющегося тела

3.7.1 Симметрия поверхности нагружения

Построенная в предыдущей главе дискретная модель порошкового тела и, в частности, модельные системы I и II позволяют провести верификацию используемой теории пластичноупрочняющегося пористого тела. В данном разделе мы обсудим недостатки феноменологической теории, которые выявляются при ее сопоставлении с данными компьютерного моделирования.

В случае проанализированных в предыдущей главе процессов для осевого давления $p_{out} = -\sigma_{zz}$ теория пластично-упрочняющегося тела позволяет записать следующие соотношения

$$\mathbf{A}: \quad p_{out} = \sqrt{\Psi} \ \sqrt{1-\theta} \ \tau_0(\Gamma_0) \ , \qquad \Gamma_0 = \int_{\theta}^{\theta_0} \sqrt{\Psi} \frac{d\theta}{(1-\theta)^{3/2}} \ , \tag{3.39}$$

$$\mathbf{B}: \quad p_{out} = \sqrt{\Psi + \frac{1}{6}\phi} \sqrt{1-\theta} \tau_0(\Gamma_0) , \quad \Gamma_0 = \int_{\theta}^{\theta_0} \sqrt{\Psi + \frac{1}{6}\phi} \frac{d\theta}{(1-\theta)^{3/2}} , \quad (3.40)$$

$$\mathbf{C}: \quad p_{out} = \sqrt{\Psi + \frac{2}{3}\phi} \sqrt{1-\theta} \tau_0(\Gamma_0) , \qquad \Gamma_0 = \int_{\theta}^{\theta_0} \sqrt{\Psi + \frac{2}{3}\phi} \frac{d\theta}{(1-\theta)^{3/2}} , \qquad (3.41)$$

$$\mathbf{D}: \quad p_{out} = \left(\Psi + \frac{5}{3}\phi\right)\sqrt{\frac{3(1-\theta)}{3\Psi + 14\phi}} \ \tau_0(\Gamma_0) \ , \qquad \Gamma_0 = \int_{\theta}^{\theta_0} \sqrt{\Psi + \frac{14}{3}\phi} \frac{d\theta}{(1-\theta)^{3/2}} \ . \tag{3.42}$$

Записанные выражения показывают, что зависимость $p_{out}(\theta)$ должна существенно зависеть от условий прессования. Как показывает рис. 3.3 при давлении $p_{out} = 300$ МПа различия по плотности для процессов одноосного (С) и радиального (В) уплотнения составляют порядка 5%. Данный прогноз в точности соответствует поведению крупнодисперсных порошков, где также наблюдается существенное различие по плотности для одноосного и всестороннего прессований [13, 190].

Компьютерные эксперименты для модельных систем на рис. 2.35 демонстрируют при этом давлении существенно меньшие различия по плотности — всего около 1%. Таким образом, континуальная теория не воспроизводит установленную в ходе компьютерных и натурных экспериментов слабую чувствительность наноразмерных порошков к изменению схемы прессования.

Другим недостатком представленной континуальной теории является ее неприменимость к описанию дилатансии в наноразмерных порошках. Симметричность поверхности (3.1) относительно девиаторной оси предполагает отсутствие дилатансии. В частности, уравнение (3.4) показывает, что при условии e = 0 (сдвиговые деформации без уплотнения, процесс Е) величина p также должна обращаться в ноль. Вопреки этому, численное моделирование в разделе 2.6 выявило заметную положительную дилатансию — см. рис. 2.33 — в обеих модельных системах.

Отмеченные факты фиксируют то различие, которое имеет место между порошком и пористыми телами: порошок оказывает относительно слабое сопротивление растягивающим деформациям. Следствием этого является расположение поверхности нагружения в правой части $p - \tau$ плоскости — см. рис. 2.36. В отличие от него, спеченное пористое тело характеризуется наличием сформированных контактов между частицами, в силу чего способно практически одинаково сопротивляться растягивающим и сжимающим деформациям. Устранить указанные недостатки позволяет сдвиг поверхности нагружения за счет усложнения основного уравнения теории (3.1), подобно тому, как это было сделано в разделе 2.7.2 для описания результатов компьютерного моделирования. Последнее, однако, потребует для надежного определения новых параметров (например, p_0 в ур. (2.27)) дополнительных адиабат сжатия, соответствующих условиям прессования, отличным от одноосного. В то же время, нас в дальнейшем будут интересовать процессы уплотнения (одноосное прессование, радиальное прессование сплошных цилиндров и радиальное прессование на жестком стержне), в которых состояние порошкового тела сосредоточено в области, ограниченной кривыми В и С на рис. 2.37. В данной области количественная погрешность представленной выше континуальной теории (с симметричным эллипсом нагружения, ур. (3.1)) составляет, как указано выше, около 4–5% по плотности. Это не превышает погрешностей, связанных с разбросом экспериментальных данных: различие по плотности между адиабатами сжатия на рис. 3.1 для порошка P1 составляет около 5%, а для порошка P2 — достигает 10%; разброс точек на рис. 3.3 составляет около 5% для Θ -пинча и 7% — для Z-пинча. С учетом этого, для дальнейшего анализа, который будет, в частности, посвящен повышению достигаемой плотности компактов на 15–25% (см. рис. 3.3) в связи с реализацией инерционных механизмов уплотнения, мы ограничимся сформулированной феноменологической моделью — ур. (3.1)–(3.6), (3.11), (3.12).

3.7.2 Ассоциированный закон

Построенные в предыдущей главе поверхности нагружения для модельных систем I и II позволяют провести детальную проверку одной из традиционных гипотез теории пластичности, а именно, оценить применимость ассоциированного закона [13, 62] для описания свойств наноразмерных порошков. Одним из следствий ассоциированного закона является соосность девиаторов тензоров напряжений и скоростей деформаций, т.е. $\tau_{ij} \propto \gamma_{ij}$. Некоаксиальность данных тензоров в случае двумерных сыпучих сред была экспериментально установлена в работе [234] для процесса сдвиговой деформации без изменения объема (процесс E).

Нетрудно убедиться, что в ходе процессов A, B и C выполнимость соосности гарантирована условиями симметрии, а именно, равенством напряжений по направлениям с одинаковой скоростью деформации. Последнее нетрудно доказать и в общем случае. Покажем это. Пусть главные оси двух тензоров совпадают (по сути, это означает изотропность материала), и произвольные два главных компонента равны. Возьмем, для определенности, $\sigma_1 = \sigma_2 \neq \sigma_3$ и $e_1 = e_2 \neq e_3$. Тогда компоненты девиаторов данных тензоров таковы, что $\tau_1 = \tau_2 = -\tau_3/2$ и $\gamma_1 = \gamma_2 = -\gamma_3/2$, т.е. они соосны.

В случаях D (сжатие со сдвигом) и E (чистый сдвиг) соосность девиатора напряжений девиатору скоростей деформаций приводит к необходимости выполнения определенных нетривиальных соотношений между компонентами тензора напряжений:

D:
$$p_x^{(as)} = (2p_y + p_z)/3$$
; **E**: $p_x^{(as)} = (p_y + p_z)/2$. (3.43)

Сопоставление величин $p_x^{(as)}$, определяемых ассоциированным законом, с расчетными величинами p_x для промоделированных численно систем приводится на рис. 3.6. Рисунок демонстрирует достаточно хорошее совпадение расчетных значений p_x с величиной $p_x^{(as)}$ в случае D-процесса, что можно расценивать как подтверждение ассоциированного закона. Так, при $p_z = 5$ ГПа различие величин p_x и $p_x^{(as)}$ составляет порядка 6% в обеих модельных системах. Данное различие во всем интервале давлений существенно ниже разностей между отдельными компонентами тензора напряжений (см. вставки на рис. 3.6). В случае процесса Е различие между p_x и $p_x^{(as)}$ несколько выше: оно достигает 14% от разницы $p_z - p_y$. Последнее может быть связано, во-первых, с особым статусом процесса Е, что обсуждалось в предыдущем разделе — близость, или даже отождествление, процесса Е с границей разрушения порошкового тела; а во-вторых, с нарушением коаксиальности тензоров напряжений и скоростей деформации в условиях сдвиговой деформации [234].

Другим следствием ассоциированного закона, наряду с соосностью тензоров τ_{ij} и $\gamma_{ij},$



Рисунок 3.6: Расчетные значения напряжений по оси Ox ($p_x = -\sigma_{xx}$, сплошные линии 1) и значения, соответствующие ассоциированному закону ($p_x^{(as)}$ по ур. (3.43), штриховые линии 1') для процесса D в модельных системах I (слева) и II (справа). Показаны линии монотонного нагружения до $p_z = 5$ ГПа и упругой разгрузки. На вставках: значения $p_x / 1/$, $p_x^{(as)} / 1'/$, $p_y / 2/$ и $p_z / 3/$ в зависимости от плотности ρ в области малых давлений.

является ортогональность вектора (e, γ) , который задает "направление" процесса деформирования, к поверхности нагружения на $p - \tau$ плоскости. В частности, для поверхности эллиптического типа (3.1) это приводит к скалярному соотношению (3.4). Поверхности нагружения, соответствующие плотностям $\rho = 61.6\%$ и 62.0% для систем I и II, соответственно, а также векторы (e, γ) , характеризующие исследованные в рамках гранулярной динамики процессы А-Е, представлены на рис. 3.7. Видим, что ортогональность к поверхности нагружения наблюдается только в тривиальном случае всестороннего сжатия (совпадающая с осью абсцисс линия А). Все остальные векторы заметно отклоняются от нормали в сторону больших значений е, т.е. при реализуемых напряжениях материал в сравнении с ассоциированным законом демонстрирует слишком сильное уплотнение. Так, положение точек С и D на поверхности нагружения системы I и точек D на поверхности нагружения системы II свидетельствует о необходимости разуплотнения в этих процессах. Это принципиально противоречит проведенным в предыдущей главе численным экспериментам, в которых процессы С и D соответствали повышению плотности. Наиболее сильно неортогональность векторов (e, γ) к поверхности нагружения проявляется для модельной системы I, которая является прообразом слабо агломерирующихся нанопорошков, поскольку в ней "запрещено" появление прочных межчастичных связей. Появление таких связей в модельной системе II несколько сближает ее с поведением пластичного пористого тела.

Указанное отклонение от принципа градиентальности достаточно часто встречается в



Рисунок 3.7: Зависимость интенсивности девиатора напряжений от гидростатического давления для модельных систем I (сверху) и II (снизу). Сплошные линии соответствуют процессам A–E (линия A совпадает с осью абцисс), пунктирная линия — поверхность нагружения (2.27) при значении разгрузочной плотности $\rho_u = 61.6\%$ в системе I и 62.0% в системе II. Стрелки изображают векторы (e, γ), определяющие "направление" деформаций в процессах A–E (здесь положительное значение e соответствует уплотнению).

механике сыпучих (несвязных) сред и грунтов. Поэтому ряд авторов предпочитают вводить две независимые характеристики для таких систем: поверхность нагружения и пластический потенциал [235-237]. Необходимость введения пластического потенциала обусловлена тем, что именно он определяет в пластическом материале связи между напряжениями и скоростями деформаций, обеспечивая таким образом возможность формулировать и решать начально-краевые задачи [205]. Кроме того, наличие потенциала гарантирует выполнение вариационных принципов, существенно облегчая разработку и контроль численных алгоритмов.

Отметим, что к числу факторов, обусловливающих неортогональность векторов (e, γ) к поверхности нагружения, может быть отнесено отсутствие полной информации о допуске на пластическую деформацию. Здесь следует иметь ввиду, что диссипация энергии в рассматриваемых системах имеет весьма низкий порог. Поэтому незначительные остаточные деформации в порошковых системах также как и в сыпучих средах и грунтах наблюдаются на ранних стадиях деформации. Кроме того, условный порог необратимости, как показывают представленные в предыдущей главе численные эксперименты может быть чувствителен к пути нагружения.

127

3.8 Выводы к Главе 3

Проведенное исследование, посвященное континуальному описанию свойств наноразмерных порошковых тел, привело к следующим результатам:

1. На основе традиционной теории пластично-упрочняющегося пористого тела построена полуэмпирическая континуальная модель порошковой среды. Свободные параметры теории (законы упрочнения различных нанопорошков) определены по экспериментально промеренным адиабатам одноосного сжатия различных нанопорошков оксида алюминия. В рамках модели однородного уплотнения получены соотношения, которые описывают уплотнение порошка в условиях как одноосного, так и двухстороннего (радиального) прессования на жестком стержне. Для радиального прессования проанализировано влияние проводящей оболочки на упруго-пластичные свойства деформируемой системы. Установлено, что переход от одноосного к радиальному прессованию позволяет в квазистатических условиях увеличить плотность компакта не более, чем на 5%, что недостаточно для описания известных экспериментальных данных о прессовании по схемам Z- и Θ-пинчей. Последнее говорит о необходимости учета инерционных эффектов при магнитно-импульсном прессовании.

2. Сопоставление результатов феноменологической теории с результатами компьютерных экспериментов для двух модельных систем (см. Главу 2), позволило выявить недостатки и ограничения построенной континуальной модели. Последняя, в частности, не описывает наличие положительной дилатансии, присущей исследованным системам в процессах сдвиговой деформации при постоянном объеме. Также обнаружена неприменимость ассоциированного закона к описанию механических свойств оксидных нанопорошков. При этом одно из следствий ассоциированного закона — соосность девиаторов тензоров напряжений и скоростей деформаций — остается в силе. А второе следствие — ортогональность векторов (e, γ) к поверхности нагружения на плоскости $p - \tau$ — нарушается. Последнее свидетельствует о том, что поверхность нагружения в оксидных нанопорошках не совпадает с изоуровнями пластического потенциала, и следовательно, не может использоваться для оценки диссипативных свойств системы.

Результаты, изложенные в третьей главе, представлены в статьях [A1,A10,A11,A19,A21,A22] и на конференциях [212, 238, 239].

Глава 4. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном прессе

Прессование нанопорошков является одним из обязательных этапов получения наноструктурированных материалов методами порошковой металлургии [13, 176, 177]. Если для микронных и более крупных порошков пластичные свойства отдельных частиц позволяют достигать практически 100% плотности за счет давлений прессования в несколько сотен, а то и десятков мегапаскаль [190, 240], то для нанопорошков достижение высокой плотности является серьезной проблемой. Здесь получение заготовок даже с плотностью порядка 0.7 от теоретической требует применения давлений в несколько гигапаскалей [3], что нередко заметно превышает максимальные пределы, определяемые прочностными свойствами используемого оборудования. Затруднение уплотняемости является достаточно общим свойством наноразмерных порошков, поскольку связано со специфическими свойствами наночастиц: высокая поверхностная энергия, бездефектная структура, сильные межчастичные взаимодействия. В связи с этим традиционные статические, или ударноволновые, способы прессования оказались малоэффективны в применении к нанопорошкам, что привело к высокой востребованности и развитию менее изученных магнитно-импульсных способов формования [22].

Экспериментальные магнитно-импульсные методики для прессования порошковых материалов известны с 60-х годов прошлого столетия [17, 18, 241]. Однако их высокая перспективность для формования наноразмерных порошков была обнаружена относительно недавно [4, 21, 22, 24, 242]. В частности, используя одноосное магнитно-импульсное прессование [21], были получены компакты оксида алюминия с пористостью θ менее 30%. Несмотря длительную историю экспериментальных исследований немногочисленные попытки теоретического описания процессов магнитно-импульсного прессования порошков [17, 23] были направлены лишь на выполнение качественного анализа, с использованием сильных упрощающих приближений. Большое количество предшествующих работ посвящено относительно детальному изучению отдельных составляющих данных процессов: воздействие на проводящие лайнеры с целью генерации сильных импульсных магнитных полей, например, работы [26-32, 243-247]; механические свойства порошкового тела под нагрузкой, например, работы [12, 13].

В настоящей главе исследуется процесс одноосного магнитно-импульсного уплотнения наноразмерных порошков. Теоретическая модель процесса, представленная во втором разделе, включает согласованное решение уравнений, описывающих динамику импульсного магнитного поля, и динамику механической системы (подвижные части пресса + уплотняемый порошок). Поведение порошка описывается как на основе модельных систем гранулярной динамики (2 глава), так и на основе полуэмпирических систем предыдущей главы. Непосредственное сопоставление результатов теоретического расчета с экспериментальными данными по одноосному прессованию проводится на примере порошков РЗ и Р4 (см. раздел 3.2). Подобное сопоставление позволило определить все необходимые входные параметры теоретической модели. В рамках построенной модели в третьем разделе исследован широкий круг условий прессования, изучено влияние таких параметров, как масса уплотняемого порошка, масса разгоняемых частей пресса и диаметр прессовки. Четвертый раздел посвящен изучению условий, при которых максимально эффективно используются инерционные свойства пресса, что должно приводить к получению прессовок с высокой плотностью. В двух заключительных разделах исследована организация работы одноосного магнитно-импульсного пресса в ударно-волновом режиме. Математическая модель данного режима включает диссипацию энергии, обусловленную производимой работой по уплотнению порошка, с учетом потерь на неидеальность отражения ударной волны от поверхностей разрыва на границах уплотняемого тела. В приближении ударных волн малой амплитуды проблема расчета временной динамики состояния уплотняемой среды сводится к системе обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений. В пределе малых энергий разгоняемого ударника система линеаризуется, что позволяет записать ее строгое решение. Последнее позволило проанализировать влияние на процесс ударно-волнового уплотнения таких параметров задачи, как стартовое зарядное напряжение емкостного накопителя, массы порошка и ударника, волновые сопротивления контактирующих материалов, а также процесс многократного ударного воздействия на уплотняемый порошок.

130



Рисунок 4.1: Схематичное изображение экспериментальной установки — одноосного магнитно-импульсного пресса.

4.1 Экспериментальное оборудование

При одноосном магнитно-импульсном прессовании силовое воздействие на порошковое тело осуществляется посредством установки, разработанной и сконструированной в Институте электрофизики УрО РАН [21, 24, 25, 248 - 252], схематичное изображение которой представлено на рис. 4.1. Уплотнение порошков осуществлялось в сквозном цилиндрическом канале диаметром $d_p = 15$ мм. Установка обеспечивает возможность проводить предварительную дегазацию порошка, что обеспечивает удаление из порошка воздуха и основной доли адсорбированных веществ. Для измерения адиабат сжатия пресс снабжен тензорезистивным датчиком давления, наклеенным на нижний пуансон. Плотность образца определялась после извлечения его из пресс-формы стандартными методами (гидростатическое взвешивание).

Порошок засыпается в сборную матрицу, которая расположена на неподвижной наковальне, см. рис. 4.1. Сверху порошка располагается пуансон, который выполняет роль поршня. Давление на поршень передается через переходник от концентратора. Разгон концентратора осуществляется индукционным способом при разряде конденсаторной батареи емкостью C = 2227 мкФ на плоский индуктор, расположенный непосредственно над концентратором. Индуктор представляет собой плоскую спираль Архимеда, при протекании тока по которой в пространстве между индуктором и концентратором генерируется импульсное магнитное поле. В задачу концентратора входит воспринять крайне неоднородное силовое воздействие магнитного поля сверху, и передать его через расположенный под ним переходник на поршень. Данная схема предъявляет довольно высокие требования к прочностным характеристикам концентратора, в связи с чем его приходится делать достаточно массивным. Это, в частности, принципиально отличает одноосное прессование от радиального прессования по схемам Θ - или Z-пинчей, где концентратор вообще отсутствует, а силовое действие однородного внешнего поля прикладывается непосредственно к относительно тонкой, толщиной порядка 1 мм, проводящей оболочке. В нашем исследовании использовалось три различных концентратора: К1 — стальной, с медной пластиной сверху, суммарной массой $m_u = 4.395$ кг; К2 — алюминиевый (1.491 кг); К3 — алюминиевый, с медной пластиной (2.030 кг).

4.2 Математическая модель процесса

Индукционное ускорение проводящих тел, в силу прикладной актуальности данной задачи, изучалось многими авторами [17, 27-29, 243]. Несмотря на то что реальный процесс ускорения соответствует двухконтурной схеме замещения [28, 243], его корректное математическое описание возможно на основе одноконтурной схемы [24, 27, 29, 35]:

$$\frac{d^2Q}{dt^2}L + \frac{dQ}{dt}\left(R + \frac{dL}{dx}\frac{dx}{dt}\right) + \frac{Q}{C} = 0 , \qquad (4.1)$$
$$L(x) = L_i(x_0 + x) + \Delta L , \qquad R = R_i + R_{cir} ,$$

где Q(t) — заряд на конденсаторной батарее, t — время, L — индуктивность, $R_i = 0.014$ Ом — собственное сопротивление использованного индуктора, R_{cir} — собственное сопротивление электрического контура. Зависимость эффективной индуктивности индуктора L_i от расстояния x между ним и концентратором измерялась в ходе предварительных экспериментов, и для используемых концентраторов представлена на рис. 4.2. В соответствие с [28] экспериментальные данные аппроксимировались выражением

$$L_i(x) = L_{i,0} + (L_\infty - L_{i,0}) \left[1 - \exp\left(-x/d_L\right)\right] .$$
(4.2)

Для концентратора К1 получено: $L_{i,0} = 6.666$ мкГн, $d_L = 11.825$ мм; для К2: $L_{i,0} = 7.288$ мкГн, $d_L = 12.385$ мм; для К3: $L_{i,0} = 6.451$ мкГн, $d_L = 12.527$ мм. Величина L_{∞} является собственной характеристикой индуктора, т.е. не зависит от типа концентратора, и равна 21.1



Рисунок 4.2: Зависимость эффективной индуктивности индукторной системы от расстояния между индуктором и концентратором. Точки — экспериментальные данные, линии — аппроксимации по ур. (4.2) для используемых концентраторов.

Рисунок 4.3: Максимальная сила тока через индуктор в зависимости от зарядного напряжения конденсаторной батареи. Точки — экспериментальные данные при неподвижном концентраторе K1 ($x \simeq 0$), сплошная линия — теоретический расчет.

мкГн. В соотношение (4.1) введена также поправка ΔL , обусловленная нестационарностью процесса разряда конденсаторной батареи. Здесь необходимо отметить, что зависимости (4.2) были промерены в стационарном режиме: относительно небольшой по амплитуде переменный ток с частотой 1000 Гц.

Для определения параметров электрического контура были поставлены эксперименты с жестко закрепленным (неподвижным) концентратором. В целях защиты индуктора от механических повреждений между ним и концентратором располагалась текстолитовая пластина толщиной $x_0 = 1$ мм. Поэтому, например, эффективная индуктивность индуктора с концентратором K1 составляла $L_i(x_0) = 7.836$ мкГн. На рис. 4.3 показана зависимость максимального значения силы тока, протекающего через индуктор, от зарядного напряжения на конденсаторной батарее U_0 . Видно, что в пределах экспериментальной погрешности эта зависимость линейная. Следовательно, вплоть до зарядных напряжений порядка 3 кВ нелинейными эффектами, связанными с нагревом проводников (несмотря на большие значения протекающего тока) можно пренебречь.

Параметры ΔL и R_{cir} определялись по временным разверткам тока I = -(dQ/dt) через индуктор, промеренным в экспериментах с жестко закрепленным (неподвижным) концентратором. Пример таких разверток для концентратора K1 представлен на рис. 4.4. Наилучшее описание экспериментальных разверток I(t) достигается при значениях $\Delta L = 0.1$ мкГн (для

133

всех концентраторов) и $R_{cir} = 0.014$ Ом (концентраторы K1 и K2), $R_{cir} = 0.020$ Ом (K3). При этом, как показывает рис. 4.4, теория с достаточно высокой точностью воспроизводит стадию роста тока и область максимума. На стадии снижения тока экспериментальные данные отклоняются в сторону больших значений по времени. Это связано с неучитываемыми в теоретической модели аспектами: джоулевый нагрев проводников, что приводит, в частности, к увеличению скинслоя и росту эффективной индуктивности; нестационарность процесса; диффузионные процессы и т.д.

Аналитическое решение линейного дифференциального уравнения (4.1) при неподвижном концентраторе не представляет проблем и дает для тока (I = -dQ/dt) в режиме слабой диссипации (при $R < 2\sqrt{L/C}$ [35, 244, 253])

$$I(t) = \frac{U_0}{w_0 L} e^{-\beta t} \sin(w_0 t) , \qquad I_{\max} = \sqrt{\frac{C}{L}} \exp\left(-\frac{\beta}{w_0} \arctan(w_0/\beta)\right) U_0 , \qquad (4.3)$$

где $w_0 = \sqrt{(LC)^{-1} - \beta^2}$, $\beta = R/(2L)$. Сила F_u , с которой магнитное поле индуктора воздействует на концентратор, определяется выражением

$$F_u = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{dx}, \qquad F_{u,\max} = \frac{1}{2} I_{\max}^2 \left(\frac{dL}{dx}\right)_{x=x_0}.$$
 (4.4)

В эксперименте значение силы определялось посредством тензорезистивного датчика, расположенного на переходнике под прессуемым порошком. Промеренная экспериментально зависимость $F_u(U_0)$ вплоть до величины зарядного напряжения в 3 кВ согласуется с теоретическим расчетом по ур. (4.3) и (4.4).

Согласованное решение задачи о магнитно-импульсном прессовании порошка предполагает одновременное решение уравнений, описывающих динамику электрического контура (4.1) и динамику ускоряемой механической системы (концентратор+переходник+поршень). Последнее записывается в виде

$$M_u \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{1}{2} \frac{dL}{dx} I^2 - p_n(\theta) S_p - p_{t,1} S_{t,1} - p_{t,2} S_{t,2} , \qquad (4.5)$$

где $M_u = m_u + \Delta m$ — масса разгоняемой системы (ударника), $\Delta m = 1.296$ кг — суммарная масса переходника и поршня; p_n — нормальные напряжения на границе "поршень-порошок", определяемые достигнутым значением пористости порошковой заготовки; $S_p = \pi d_p^2/4$ — площадь прессовки; $p_{t,1}$ и $p_{t,2}$ — касательные напряжения на боковой поверхности поршня $(S_{t,1})$



Рисунок 4.4: Временные развертки силы тока I в контуре, отнормированной на значение зарядного напряжения U_0 , при неподвижном концентраторе K1. Точки — экспериментальные данные для различных значений зарядного напряжения. Линия — теоретический расчет по ур. (4.3).

и переходника $(S_{t,2})$;

$$S_{t,1} = \pi d_p \left(h_{pu,0} + x \right), \qquad S_{t,2} = \pi d_a h_a , \qquad (4.6)$$

 $h_{pu,0} = 15$ мм — начальная глубина погружения поршня в матрицу, $h_a = 25$ мм — высота защемленной части переходника, $d_a = 36$ мм — его диаметр. Последние два члена справа в уравнении (4.5) описывают силы трения, неизбежно появляющиеся на контактной границе "поршень-матрица" и на границе между верхним переходником и системой дегазации (не изображена на рис. 4.1). Принимая, что в области бокового ограничения поршень и переходник испытывают одностороннее сжатие, можем записать [70]

$$p_{t,1} = \mu_1 p_n \frac{\nu_1}{1 - \nu_1}, \qquad p_{t,2} = \mu_2 p_n \frac{S_p}{S_a} \frac{\nu_2}{1 - \nu_2},$$
(4.7)

где $\mu_{1,2}$ — коэффициенты трения для поршня (индекс 1) и переходника (индекс 2), $\nu_{1,2} = 0.3$ — коэффициенты Пуассона тех же материалов, $S_a = \pi d_a^2/4$ — площадь поперечного сечения переходника.

Пористость порошка θ и его плотность ρ_d (= $\rho_g(1 - \theta)$, где ρ_g — плотность частиц, см. Табл. 3.1) определяются смещениями верхнего (x) и нижнего (x_s) пуансонов:

$$\theta = 1 - \frac{1 - \theta_0}{1 - (x - x_s)/h_0}, \qquad h_0 = \frac{m_p}{\rho_0 S_p},$$
(4.8)

где θ_0 — начальная пористость, h_0 — начальная высота засыпки, m_p — масса порошка. Смещение нижнего пуансона обусловлено недостаточной жесткостью пресса, упругие свойства которого удовлетворительно описываются линейным законом $p_n S_p = K_s x_s$ с эффективным коэффициентом упругости $K_s = 150$ кH/мм. Поведение наноразмерного порошка описывается либо в рамках теории пластично упрочняющегося пористого тела (разделы 3.1–3.3), либо на основании численных кривых одноосного сжатия модельных систем I и II (раздел 2.7.1).

Начальные условия к системе дифференциальных уравнений (4.1), (4.5):

$$Q(0) = CU_0, \quad I(0) = 0, \quad x(0) = 0, \quad \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = 0,$$
 (4.9)

где U_0 — зарядное напряжение конденсаторной батареи.

Следует отметить, что в рамках представленной выше модели мы пренебрегаем следующими факторами. Во-первых, диффузия магнитного поля в концентратор и индуктор: предполагается, что влияние этого фактора учтено за счет использования эмпирического соотношения (4.2) и введения поправки ΔL . Во-вторых, инерционные свойства порошка: его масса не превышает нескольких грамм, что пренебрежимо мало по сравнению с массой подвижных частей пресса. В-третьих, упругие деформации концентратора, переходника и поршня: оценки показывают, что при давлении на порошок в 1 ГПа суммарное упругое сжатие концентратора, переходника и поршня составляет около 200 мкм. В-четвертых, трение на контактной границе "порошок-матрица", которое, в частности, может приводить к неоднородному уплотнению компакта. Последний фактор становится существенен, когда высота прессовки сопоставима или превышает ее горизонтальные размеры. В нашем же исследовании высота засыпок даже в начальном состоянии ($h_0 = 4-6$ мм) была существенно меньше их диаметра ($d_p = 15$ мм).

Коэффициенты трения μ_1 и μ_2 полагались равными $\mu_1 = \mu_2 = \mu_{1,2}$ и выполняли роль свободного параметра теоретической модели. Данный параметр был определен из условия наилучшего описания экспериментальных данных о силовом воздействии на уплотняемый порошок. Временные развертки давления p_n для порошков РЗ и Р4 представлены на рис. 4.5 и 4.6. Наилучшее соответствие между теоретическими и экспериментальными кривыми $p_n(t)$ достигается при значении $\mu_{1,2} = 0.23$ для порошка РЗ и 0.15 для порошка Р4. Различное значение данного параметра для различных порошков мы связывает с незначительным просачиванием прессуемого порошка в пространство между поршнем и матрицей, и, как следствие, с влиянием типа порошка на эффективное значение коэффициента трения. Отметим, что в рамках развитой теоретической модели мы не описываем стадию разгрузки порошка,



Рисунок 4.5: Временные развертки давления для порошка РЗ при использовании концентратора К1: сплошные линии — $U_0 = 2.0$ кВ, $m_p = 1.5$ г; штриховые — $U_0 = 2.5$ кВ, $m_p = 1.5$ г; пунктирные — $U_0 = 2.0$ кВ, $m_p = 1.0$ г. Ломаные (пульсирующие) кривые — экспериментальные данные, гладкие кривые — теоретический расчет при $\mu_{1,2} = 0.23$.

Рисунок 4.6: Временные развертки давления для порошка Р4 при зарядном напряжении $U_0 = 2.0$ кВ для разных концентраторов: сплошные линии — К1, штриховые — К2, пунктирные — К3. Ломаные (пульсирующие) кривые — экспериментальные данные, гладкие кривые, выходящие на постоянное значение, — теоретический расчет при $\mu_{1,2} = 0.15$. Масса засыпки $m_p = 2.25$ г.

т.е. спадающие ветви зависимостей $p_n(t)$ на рис. 4.5 и 4.6, поэтому теоретические кривые выходят к концу процесса на постоянное (максимальное) значение. Сдвиг экспериментальных кривых примерно на 100 мкс в сторону больших значений времен связан с конечной скоростью распространения импульса давления по экспериментальной установке, что не учитывается в теоретическом расчете.

На рис. 4.7 и 4.8 представлены результаты аналогичных расчетов для модельных систем I и II. Динамика электрического контура описывается на основе одноконтурной схемы (4.1) и (4.2) с параметрами, которые соответствуют концентратору К1. Плотность укладки порошка в пресс-форму для модельных систем была принята равной $\rho_0 = 35\%$. Масса порошка $M_{pow} = 1.5$ г, что соответствует начальной высоте засыпки $h_0 \simeq 6$ мм. Зарядное напряжение $U_0 = 2.0$ кВ.

На рис. 4.7 показаны временные развертки "магнитного давления" p_c и давлений в порошке. Под "магнитным давлением" подразумевается отношение силы, воздействующей на концентратор со стороны импульсного магнитного поля, к площади прессовки. В настоящем исполнении экспериментальная установка реализует только один импульс "магнитного давления", поскольку не позволяет протекать току в обратном направлении. Как будет показано

137



Рисунок 4.7: Временная развертка давлений при одноосном прессовании нанопорошков: давление магнитного поля p_c /1/, противодавление порошка $p_n(\rho)$ /2/ и боковое давление на границе "порошок-матрица" p_{lat} /3/. Сплошные линии — модельная система I, штриховые линии — модельная система II.

Рисунок 4.8: Изменение плотности порошка в ходе одноосного прессования. Обозначение линий см. на рис. 4.7.

ниже, снятие данного ограничения и использование последующих импульсов практически не влияет на конечную плотность прессовки. Помимо осевого противодавления порошка p(t) на рис. 4.7 представлены временные развертки бокового давления p_{lat} , действующего на границе "порошок – матрица". При плотности порошков $\rho = 60\%$ отношение p_{lat}/p_z в условиях одностороннего сжатия составляет для модельных систем около 0.64, что соответствует коэффициенту Пуассона $\nu_p \simeq 0.39$. Высокие напряжения на боковой поверхности порошков, однако, почти не препятствуют их уплотнению, ввиду небольших количеств порошка. Так, например, для системы I суммарная сила трения на боковой поверхности порошка $f_{t,p}$ достигает в максимуме 6 кH, что более, чем на порядок, уступает сумме сил трения ($f_{t,1}+f_{t,2}=108$ кH) на поверхностях $S_{t,1}$ и $S_{t,2}$. Это оправдывает неучет силы $f_{t,p}$ в уравнении (4.5), описывающем динамику механической системы.

Анализ рис. 4.7 показывает, что уплотнение порошка заметно отстает от динамики электрического контура. В процессе можно выделить две разделенные во времени стадии: 1) разгон массивного ударника, 2) прессование порошка ударником, движущимся по инерции. Такое расщепление процесса на стадии и высокая диссипация энергии, связанная с наличием сил трения в уравнениях (4.5), приводит к заметному снижению эффективности прессования. Непосредственные давления, которым подвергаются уплотняемые порошки на рис. 4.7, оказываются ниже исходного "магнитного давления" p_c . Так, для продемонстрированных расчетов магнитное давление в максимуме составляет около 1.7 ГПа, а давление в порошках

138

достигает 1.2 ГПа в системе I и 1.0 ГПа в системе II. Такие воздействия, в свою очередь, позволяют достичь уплотнений до относительных значений плотности $\rho = 65.8\%$ (система I) и 61.5% (система II), см. рис. 4.8. Снятие внешней нагрузки, необходимое для извлечения прессовок из пресс-формы, приводит к некоторым разуплотнениям, которые в данном случае составляют около 5 и 3.5%, соответственно. Стадия упругой разгрузки не рассчитывалась по уравнениям (4.1)–(4.5), поэтому снижение плотностей на рис. 4.8 изображено схематически. В результате, разгрузочные плотности составляют $\rho_u = 60.9\%$ для системы I и 57.9% для системы II.

Таким образом, конструктивные особенности используемого оборудования (массивность концентратора, высокие диссипативные свойства пресса) затрудняют реализацию эффективных режимов работы с достижением высоких плотностей порошковых заготовок. В связи с этим особую актуальность приобретает поиск и изучение в рамках сформулированной теоретической модели возможных способов повышения эффективности одноосного прессования, чему посвящены следующие разделы.

4.3 Влияние параметров прессования на конечную плотность компакта и эффективность процесса

Построенная в предыдущем разделе теоретическая модель позволяет провести всесторонний анализ изучаемого процесса. В данном разделе мы на примере порошков P3 и P4 проанализируем влияние на процесс прессования порошка таких параметров как масса ударника, масса порошка и площадь уплотняемой прессовки. Выбор этих параметров обусловлен, тем что их незначительное варьирование возможно на используемом нами оборудовании.

Некоторое улучшение прессования порошка при уменьшении его массы демонстрирует рис. 4.5. Об "улучшении" свидетельствуют более высокие давления p_n , достигаемые в ходе процесса, что соответствует меньшим значениям конечной пористости компакта θ_{end} . Так, для условий, соответствующих рис. 4.5, при массе порошка $m_p = 1.5$ г пористость θ_{end} составила 29.5%, а при массе $m_p = 1.0$ г — 28.3%. Более подробный анализ влияния массы порошка позволяет провести рис. 4.9, который демонстрирует конечную пористость прессовки θ_{end} в зависимости от величины m_p . Расчеты показывают, что максимальное уплотнение для всех концентраторов достигается в области довольно малых значений $m_p \simeq 0.1$ –0.4 г. Можно отметить, что снижение конечной пористости прессовки с уменьшением массы прессуемого порошка хорошо согласуется с экспериментальными данными, полученными для концентратора К1.

С другой стороны, прессование столь малых количеств порошка само по себе имеет невысокую практическую значимость, и может рассматриваться лишь в качестве претендента, например, на послойное изготовление более массивных образцов. Однако при этом существенную значимость приобретает к.п.д. данного процесса, т.е. эффективность использования исходной энергии емкостного накопителя. Полный к.п.д. прессования η_p можно представить в виде

$$\eta_p = \eta_e \eta_u \ , \qquad \eta_e = \frac{1}{E_0} \int_{x_0}^{x_k} F_u dx \ , \qquad \eta_u = -\frac{m_p}{\eta_e E_0} \int_{\rho_0}^{\rho_{end}} \frac{p_n}{\rho^2} \ d\rho \ , \tag{4.10}$$

где η_e — коэффициент преобразования энергии электрического контура ($E_0 = CU_0^2/2$) в кинетическую энергию ударника (к.п.д. разгона), а η_u — коэффициент преобразования энергии ударника в работу по уплотнению порошка (к.п.д. ударника). Численные оценки показывают, что несмотря на "улучшение" прессования с уменьшением массы порошка в плане достижения несколько меньших значений конечной пористости, эффективность процесса при этом быстро снижается. Происходит это в основном из-за уменьшения к.п.д. ударника η_u . Так, для концентратора K1 при зарядном напряжении $U_0 = 2.0$ кВ и массе порошка $m_p = 1.5$ г к.п.д. ударника составляет $\eta_u = 29.5\%$, а при уменьшении массы m_p до 0.5 г этот к.п.д. снижается до 12.2%. При этом диссипативные потери, связанные с наличием касательных напряжений трения $p_{t,1}$ и $p_{t,2}$ в ур. (4.5), меняются незначительно, а снижение к.п.д. обусловлено увеличением упругой деформации установки: расчетные смещения нижнего пуансона составляют 1.1 мм ($m_p = 1.5$ г) и 1.4 мм ($m_p = 0.5$ г). В пределе $m_p \to 0$ к.п.д. процесса монотонно снижается вплоть до нуля, т.е. вся работа, совершаемая поршнем, идет на упругое деформирование установки. Процесс прессования в этом пределе утрачивает свою динамичность, приближаясь к квазистатическому режиму, что приводит, как показывает рис. 4.9, даже к некоторому повышению конечной пористости.

Влияние массы ударника отчасти демонстрирует рис. 4.6, который показывает улучшение прессования порошка P4 при использовании более легких концентраторов K2 и K3 по сравнению с относительно тяжелым концентратором K1. Так, для условий, соответствующих рис. 4.6, при использовании концентратора K1 пористость θ_{end} составила 34.9%, а с концентратором K3 — 33.6%. В отличие от разобранного выше случая влияния массы порошка, повышение конечной плотности при переходе к более легким ударникам соответствует повышению эффективности процесса. На рис. 4.10 представлены к.п.д. разгона η_e и к.п.д. ударника η_u в зависимости от зарядного напряжения емкостного накопителя. Анализ урав-



Рисунок 4.9: Конечная пористость прессовки в зависимости от массы порошка. Сплошные линии — концентратор К1, штриховые — К2, пунктирные — К3; точки — экспериментальные данные для концентратора К1. Порошок Р3, зарядное напряжение $U_0 = 2.0$ кВ.



Рисунок 4.10: Коэффициент преобразования энергии электрического контура в кинетическую энергию ударника (η_e) и энергии ударника в работу по уплотнению порошка (η_u) в зависимости от зарядного напряжения конденсаторной батареи. Сплошные линии — концентратор К1, штриховые — К2, пунктирные — К3. Порошок Р3, масса засыпки $m_p = 1.5$ г.

Рисунок 4.11: Полный к.п.д. установки, $\eta_p = \eta_e \eta_u$ в зависимости от зарядного напряжения конденсаторной батареи. Обозн. линий и параметры расчета те же, что и на рис. 4.10.

нений (4.1) и (4.5), показывает, что в области малых значений U_0 к.п.д. разгона $\eta_e \sim U_0^2$, а в области высоких значений U_0 в пренебрежении противодавлением порошка $\eta_e \sim U_0^{-1}$ [A5]. Однако, как показывает рис. 4.10, в наших условиях второй режим ($\eta_e \sim U_0^{-1}$) не реализуется. Зато при напряжениях U_0 выше 1 кВ начинает быстро убывать к.п.д. ударника η_u , что обусловлено, как и в случае уменьшения массы порошка, упругими характеристиками пресса. Полный к.п.д. установки представлен на рис. 4.11, откуда видна более высокая эф-



Рисунок 4.12: Конечная пористость прессовки в зависимости от массы ударника. Сплошная линия — $m_p = 1.5$ г, $U_0 = 2.0$ кВ, штриховая — $m_p = 1.5$ г, $U_0 = 2.5$ кВ, пунктирная — $m_p = 1.0$ г, $U_0 = 2.0$ кВ. Параметры электрического контура (сопротивление и индуктивность) соответствуют концентратору К1, порошок Р3. Вертикальными пунктирными линиями отмечены значения массы, соответствующие концентраторам К1, К2 и К3.

фективность одноосного пресса при использовании более легких концентраторов. В то же время, даже в максимуме для всех использованных концентраторов полный к.п.д. процесса составлет всего 2–3%. Последнее говорит о довольно невысокой эффективности использования энергии накопителя.

Более подробный теоретический анализ влияния суммарной массы ударника M_u на конечную пористость прессовки представлен на рис. 4.12. Рисунок показывает, что максимальное уплотнение достигается при $M_u \simeq 0.7$ кг (для $m_p = 1.5$ г и $U_0 = 2.0$ кВ). Конечная пористость компакта при этом составила бы 23%. Одновременно, максимального значения достигает к.п.д. прессования — $\eta_p \simeq 3.6\%$. Расчеты на рис. 4.12 соответствуют параметрам контура с концентратором К1. Поскольку влияние ударника обусловлено не только его инерционными свойствами, а также изменением таких параметров, как эффективная индуктивность и сопротивление контура, прямое сопоставление приведенных расчетов с экспериментальными данными для концентраторов К2 и К3 некорректно. Поэтому на рисунке лишь обозначены значения масс ударника, соответствующие используемым концентраторам. Тем не менее, общая тенденция — улучшение прессования при снижении массы ударника — качественно соответствует представленным выше экспериментальным данным.

Повышение конечной пористости в пределе $M_u \to 0$, также как и в пределе малой массы порошка (см. рис. 4.9, $m_p \to 0$), связано с переходом к квазистатическому режиму прессования. Однако в анализируемом пределе $M_u \to 0$ (при конечных значениях массы порошка)



Рисунок 4.13: Конечная пористость прессовки в зависимости от ее диаметра. Сплошная линия — $U_0 = 2.0$ кВ, концентратор К1; штриховая — $U_0 = 4.0$ кВ, концентратор К1; пунктирная — $U_0 = 2.0$ кВ, концентратор К3. Порошок Р3, начальная высота засыпки $h_0 = 5$ мм.

Рисунок 4.14: Полный к.п.д. установки в зависимости от диаметра прессовки. Обозн. линий и параметры расчета те же, что и на рис. 4.13.

смещение ударника существенно больше, чем в пределе $m_p \to 0$. Это приводит к заметному ослаблению "магнитной" силы, определяемой уравнениями (4.2) и (4.4), и как следствие к более ощутимому ухудшению прессования. Так, для концентратора К1 при зарядном напряжении $U_0 = 2.0$ кВ в пределе $m_p \to 0$ конечная пористость прессовки составляет $\theta_{end} \simeq 27\%$, а гипотетический предел $M_u \to 0$ дает $\theta_{end} \simeq 33\%$.

Высокую практическую значимость представляет влияние диаметра прессовки. Матрица с небольшим диаметром канала ($d_p = 15$ мм) используется в целях экономии нанопорошка в ходе теоретико-экспериментальных исследований. Для практических потребностей, как правило, используются матрицы с большим диаметром канала. На рис. 4.13 представлена конечная плотность прессовки в зависимости от ее диаметра при фиксированной начальной высоте засыпки. Видим, что уплотнение повышается с уменьшением диаметра. Однако, эффективность прессования, см. рис. 4.14, при этом падает. Максимальной эффективности отвечает диаметр $d_p \simeq 35$ мм (при $U_0 = 2.0$ кВ и концентраторе K1). Анализ показывает, что конечную пористость и эффективность процесса в более широком канале с достаточно хорошей точностью можно оценить, перемасштабируя результаты: $d_p \sim U_0$. Отметим, что диссипативные члены во втором уравнении исходной системы (4.5) вообще-то не отвечают данному масштабированию. Уменьшением диаметра d_p при фиксированном зарядном напряжении, как показывает рис. 4.13, формально можно достичь сколь угодно низких значений пористости. Однако, здесь нужно учитывать реальные прочностные свойства пуансонов, которые испытывают те же осевые давления p_n что и прессуемый порошок, и пресс-формы, которая подвергается боковому напряжению $p_{t,1}$. На рисунке отмечен уровень пористости $\theta = 21.3\%$, который для порошка P3 соответствует давлению $p_n = 2.0$ GPa. Превышение этого уровня, даже в кратковременном режиме, может привести к разрушению используемого оборудования [25].

4.4 Возможные способы значительного повышения эффективности одноосного прессования

Анализ, представленный в предыдущем разделе, показывает, что за счет варьирования таких параметров, как масса порошка, масса концентратора и диаметр прессовки, довольно трудно достичь заметного улучшения процесса прессования, т.е. повысить конечную плотность прессовки. В данном разделе мы исследуем способы существенного повышения результативности процесса компактирования, которые однако требуют довольно существенной модификации используемого оборудования.

В первую очередь, проанализируем, эффективность использования помимо первой полуволны тока в колебательном контуре всех последующих колебаний, связанных с процессами перезаряда конденсаторной батареи. В настоящем исполнении экспериментальная установка не позволяет протекать току в обратном направлении. Предположим, что это ограничение снято. К моменту обнуления тока на накопителе скапливается заряд обратного знака (по отношению к первоначальному заряду), который потенциально можно было бы использовать для дополнительного воздействия на концентратор. Реализация такого процесса представлена на рис. 4.15. Для условий, соответствующих данному рисунку, начальная энергия накопителя составляет $E_0 = 4450$ Дж, а к концу первой полувоны тока, в момент t = 452 мкс, E = 870 Дж, т.е. около 20% первоначальной энергии осталась невостребованной. Использование этой оставшейся в контуре энергии, как показывает рис. 4.15, весьма незначительно влияет на процесс прессования. Так, повышение давления прессования p_n составило около 50 МПа, что привело к уменьшению конечной пористости компакта всего на 0.4%.

Другой заманчивый путь повышения эффективности процесса — изменение индуктивности, т.е. модификация функции L(x). Используемые нами ударники соответствуют довольно близким кривым L(x), см. рис. 4.2. Для них, в частности, различие по наклону (dL/dx), который определяет силовое воздействие F_u на концентратор (см. ур. (4.4)), даже в начальный момент ($x = x_0$, $L = L_{i,0}$) не превышает 10%. Предположим, что мы можем варьировать


Рисунок 4.15: "Магнитное давление", отнормированное на диаметр прессовки (линии 1), и давление, воздействующее на уплотняемый порошок (линии 2) в зависимости от времени. Сплошные линии — прессование за счет одной полуволны тока, штриховые линии — использование первой и всех последующих полуволн. Зарядное напряжение $U_0 = 2.0$ кВ, концентратор К1, порошок Р3, масса засыпки $m_p = 1.5$ г.

Рисунок 4.16: Конечная пористость прессовки в зависимости от начального значения эффективной индуктивности электрического контура. Сплошная линия — порошок РЗ, штриховая линия — Р4. Зарядное напряжение $U_0 = 2.0$ кВ, масса порошка $m_p = 1.5$ г, значения L_{∞} и d_L соответствуют концентратору К1.

начальное значение эффективной индуктивности, $L_{i,0}$, в максимально широких пределах, от L_{∞} (непроводящий ударник, не чувствующий магнитного поля) и вплоть до нуля (сверпроводящий концентратор идеально плотно прилегающий к индуктору; толщина скин-слоя в индукторе пренебрежимо мала). Уменьшение величины L_{i,0} приводит, помимо увеличения производной (dL/dx), к росту тока в электрическом контуре (см. ур. (4.3)), что также должно способствовать достижению более высоких значений силового воздействия. Численный анализ влияния величины L_{i,0} на конечную плотность прессовок представлен на рис. 4.16. Для порошка РЗ, в частности, видим, что в гипотетическом пределе $L_{i,0} = 0$, который действительно дает очень существенное увеличение силы F_u (с 300 до 980 кН), понижение конечной пористости по сравнению с экспериментальным значением $L_{i,0} = 6.666$ мкГн составило около 6.5%. Для порошка Р4 эффект меньше — около 4.4%. Достичь более высоких уплотнений не позволяет несоответствие характерных времен электрического контура и механической системы: разряд в контуре существенно опережает процесс уплотнения порошка. Данное несоответствие, заметное и для используемых концентраторов — см. рис. 4.15, становится еще более сильным при уменьшении параметра $L_{i,0}$. Так, для ситуации, изображенной на рис. 4.15, максимум "магнитного" давления смещается по времени со 170 мкс при $L_{i,0}=6.666$



Рисунок 4.17: "Магнитное давление", отнормированное на диаметр прессовки (штриховые линии), и давление, воздействующее на уплотняемый порошок (сплошные линии) в зависимости от времени. Линии: $1 - T_0 = T_{0,exp}$; $2 - T_0 = 2T_{0,exp}$; $3 - T_0 = 3T_{0,exp}$; $4 - T_0 = 5T_{0,exp}$; $5 - T_0 = 8T_{0,exp}$. Зарядное напряжение $U_0 = 2.0$ кВ, концентратор — К1, порошок — Р4, его масса $m_p = 1.5$ г.

Рисунок 4.18: Конечная пористость прессовки в зависимости от полупериода собственных колебаний контура $T_0 = \pi \sqrt{CL(0)}$. Сплошная линия — порошок РЗ, штриховая линия — Р4. Зарядное напряжение $U_0 = 2.0$ кВ, концентратор — К1, масса порошка $m_p = 1.5$ г. Вертикальная пунктирная линия отмечает значение $T_{0,exp} = 383$ мкс, характерное для экспериментальной установки.

мкГн к 65 мкс при $L_{i,0} = 0$. Последнее подсказывает принципиально иной, и более реалистичный, путь возможного повышения эффективности экспериментальной установки — а именно, увеличение периода собственных колебаний электрического контура.

Используемая нами экспериментальная установка в начальный момент характеризуется полупериодом колебаний в LRC-контуре $T_{0,exp} = \pi \sqrt{CL(0)} = 383$ мкс. Промоделируем одновременное увеличение емкости C и начальной индуктивности L(0) (не искажая зависимость $L_i(z)$, ур. (4.2)), что приведет, соответственно, к увеличению величины T_0 . При этом отношение C/L(0) будем удерживать на заданном уровне, чтобы амплитуда тока, см. ур. (4.3), оставалась практически неизменной. В реальной установке это соответствовало бы подключению дополнительного соленоида последовательно с рабочим индуктором и соответствующему увеличению конденсаторной батареи. Результаты такого моделирования представлены на рис. 4.17 и 4.18. Рис. 4.17 показывает, что вначале увеличение периода T_0 приводит к резкому повышению давления прессования, которое достигает максимальных значений, когда величина $T_0/2$ (четверть периода) становится примерно равна протяженности процесса прессования. Так, при $T_0 = 3T_{0,exp}$ имеем: $T_0/2 = 612$ мкс, а процесс прессования заканчивается к моменту $t_{end} = 760$ мкс. При этом давление пересования достигает значения $p_n = 2.24$ ГПа, что

существенно превышает "квазистатический уровень" (порядка 1.5 ГПа), в качестве которого можно рассматривать давление магнитного поля на концентратор, отнормированное на площадь прессовки (штриховые линии на рис. 4.17). Этот ощутимый выигрыш по давлению достигается за счет наиболее эффективного использования инерционных свойств ударника. Важно отметить, что магнитное давление на концентратор и, соответственно, на индуктор при этом не увеличивается, а наоборот, уменьшается, что должно способствовать сохранности оборудования. Увеличение давления на прессуемое изделие соответствует достижению меньших значений пористости, см. рис. 4.18. Например, для условий, соответствующих рис. 4.18, переход к оптимальному значению T_0 дает уменьшение конечной пористости на 4.9% для порошка Р4 и на 9.4% для порошка Р3. Дальнейшее увеличение T_0 приводит к рассогласованию описанных "резонансных" условий прессования: время прессования становится меньше времени нарастания внешнего "магнитного" давления. Конечная плотность прессовки при этом повышается и выходит в области больших значений T_0 на некоторый "квазистатический" уровень.

Интересная модификация магнитно-импульсного пресса недавно была предложена и реализована экспериментально в Томске [254]. Используется два ударника, которые двигаются навстречу друг другу и уплотняют находящуюся между ними порошковую заготовку. Соответствующие индукторы соеденены последовательно. Несомненный интерес представляет анализ данной схемы прессования в рамках сформулированной выше теоретической модели. Будем полагать, что индукторы и ударники попарно идентичны, и каждый индуктор характеризуется зависимостью $L_i(z)$ согласно ур. (4.2) с параметрами для концентратора K1. Тогда эффективные индуктивность и сопротивление контура даются соотношениями

$$L(x) = 2L_i(z_0 + x) + \Delta L$$
, $R = 2R_i + R_{cir}$, (4.11)

а пористость прессовки связана со смещением \boldsymbol{x} каждого из ударников выражением

$$\theta = 1 - \frac{1 - \theta_0}{1 - 2x/h_0} \,. \tag{4.12}$$

Сопоставление односторонней и двухсторонней схем прессования на примере порошка Р4 представлено на рис. 4.19. Увеличение суммарной индуктивности в двухсторонней схеме приводит к уменьшению амплитуды тока в контуре и, как следствие, к уменьшению "магнитной" силы, действующей на каждый из ударников. Тем не менее, силовое воздействие на порошок не уменьшается, а как видно по рис. 4.19, — увеличивается, что приводит к



Рисунок 4.19: "Магнитное давление", отнормированное на диаметр прессовки (линии 1), и давление, воздействующее на уплотняемый порошок (линии 2) в зависимости от времени. Сплошные линии — одностороннее прессование, штриховые линии — двухстороннее прессование. Зарядное напряжение $U_0 = 2.0$ кВ, концентратор — К1, порошок — Р4, его масса $m_p = 2$ г.

уменьшению конечной пористости компакта с 34.8% (одностороннее прессование) до 29.6% (двухстороннее прессование). Это происходит, в основном, благодаря исключению из процесса эффективной упругости установки. Теперь весь импульс, дошедший до порошка идет на его прессование, а не тратится на упругое деформирование нижележащих частей пресса. Положительным фактором является также увеличение периода собственных колебаний контура, обусловленное увеличением его индуктивности. Это смещает режим работы установки в сторону "резонансных" условий прессования, проанализированных выше. Отметим также, что двухсторонний режим характеризуется существенно более высоким к.п.д., чем односторонний. Так, при зарядном напряжении $U_0 = 2.0$ кВ для порошка Р4 в двухстороннем режиме имеем $\eta_p = 3.7\%$, тогда как в одностороннем — 1.5%. Увеличение полного к.п.д., в основном, обусловлено повышением к.п.д. ударника, η_u . Если при одностороннем прессовании $\eta_u \to 0$ как в области высоких зарядных напряжений, так и в пределе малых величин U_0 (см. рис. 4.10), то при двухстороннем прессовании значение η_u слабо зависит от зарядного напряжения и составляет примерно 69%.

4.5 Ударно-волновой режим компактирования

В предшествующих разделах исследован процесс прессования, характеризующийся относительно медленным нарастанием внешнего давления, прикладываемого к уплотняемому порошку. В начале процесса ударник (концентратор + переходник + пуансон) плотно сопри-

касается с порошковой заготовкой, и его смещение тутже приводит к росту противодавления со стороны порошка. В результате фронт роста давления составляет по времени около 200-400 мкс, см. рис. 4.6 и 4.5. В данном и следующем разделах мы исследуем принципиально иную возможность организации процесса одноосного прессования. В начале процесса ударник отводится от порошковой заготовки на некоторое расстояние. Начальный зазор выбирается достаточно большим, чтобы дать возможность ударнику запастись кинетической энергией еще до соприкосновения с порошком. Такая организация процесса принципиально меняет математическую модель описания [255, 256]. Во-первых, теперь нет необходимости одновременно решать взаимосвязанные задачи о динамике электрического контура и сложной механической системы "ударник + порошок". Вместо этого будут решаться две последовательные задачи: 1) индукционное ускорение свободного ударника, не контактирующего с порошком; 2) уплотнение порошка. Во-вторых, при прессовании порошка уже невозможно использовать модель однородного уплотнения. Сокращение времени нарастания импульса давления приводит к повышению роли волновых процессов, что в общем случае требует описывать динамику уплотняемой среды, решая волновое уравнение движения [257, 258]. В предельном случае, когда время роста давления сокращается практически до нуля — момент соприкосновения ударника с порошком — можно воспользоваться математическим аппратом ударных волн [13, 259]. Предполагается, что область порошкового тела распадается на две подобласти с разными значениями плотности и компонент тензора напряжений, которые испытывают скачкообразный скачек на границе данных подобластей, где локализована ударная волна.

Известно, что применение высоких ударных давлений сопровождается повышением дефектности структуры порошкового тела и угрозой его растрескивания ввиду быстрой разгрузки за фронтом ударной волны [16, 260-262]. Поэтому наше рассмотрение в данном и последующем разделах, в основном, будет направлено на изучение ударных волн малой амплитуды. Ниже мы представим математическую модель для численного анализа ударноволнового режима компактирования порошков и проанализируем, что дает такая организация работы одноосного пресса. Результаты теоретической модели будут сопоставлены с данными тестовых экспериментов, представленных в работе [A5]. В экспериментах [A5] использовался концентратор K1, стартовое зарядное напряжение конденсаторной батареи составляло $U_0 = 2$ кВ, свободный ход ударника варьировался от 5 до 13 мм. Стадия разгона, как будет показано ниже, в этих условиях завершается при смещении ударника на расстояние порядка 3 мм. Таким образом, данные эксперименты в полной мере соответствуют условиям ударно-волнового прессования.

4.5.1 Индукционное ускорение свободного ударника

Зависимость эффективной индуктивности электрического контура от расстояния между индуктором и ударником описывается ур. (4.2) с параметрами, соответствующими концентратору К1. Динамика механической системы на стадии разгона определяется ур. (4.1) и (4.5). Причем последнее уравнение существенно упрощается — теперь в нем отсутствуют три последних члена справа. Для аналитического анализа данных уравнений используем традиционный способ введения безразмерных переменных [27, 28]

$$q = Q/Q_0 , \quad l = L/L_{\infty} , \quad x_r = x/d_L , \quad t_r = t/t_0 .$$

$$Q_0 = C U_0 , \quad t_0 = \sqrt{C L_{\infty}} , \quad \gamma = R \sqrt{\frac{C}{L_{\infty}}} , \quad m = \frac{M_u d_L^2}{L_{\infty} U_0^2 C^2} .$$
(4.13)

Тогда уравнения, определяющие динамику электрического контура (4.2) и ускоряемого ударника (4.5) принимают вид

$$\frac{d^2q}{dt_r^2}l + \frac{dq}{dt_r}\left(\gamma + \frac{dl}{dx_r}\frac{dx_r}{dt_r}\right) + q = 0,$$

$$m\frac{d^2x_r}{dt_r^2} = \frac{1}{2}\frac{dl}{dx_r}\left(\frac{dq}{dt_r}\right)^2,$$

$$l(x_r) = 1 - \Delta le^{-x_r},$$
(4.14)

где $\Delta l = 1 - l_0$, $l_0 = L_{i,0}/L_{\infty}$. Таким образом, искомое решение, т.е. функции $q(t_r)$ и $x_r(t_r)$, определяется значениями безразмерных параметров Δl , γ и m. Будем полагать, что параметры электрического контура Δl и γ фиксированы, и проанализируем влияние приведенной массы ударника m на процесс его ускорения.

В пределе малой приведенной массы $(m \to 0)$ процесс ускорение происходит в течение пренебрежимо малого промежутка времени за счет пренебрежимо малых затрат энергии колебательного контура. Данный предел при фиксированных параметрах контура и массе ударника M_u может быть реализован за счет высокого зарядного напряжения $(U_0 \to \infty)$. При этом в первом уравнении системы (4.14) можно пренебречь членом пропорциональным dq/dt_r , отвечающим за диссипацию энергии, а величину l рассматривать как параметр. Тогда имеем

$$I_r(t_r) = -\frac{dq}{dt_r} \simeq l^{-1/2} \sin\left(l^{-1/2} t_r\right) \;.$$

Подставляя последнее выражение во второе уравнение системы (4.14) при малых t_r получаем

$$\frac{d^2 x_r}{d\xi^2} = \frac{\xi^2}{l^2} \frac{dl}{dx_r} , \qquad \xi = t_r \left(2m\right)^{-1/4}$$

Решение $x_r(\xi)$ полученного уравнения определяется лишь зависимостью $l(x_r)$. Используя эмпирическое соотношение (4.2) для максимального значения производной $(dx_r/d\xi)_{\text{max}} = \lambda_1$ получаем $\lambda_1 \simeq 0.62$. Таким образом, приобретаемая к концу стадии разгона скорость ударника в рассматриваемом предельном режиме $(m \to 0)$ оказывается равна

$$\left(\frac{dx_r}{dt_r}\right)_{\max} = \lambda_1 \left(2m\right)^{-1/4} , \qquad \lambda_1 \simeq 0.62 .$$
(4.15)

Последнее соотношение позволяет рассчитать коэффициент преобразования начальной энергии контура W_0 в кинетическую энергию ударника E_u — электромеханический КПД —

$$\eta_e = \frac{E_u}{W_0} = m \left(\frac{dx_r}{dt_r}\right)_{\max}^2 = \lambda_1^2 \sqrt{\frac{m}{2}} . \qquad (4.16)$$

Последнее соотношение, в частности, дает зависимость $\eta_e \sim U_0^{-1}$, о которой упоминалось в разделе 4.3.

Рассмотрим теперь предел бескочно большой приведенной массы $m \gg 1$, т.е. $M_u d_L^2 \gg L_\infty U_0^2 C^2$. Данный предел при фиксированных параметрах контура может быть реализован либо в случае массивного ударника $(M_u \to \infty)$, либо в случае малого зарядного напряжения $(U_0 \to 0)$. При этом ударник остается практически неподвижным $(x_r \ll 1 \text{ и } dx_r/dt_r \ll 1)$, и можно пренебречь членом $(dl/dx_r)(dx_r/dt_r)$ в первом уравнении (4.14), а приведенную индуктивнось считать постоянной $l \simeq l_0$. Тогда для тока в цепи имеем (считаем что диссипация энергии достаточно слабая, т.е. $\gamma^2 < 4l_0$)

$$I_r(t_r) = -\frac{dq}{dt_r} = \frac{1}{w_{r,0}} \exp\left(-\frac{\gamma}{2}\frac{t_r}{l_0}\right) \sin\left(\frac{w_{r,0}}{l_0} t_r\right) , \qquad (4.17)$$

где $w_{r,0} = \sqrt{l_0 - \gamma^2/4}$. Приобретаемая ударником скорость определяется интегралом второго уравнения системы (4.14) —

$$m \, \frac{dx_r}{dt_r} = \frac{\Delta l}{2} \int_0^{t_r} I_r^2 dt_r \, . \tag{4.18}$$

В соответствие с особенностями используемой экспериментальной установки (ток может течь лишь в одном направлении) интегрирование будем проводить только по первому полупериоду



Рисунок 4.20: Зависимость электромеханического КПД от приведенной массы разгоняемого ударника. Штриховые линии — асимптотики при $m \to 0$ (линия 1, ур. (4.16)) и $m \to \infty$ (линия 2, ур. (4.19)).

тока, т.е. до момента времени $t_r = \pi l_0 / w_{r,0}$. Для скорости ударника и электромеханического КПД к концу полупериода получим

$$\left(\frac{dx_r}{dt_r}\right)_{\max} = \frac{\lambda_2}{m} , \qquad \eta_e = \frac{\lambda_2^2}{m} , \qquad \lambda_2 = \frac{\Delta l}{4\gamma} \left[1 - \exp\left(\frac{-\pi\gamma}{w_{r,0}}\right)\right] . \tag{4.19}$$

Второе из представленных соотношений, в частности, дает зависимость $\eta_e \sim U_0^2$, которая наблюдается на рис. 4.10.

Таким образом, электромеханический КПД при $m \to \infty$ стремится к нулю как m^{-1} и при $m \to 0$ как $m^{1/2}$. Между этими предельными режимами зависимость $\eta_e(m)$ необходимо должна пройти через максимум [28]. В результате численного решения системы (4.14) установлено (см. рис. 4.20), что максимальное значение КПД $\eta_{e,*} \simeq 32\%$ соответствует приведенной массе ударника $m_* \simeq 12$, что согласуется с оценками работы [28]. Зависимость массы разгоняемого ударника, соответствующей максимально возможному электромеханическому КПД, от величины зарядного напряжения: $M_{u,*} = m_* (L_{\infty}C^2/d_L^2) U_0^2$, показывает, что при напряжении $U_0 = 2.0$ кВ оптимальная масса ударника составляет порядка 0.2 кг. При этом путь, проходимый ударником к концу стадии разгона составил бы $\Delta x \simeq 6$ см, а его скорость $v \simeq 117$ м/с. Отметим также, что согласно численному решению путь ударника может быть значительно сокращен без существенных энергетических потерь. Так, для достижения КПД значения $\eta_e = 30\%$ достаточно расстояния $\Delta x \simeq 2.3$ см.

В реальной установке столь существенное уменьшение массы ударника невозможно ввиду высоких требований, предъявляемых к его прочностным качествам. Используемый ударник с концентратором К1 при зарядном напряжении $U_0 = 2$ кВ соответствует значению $m_{exp} \simeq 312$, и соответственно, в четыре раза более низкому значению КПД $\eta_e(m_{exp}) \simeq 8\%$ (см. рис. 4.20). При этом путь, проходимый ударником к концу стадии разгона, составляет $\Delta x \simeq 3.2$ мм, а его скорость $v \simeq 12$ м/с.

Отметим также, что в области малых значений U_0 в соответствие с асимптотикой (4.19) скорость приобретаемая ударником квадратично зависит от зарядного напряжения $v \sim U_0^2$, что согласуется с анализом, проведенным в работах [17, 27]. В области высоких напряжений U_0 данная квадратичная зависимость в соответствие с выражениями (4.14) и (4.15) сменяется корневой зависимостью $v \sim \sqrt{U_0}$. Последнее связано с чрезмерно быстрым удалением ударника от индуктора, когда энергия накопителя (конденсаторной батареи) еще не успевает перейти в энергию магнитного поля.

4.5.2 Модель ударно-волнового уплотнения гранулированной среды

В момент соприкосновения ударника, движущегося со скоростью v_0 , с поверхностью гранулированной среды в последней инициируется распространение ударного фронта уплотнения со скоростью v_w , см. рис. 4.21. Определяющей величиной при одноосном уплотнении вдоль оси z (декартовой системы координат) является предельное значение z-компоненты тензора напряжений $p = -\sigma_{zz}$, начиная с которой стартует процесс пластичного течения уплотняемого тела. Величина p при этом выступает в качестве аналога упругого предела Гюгонио (Hugoniot Elastic Limit) для беспористых металлов [263]. Гранулированная среда в области 2 на рис. 4.21 находится в состоянии покоя. Поэтому в соответствие с законами сохранения массы и импульса на сильном разрыве [259] при $z = z_w$ соотношения, определяющие скорость движения фронта волны уплотнения и состояние среды после прохождения фронта, имеют вид

$$v_w = \frac{dz_w}{dt} = v \left. \frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \right|_{z=z_w}, \qquad p_2(z_w) - p_1(z_w) = v^2 \left. \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 - \rho_1} \right|_{z=z_w}, \tag{4.20}$$

где v — текущая скорость ударника, ρ_1 и ρ_2 — плотности (размерные) порошка в областях по разные стороны ударного фронта (рис. 4.21), $p_1 = p(\rho_1)$, $p_2 = p(\rho_2)$. Отметим, что данные соотношения описывают как движение фронта сверху вниз, когда $\rho_1 > \rho_2$, $v_w < 0$ и $p_1 > p_2$, так и обратное движение, когда $\rho_1 < \rho_2$, $v_w > 0$ и $p_1 < p_2$. Торможение ударника при движении ударного фронта по уплотняемой среде определяется законом сохранения полного импульса системы. Так, при движении ударного фронта вниз $(v_w < 0)$ можем записать

$$(M_u + m_{p,1})v = M_u v_* + S \int_{t_*}^t p_2(t)dt , \qquad m_{p,1} = m_p - S_p \int_0^{z_w} \rho_2(z) dz , \qquad (4.21)$$

где t_* — время отделения ударного фронта от ударника, $v_* = v(t_*)$, $m_p = m_{p,1} + m_{p,2}$ — масса уплотняемого порошка, S_p — площадь прессовки. Для обратного хода, когда $v_w > 0$, закон сохранения импульса (4.21) принимает вид

$$(M_u + m_{p,1}) v = (M_u + m_p) v_* + S_p \int_{t_*}^t p_2(t) dt , \qquad (4.22)$$

где t_* — время отхода ударного фронта от нижнего основания, $v_* = v(t_*)$. В соотношениях (4.21) и (4.22) мы пренебрегаем действием сил трения на боковых поверхностях. Последнее оправдано при небольших высотах начальной засыпки прессуемого порошка.

Для замыкания системы (4.20), (4.21) (или (4.22)) использовано материальное уравнение (3.10)–(3.12) для порошка Р4. Поскольку засыпная пористость нанопорошка Р4 в разделе 3.2 (также как и в работе [A21], где он обозначен α -IAM) выше начальной пористости в проведенных экспериментах по ударному компактированию ($\theta_0 \simeq 43.8\%$ [A5]), построенное уравнение состояния (3.10) было отнормировано введением постоянной поправки к уровню напряжений, так чтобы начальное состояние соответствовало условию $p(\theta_0) = 0$. Наклон кривой $p(\theta)$ при такой перенормировке неизменен, и в частности, скорость распространения слабых возмущений при $\theta = \theta_0$ составляет $\sqrt{dp/d\rho_d} \simeq 1200$ м/с.

В моменты достижения фронтом контактных границ с верхним и нижним пуансонами происходит его распад. Будем полагать, что скачек параметров состояния среды, обусловленный прохождением волнового фронта, для материала пуансонов не выходит за рамки области линейной упругости, т.е. $\Delta p_{pu} = v_{s,pu}^2 \Delta \rho_{pu}$, где $v_{s,pu}$ и ρ_{pu} — скорость звука и плотность, характеризующие материал пуансонов. В результате решения задачи о распаде ударного фронта [259] на верхней контактной границе имеем:

$$\tilde{v} = v - \frac{\tilde{p}_1 - p_1}{\sqrt{Z_p^2 + \rho_{pu} \left(\tilde{p}_1 - p_1\right)}}, \qquad \tilde{p}_1 - p_2 = \frac{\tilde{\rho}_1 \rho_2}{\tilde{\rho}_1 - \rho_2} \,\tilde{v}^2 \,, \tag{4.23}$$

где \tilde{v} — скорость движения вещества в области 1 за отраженным фронтом, p_1 — давление в области 1 до прихода волнового фронта, \tilde{p}_1 — после распада на границе с пуансоном, $Z_p = \rho_{pu} v_{s,pu}$ — удельное акустическое сопротивление пуансонов. Соотношения (4.23) определяют состояние уплотняемой среды после отражения фронта, т.е. параметры $\tilde{\rho}_1$, \tilde{p}_1 , и



Рисунок 4.21: Схематичное изображение распространения ударной волны по порошковому материалу.

Рисунок 4.22: Конечная пористость уплотняемого материала в зависимости от величины зарядного напряжения накопителя энергии. Точки — эксперимент; сплошная линия — теоретический расчет с коэффициентом $\alpha_w = 0.5$; пунктирные линии — теоретический расчет с $\alpha_w = 1.0 / 1/, 0.0 / 2/,$ и при идеальном отражении на всех контактных границах /3/; штриховые линии — зависимость, определяемая численным решением системы (4.34) /4/, и аналитическим выражением (4.40) /5/.

приобретаемую материалом пуансона в приконтактной области скорость \tilde{v} . Неидеальность отражения волнового фронта от пуансона будем учитывать посредством перенормировки в момент отражения скорости движения ударника с верхним пуансоном $v_{new} = \tilde{v}$.

Аналогично формулам (4.23) для распада сильного разрыва при первоначальном касании ударником уплотняемой среды можем записать

$$\tilde{v}_0 = v_0 - \frac{p_1}{\sqrt{Z_p^2 + \rho_{pu} p_1}} , \qquad p_1 = \frac{\rho_1 \rho_{d,0}}{\rho_1 - \rho_{d,0}} \tilde{v}_0^2 , \qquad (4.24)$$

и при распаде ударного фронта на нижней контактной границе

$$v_m = \frac{\tilde{p}_2 - p_2}{\sqrt{Z_p^2 + \rho_{pu} \left(\tilde{p}_2 - p_2\right)}} , \qquad \tilde{p}_2 - p_1 = \frac{\tilde{\rho}_2 \rho_1}{\tilde{\rho}_2 - \rho_1} \left(v - v_m\right)^2 , \qquad (4.25)$$

где v_m — скорость, приобретаемая контактной границей. На первый взгляд, неидеальное отражение волнового фронта от нижнего основания необходимо учитывать аналогично неидеальному отражению от верхнего пуансона, перенормируя скорость ударника $v_{new} = v - v_m$. Однако, между нижней и верхней границами существует принципиальное различие. Ударник с верхним пуансоном вследствие частичного проникновения в них ударной волны могут из-

менить скорость своего движения, вплоть до обратного движения при упругом отскоке от порошка. Нижнее же основание несмотря на незначительные колебания в процессе прессования к концу процесса должно сохранить свое положение. Последнее означает, что прошедший в нижний пуансон вследствие неидеального отражения ударный фронт тем или иным способом обязан вернуться обратно к уплотняемому телу, частично вернув таким образом унесенную энергию (энергией упругой деформации материала пуансонов, равно как и ударника, мы пренебрегаем). Таким образом, учет "неидеальности" отражения волнового фронта на границе с нижним основанием за счет перенормировки скорости, аналогичной неидеальному отражению о верхний пуансон, в рамках сформулированной модели является недопустимым, и как следствие, приводит к неоправданно заниженному уплотнению по сравнению с экспериментом (см. рис. 4.22, линия 1). Частичный возврат энергии можно учесть за счет поправочного множителя $\alpha_w < 1$, так что перенормировка скорости при распаде ударного фронта на границе с нижним основанием принимает вид $v_{new} = v - \alpha_w v_m$.

Рис. 4.22 показывает, что наилучшее согласие с экспериментом достигается при $\alpha_w \simeq 0.5$ (линия 4). Полное же пренебрежение потерями энергии на нижней контактной границе ($\alpha_w = 0$, линия 2) приводит к необоснованно завышенному уплотнению. Аналогичные модели ударноволнового прессования, но в рамках идеального отражения на границах уплотняемого тела, ранее использовались в работах [240, 264, 265]. При малом скачке плотности на ударном фронте, что хорошо соответствует условиям проведенных экспериментов, идеальность отражения на границах подразумевает, что начальная (к моменту удара) кинетическая энергия ударника практически без потерь переходит в энергию сжатия уплотняемой среды. Соответствующий этому режиму расчет (линия 3 на рис. 4.22) демонстрирует существенно более высокое уплотнение (низкую конечную пористость), чем достигаемое в эксперименте.

Помимо конечного состояния уплотняемой среды важнейшей характеристикой реализуемого процесса является эффективность использования кинетической энергии ударника E_u . Определим ударно-волновой к.п.д. η_w как отношение работы по уплотнению порошка A_p к величине E_u , так что

$$\eta_w = \frac{A_p}{E_u}, \qquad A_p = m_p \int \frac{p}{\rho_d^2} d\rho_d , \qquad E_u = \frac{M_u}{2} v_0^2 .$$
 (4.26)

Численные расчеты в рамках развитой модели показывают (см. рис. 4.23), что ударноволновой к.п.д. незначительно снижается с ростом зарядного напряжения. Последнее связано с ростом энергетических потерь на разогрев уплотняемой среды. Помимо ударно-волнового к.п.д. η_w на рис. 4.23 представлены электромеханический КПД η_e и общий КПД всего процесса



Рисунок 4.23: Эффективность преобразования стартовой энергии накопителя в кинетическую энергию ударника, т.е. электромеханический КПД η_e (штриховая линия), эффективность преобразования энергии ударника в работу по уплотнению компакта, т.е. КПД ударно-волнового прессования η_w (пунктирная линия), и общий КПД $\eta_p = \eta_e \eta_w$ (сплошная линия) в зависимости от зарядного напряжения.

Рисунок 4.24: Распределение пористости по высоте прессовки при $U_0 = 5$ кВ. Штриховая линия — пористость после предпоследнего прохода ударной волны, пунктирная линия — среднее значение пористости.

 $\eta_p = \eta_e \eta_w$. Для зарядного напряжения $U_0 = 2$ кВ величина η_w составляет $\simeq 8.5\%$, а величина общего КПД — $\eta_p \simeq 0.7\%$. Видно, что увеличение U_0 должно приводить к росту общего к.п.д. за счет значительного увеличения эффективности преобразования энергии на стадии разгона ударника. Максимальное значение η_p равное $\simeq 1.3\%$ соответствует $U_0 \simeq 5$ кВ. Расчетная скорость, приобретаемая ударником при таком зарядном напряжении, составила бы порядка 50 м/с, а конечная пористость компакта $\theta \simeq 26.9\%$, что практически соответствует максимально плотной укладке недеформируемых шаров. В реальных экспериментах [A5], однако, столь высокие значения зарядного напряжения, во-первых, не могут быть реализованы на используемой емкостной батарее, а во-вторых, приводят к разрушению конструктивных частей пресса, в первую очередь, концентратора. Поэтому экспериментальные данные на рис. 4.22 ограничены значение $U_0 = 2.0$ кВ.

На рис. 4.24 представлено расчетное распределение пористости по высоте уплотняемого тела соответствующее зарядному напряжению $U_0 = 5$ кВ. На предпоследнем проходе ударная волна уплотнения движется от верхнего пуансона в нижнему, что соответствует перемещению от точки A к B на рис. 4.24. В точке B происходит отражение ударного фронта от нижнего пуансона, при котором скачком уменьшается пористость ($B \to C$). Затем ударный фронт движется вверх вплоть до точки D, где происходит исчезновение фронта, связанное с

обращением в ноль скачка плотности и скорости движения ударника. Рис. 4.24 демонстрирует, что несмотря на ударно-волновой режим прессования конечная прессовка характеризуется достаточно однородным распределением плотности (пористости). Так, даже при $U_0 = 5$ кВ отклонения пористости от среднего значения не превышают 0.01%. Итоговая однородность уплотнения гранулированной среды позволяет предложить более простой способ математического описания процесса прессования, реализации которого посвящен следующий раздел.

4.5.3 Уплотнение гранулированной среды ударной волной малой амплитуды

Рассмотрим ситуацию, когда, во-первых, скорость налетающего ударника $v_0 \ll v_s$, где $v_s = \sqrt{\partial p/\partial \rho_d}$ — скорость распространения слабых возмущений в уплотняемой среде, вовторых, масса уплотняемого порошка много меньше массы ударника, т.е. $m_r = m_p/M_u \ll 1$, в-третьих, высота прессовки достаточно мала, чтобы можно было пренебречь неоднородностью уплотнения, и в-четвертых, удельное волновое сопротивление пуансонов Z_p достаточно высоко, так что $\phi_z = \rho_d v_s/Z_p \ll 1$. Так, при характерном для эксперимента зарядном напряжении U = 2 кВ имеем: $v_0/v_s \simeq 0.01$; характерное значение параметра $m_r = m_{r,exp} \simeq 0.0012$; начальная высота прессовки составляет порядка 4 мм при диаметре 30 мм, что соответствует практически однородному уплотнению (см. рис. 4.24); и значение параметра $\phi_z \simeq 0.058$. В этих условиях задача о прессовании гранулированной среды в ходе многократных пробегов волнового фронта может быть сведена к решению обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, которое при слабом уплотнении ($\rho - \rho_0 \ll \rho_0$) может быть решено аналитически. Покажем это.

На рис. 4.25 представлена типичная временная развертка положений ударника и волнового фронта в ходе полутора циклов уплотнения. Полагая скачек плотности порошка ρ_d при переходе через фронт ударной волны малым, получаем, что за время одного цикла $(t_1 \rightarrow t_3)$

$$\Delta t = t_3 - t_1 \simeq \frac{2m_p}{S_p \rho_d v_s} \tag{4.27}$$

изменение плотности составляет

$$\Delta \rho_d \simeq 2\rho_d \, \frac{v}{v_s} \,. \tag{4.28}$$

Оценим теперь изменение скорости ударника $\Delta v = v_k - v_n$, где $v_n = (v_1 + v_2)/2$ и $v_k = (v_3 + v_4)/2$ (см. рис. 4.25), в течение того же промежутка времени Δt . Во-первых, изменение



Рисунок 4.25: Один цикл уплотнения, состоящий в пробеге ударным фронтом (линия 2) от ударника (линия 1) к основанию (z = 0) и обратно, при зарядном напряжении U = 2 кВ.

Рисунок 4.26: Изменение плотности компактируемого материала в зависимости от скорости ударника при зарядном напряжении $U_0 = 2 \text{ kB} (v_0 \simeq 12 \text{ м/c})$. Сплошная (ломаная) линия — строгое решение задачи в рамках соотношений (4.20) – (4.25), штриховая линия — численное решение системы (4.34), пунктирная линия — уравнение (4.40).

скорости связано с изменением импульса системы "ударник+порошок" ввиду взаимодействия с нижним основанием:

$$M_u \Delta v' = -S_p \int_{t_1}^{t_2} p_2 dt - S_p \int_{t_2}^{t_3} p_3 dt , \qquad (4.29)$$

что дает

$$\Delta v' \simeq -\frac{S_p p_2}{M_u} \frac{\Delta t}{2} - \frac{S_p p_3}{M_u} \frac{\Delta t}{2} \simeq -2m_r \frac{p}{\rho_d v_s} . \tag{4.30}$$

Во-вторых, изменение скорости ударника связано с неидеальностью отражения ударной волны от границ порошкового тела в моменты t_1 , t_2 и t_3 . В соответствие с соотношениями (4.23), (4.25) в первом порядке малости имеем

$$v_2 - v_1 \simeq -2\phi_z v_n$$
, $v'_3 - v'_2 \simeq -2\phi_z v \alpha_w$, $v_4 - v_3 \simeq -2\phi_z v_k$, (4.31)

откуда можем записать

$$\Delta v'' = \frac{v_2 - v_1}{2} + (v'_3 - v'_2) + \frac{v_4 - v_3}{2} \simeq -2\phi_z \left(1 + \alpha_w\right) v .$$
(4.32)

Объединяя (4.30) и (4.32) получим

$$\Delta v = \Delta v' + \Delta v'' \simeq -2\phi_z \left(1 + \alpha_w\right) v - 2m_r \frac{p}{\rho_d v_s} .$$
(4.33)

В силу принятых изначально приближений изменения плотности и скорости являются малыми, т.е. $\Delta \rho_d \ll \rho_d$, $\Delta v \ll v$. Это позволяет отождествить разностные отношения $\Delta \rho_d / \Delta t$ и $\Delta v / \Delta t$ с соответствующими производными по времени. В итоге получаем систему дифференциальных уравнений

$$\frac{d\rho_d}{dt} \frac{m_p}{S_p} = \rho_d^2 v ,$$

$$\frac{dv}{dt} \frac{m_p}{S_p} = -\phi_z \left(1 + \alpha_w\right) \rho_d v_s v - m_r p ,$$
(4.34)

с начальными условиями: $v(0) = v_0$, $\rho_d(0) = \rho_{d,0}$. Заметим, что если время является незначащим параметром, то оно легко может быть исключено из системы (4.34), и для расчета зависимости $\rho_d(v)$ получаем обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. О взаимном расположении зависимостей $\rho_d(v)$, соответствующих точному решению задачи в рамках соотношений предыдущего раздела и решению системы (4.34), позволяет судить рис. 4.26. Ввиду скачкообразного уменьшения скорости ударника при каждом выходе ударной волны на границу порошкового тела результат точного решения имеет вид ломаной ступенькообразной кривой. С уменьшением скорости ударника верхняя и нижняя огибающие этих "ступенек" сходятся к общему пределу, определяющему конечную плотность прессовки. Результат решения системы (4.34) на протяжении всего процесса с высокой точностью характеризует среднее значение плотности порошка. Конечная пористость уплотняемого порошка, определяемая численным решением системы (4.34), практически совпадает с точным решением задачи. Так, при максимальном $U_0 = 5$ кВ, различие по конечной пористости не превышает 0.15% по абсолютной величине.

В области малых значений зарядного напряжения, согласно проведенному во втором разделе анализу, скорость ударника к началу прессования $v_0 \sim U_0^2$. Следовательно, запасаемая ударником кинетическая энергия $(M_u v_0^2/2)$ быстро убывает с уменьшением U_0 , что соответствует слабому конечному уплотнению гранулированной среды, т.е. $\rho_d - \rho_{d,0} \ll \rho_{d,0}$ (где $\rho_{d,0}$ — начальная плотность), $v_s \simeq v_{s,0} = v_s(\rho_{d,0}), p \simeq v_{s,0}^2(\rho_d - \rho_{d,0}), \phi_z \simeq \phi_{z,0}$ и т.д. Последнее



Рисунок 4.27: Решения системы (4.36) при различных значениях параметра m_r . Линия 1 — $m_r = 5m_{r,*}, 2 - m_{r,*}, 3 - m = m_{r,exp}, 4 - m_{r,*}/5.$

позволяет линеаризовать систему (4.34). Переходя к безразмерным переменным

$$t_r = t \, \frac{S_p \rho_{d,0} v_{s,0}}{m_p} \,, \qquad y = \frac{\rho_d - \rho_{d,0}}{\rho_{d,0}} \,, \qquad x = \frac{v}{v_{s,0}} \,, \tag{4.35}$$

получаем

$$\frac{dy}{dt_r} = x ,$$

$$\frac{dx}{dt_r} = -\phi_{z,0} \left(1 + \alpha_w\right) x - m_r y .$$
(4.36)

Заметим, что точка (x, y) = (0, 0) является особой точкой линеаризованной системы (4.36). Характер особенности определяется соотношением параметров m_r и $\phi_{z,0}$. Дискриминант характеристического уравнения данной системы $(D = \phi_{z,0}^2(1 + \alpha_w)^2 - 4m_r)$ обращается в ноль при $m_r = m_{r,*} = \phi_{z,0}^2(1 + \alpha_w)^2/4$. Особая точка представляет собой узел $m_r \leq m_{r,*}$ $(D \geq 0,$ оба корня характеристического уравнения отрицательны), и фокус при $m_r > m_{r,*}$ (D < 0). Различные типы решений системы (4.36) продемонстрированы на рис. 4.27. В частности, для условий эксперимента $m_{r,*} \simeq 0.0019 > m_{r,exp}$, и мы имеем узел.

Ввиду близости экспериментального значения $m_{r,exp}$ к критической величине $m_{r,*}$ и очевидной возможности изменения $m_{r,exp}$ все допустимые типы решений (узел и фокус) могут оказаться актуальны. Выпишем их. Имеем при $m_r < m_{r,*}$ (D > 0, yзел) —

$$x(t_r) = A(t_r) \left[\cosh\left(t_r \sqrt{D}/2\right) - \phi_{z,0}(1+\alpha_w) D^{-1/2} \sinh\left(t_r \sqrt{D}/2\right) \right],$$

$$y(t_r) = 2A(t_r) D^{-1/2} \sinh\left(t_r \sqrt{D}/2\right),$$
(4.37)

при $m_r = m_{r,*}$ (D = 0, yзел) —

$$x(t_r) = A(t_r) \left[1 - \frac{1 + \alpha_w}{2} \phi_{z,0} t_r \right], \qquad y(t_r) = t_r A(t_r),$$
(4.38)

при $m_r > m_{r,*}$ (D < 0, фокус) —

$$x(t_r) = A(t_r) \left[\cos\left(t_r \sqrt{-D}/2\right) - \phi_{z,0}(1+\alpha_w) (-D)^{-1/2} \sin\left(t_r \sqrt{-D}/2\right) \right],$$

$$y(t_r) = 2A(t_r) (-D)^{-1/2} \sin\left(t_r \sqrt{-D}/2\right),$$
(4.39)

где использовано обозначение $A(t_r) = x_0 \exp \left[-\phi_{z,0}(1+\alpha_w)t_r/2\right].$

Полученные решения имеют физический смысл в первой четверти тригонометрического круга. Процесс уплотнения заканчивается в момент $t_r = t_{r,k}$, когда обращается в ноль производная dy/dt_r , и достигается значение $y_k = y(t_{r,k})$. Дифференцируя представленные решения, получим

$$\frac{y_k}{x_0} = \begin{cases}
\frac{1}{\sqrt{m_r}} \exp\left[-\frac{\operatorname{Arth}\left(\sqrt{1-m_{\phi}}\right)}{\sqrt{1-m_{\phi}}}\right], & \left(m_{\phi} = \frac{4m_r}{\phi_{z,0}^2(1+\alpha_w)^2} < 1\right), \\
\frac{2}{e\phi_{z,0}(1+\alpha_w)}, & \left(m_{\phi} = 1\right), \\
\frac{1}{\sqrt{m_r}} \exp\left[-\frac{\arctan\left(\sqrt{m_{\phi}-1}\right)}{\sqrt{m_{\phi}-1}}\right], & \left(m_{\phi} > 1\right).
\end{cases}$$
(4.40)

Данное соотношение связывает конечное состояние компакта ($y_k = (\rho_{d,end} - \rho_{d,0})/\rho_{d,0}$) со скоростью налетающего ударника ($x_0 = v_0/v_{s,0}$), массами ударника и порошка ($m_r = m_p/M_u$) и начальным отношением акустических сопротивлений порошка и пуансонов ($\phi_{z,0} = \rho_0 v_{s,0}/Z_p$). В частности, видно, что в пределе бесконечно малого количества уплотняемого порошка, когда $m_r \to 0$, достигается в e/2 раз более высокое относительное уплотнение, чем при $m_r = m_{r,*}$. Вдвое больший эффект можно достичь уменьшая отношение акустических сопротивлений, т.е. в пределе $\phi_{z,0} \to 0$ при постоянной массе порошка. Как показывает рис. 4.22, соотношение (4.40) позволяет корректно воспроизводить конечную пористость уплотняемого порошка вплоть до величины зарядного напряжения емкостного накопителя $U_0 \simeq 2$ кВ (скорость ударника $v_0 \leq 12$ м/с), ощутимо отклоняясь от точного решения лишь при больших U_0 (или v_0).

Для к.п.д. ударно-волнового прессования (4.26) в приближении слабого уплотнения гранулированной среды получаем

$$\eta_w = m_r \left(y_k / x_0 \right)^2. \tag{4.41}$$

При значениях параметров m_r и $\phi_{z,0}$, соответствующих условиям проведенных экспериментов, соотношения (4.40) и (4.41) дают $\eta_w \simeq 9.7\%$ (см. рис. 4.23). Отметим, что в рамках модели (4.36) ударно-волновой к.п.д. не зависит от начальной скорости ударника и, как следствие, от зарядного напряжения. Ввиду используемого приближения "слабого" фронта, полученное значение является, естественно, верхней оценкой к.п.д. Все "потери" начальной энергии ударника связаны лишь с неидеальностью отражения волнового фронта на границах уплотняемой среды. В частности, при $\phi_{z,0} \to 0$ (идеальное отражение без потерь) получим $y_k \simeq x_0/\sqrt{m_r}$, и $\eta_w \to 1$. Отметим также, что в соответствие с формулами (4.40) и (4.41) уменьшение массы уплотняемого порошка снижает эффективность процесса: в пределе $m_r \to 0$ имеем $\eta_w = (1/4)(m_r/m_{r,*})$. Последнее связано с уменьшением толщины порошкового слоя и увеличением частоты распада волнового фронта на контактных поверхностях.

4.6 Уплотнение гранулированного материала серией ударных волн малой амплитуды

В предыдущем разделе проанализировано уплотнение порошкового тела посредством однократного ударного воздействия. Использование ударного фронта малой амплитуды не имеет негативных последствий, характерных для ударно-волновых способов компактирования [16, 260-262] и связанных с быстрой разгрузкой за фронтом ударной волны, либо с появлением областей с растягивающими напряжениями. Однако, как показало проведенное исследование достигаемое уплотнение порошка при этом составляет всего около 8% от начальной плотности (см. рис. 4.26). Поэтому однократное ударное воздействие малой амплитуды можно рассматривать лишь в качестве предварительной подготовки порошка для последующих способов консолидации.

В настоящем разделе также изучается воздействие на порошковое тело ударными волнами малой амплитуды. Однако благодаря многократному характеру данного воздействия его, как будет показано, уже можно рассматривать в качестве самостоятельного способа компактирования. Представлены численные расчеты ударно-волнового уплотнения нанопорошков в зависимости от количества нанесенных ударов. Аналитически установлена граница максимально достижимого уплотнения при многократном ударном воздействии на гранулированный материал в условиях фиксированной начальной скорости налетающего ударника.

4.6.1 Описание состояний порошка в пластичной и упругой областях

В соответствие с установленными уравнениями поверхностей нагружения порошковых материалов (3.10)–(3.12) аппроксимируем (для упрощения анализа в данном разделе) зависимость предела текучести $p(\theta)$ выражением

$$p(\theta) = p_0 + v_{s,0}^2 \rho_g \sqrt{\frac{\theta_0}{\theta}} \left(\theta_0 - \theta\right) \left[1 + \sum_i a_i \left(\theta_0 - \theta\right)^i\right].$$
(4.42)

где θ_0 , p_0 , $v_{s,0} = \sqrt{(dp/d\rho_d)|_{\theta_0}}$ — начальные значения, соответственно, пористости, предела текучести и скорости распространения слабых волн уплотнения. В частности, для используемых нанопорошков: $\theta_0 = 75.2\%$, $v_{s,0} = 169$ м/с, $p_0 = 12$ МПа, $a_1 = 164.4$, $a_2 = -251.4$, $a_4 = 206.9$ (порошок P1); $\theta_0 = 63.1\%$, $v_{s,0} = 1030$ м/с, $p_0 = 513$ МПа, $a_1 = 0.9230$ (порошок P2); $\theta_0 = 43.8\%$, $v_{s,0} = 1171$ м/с, $p_0 = 0$, $a_1 = 1.0791$ (порошок P4). Все не указанные коэффициенты a_i равны нулю. В качестве начальной пористости для порошков P1 и P2 использованы состояния, начиная с которых кривые $p(\theta)$ эмпирических уравнений состояний имеют положительную кривизну, т.е. $(d^2p/d\theta^2) > 0$. Последнее условие необходимо для существования ударных волн [259, 266]. Для порошка P4 начальная пористость выбрана в соответствие с условиями проведенных экспериментов по однократному ударно-волновому прессованию.

Зависимость $p(\theta)$, описываемая ур. (4.42), соответствует состояниям пластичного уплотнения. После прохождения ударной волны порошковое тело испытывает разгрузку от упругих напряжений — см. стадии упругой разгрузки, разделы 2.3.2 и 2.7.1. Повторное и последующие нагружения ударными волнами помимо пластичного уплотнения порождают т.н. упругий предвестник (elastic precursor, [266]), который, в частности, возвращает порошковое тело (после разгрузки) на уровень пластичного уплотнения. Поэтому для полного описания поведения изучаемого тела при многократном ударном воздействии зависимость (4.42) должна быть дополнена зависимостью напряжений от пористости в упругой области $p_{elast}(\theta)$. Анализ модельных систем в главе 2 показал, что на стадиях упругой разгрузки нанопорошки, по крайней мере, при высоких давлениях, свыше 1 ГПа, демонстрируют нелинейное поведение (см. рис. 2.16–2.17). Мы, однако, для проведения качественного анализа в данном разделе ограничимся для простоты линейной зависимостью в упругой области:

$$p_{elast}\left(\theta\right) = p_n + c_s^2 \rho_g \left(\theta_n - \theta\right), \qquad (4.43)$$

где p_n , θ_n характеризуют достигнутый предел текучести. Продольная скорость звука $c_s = \sqrt{dp/d\rho_d}$, т.е. скорость распространения слабых волн уплотнения в упругой области параметров состояния, связана с упругими модулями материала [70]

$$c_s = \sqrt{\frac{1}{\rho_d} \left(K_p + \frac{4}{3} G_p \right)},\tag{4.44}$$

где модуль объемной упругости K_p и модуль сдвига G_p пористого тела зависят от модуля сдвига твердой фазы G (материал гранул или каркаса пористого тела) и текущей пористости

$$K = 2G\psi(\theta), \qquad G_p = G\phi(\theta) , \qquad (4.45)$$

а функции $\psi(\theta)$ и $\phi(\theta)$ определяются соотношениями (3.11). Для оценки скорости звука материал гранул будем считать практически несжимаемым, так что коэффициент Пуассона $\nu = 1/2$ и модуль Юнга E = 3G (= 382 ГПа для оксида алюминия [89]). В итоге получаем

$$c_s = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{E}{\rho_g}} \sqrt{\frac{1}{\theta} + \frac{\theta}{2}} \left(1 - \theta\right)^{1/3}.$$

$$(4.46)$$

Расходимость функции $c_s(\theta)$, определяемой выражением (4.46), при $\theta \to 0$ обусловлена использованием приближения несжимаемости материала гранул [12, 13]. Последнее заведомо не выполняется для состояний с малой пористостью. Естественным порогом применимости данного приближения в случае оксидных нанопорошков, состоящих из жестких, практически недеформируемых, гранул, является максимально плотная упаковка несжимаемых сфер с пористостью $\theta_{hex} = 1 - \pi/(3\sqrt{2}) \simeq 26\%$. При меньших уплотнениях, т.е. при $\theta > \theta_{hex}$, можно ожидать, что соотношение (4.46) дает вполне разумные значения продольной скорости звука.

Модельные уравнения состояния исследуемых нанопорошков, определяемые соотношениями (4.42) и (4.43), представлены на рис. 4.28. Область упругой деформации как в начальном состоянии, так и после некоторого уплотнения (см. штриховую и штрих-пунктирную линии на рис. 4.28), изображается почти вертикальными линиями. Это связано с малостью диапазонов упругого изменения пористости $\Delta \theta_{el}$ по сравнению с пластичным уплотнением.



Рисунок 4.28: Модельные уравнения состояния исследуемых нанопорошков. Сплошная линия — порошок Р1, штриховая — Р2, пунктирная — Р4. Штрих-пунктирная линия — область упругой деформации порошка Р1 при $\theta_n = 0.3$.

Рисунок 4.29: Схематичное изображение распространения двух ударных фронтов (упругий предвестник и фронт пластического сжатия) по порошковому материалу.

4.6.2 Модель ударно-волнового уплотнения гранулированной среды

В момент соприкосновения ударника, движущегося со скоростью v_0 , с поверхностью порошка возникают ударные волны сжатия, движущиеся от контактной границы как внутрь ударника, что приводит в итоге к его торможению, так и внутрь гранулированного материала [259, 266]. Будем полагать, что все уплотнение порошка происходит на ударном фронте. Интенсивность ударных волн и скорость, приобретаемая контактной границей, определяются решением типичной задачи о распаде сильного разрыва. Для упрощения аналитических выкладок принимаются приближения, которые уже обсуждались в разделе 4.5.3. Во-первых, скорость ударника $v \ll v_s$; во-вторых, масса уплотняемого порошка много меньше массы ударника, т.е. $m_r = m_p/M_u \ll 1$, и, в-третьих, высота прессовки достаточно мала, чтобы можно было пренебречь неоднородностью уплотнения. Перечисленные приближения вполне характерны для выполненных экспериментов по ударно-волновому компактированию при магнитно-импульсном ускорении ударника [А5].

Тогда после соударения в зависимости от соотношения между скоростью налетающего ударника v_0 и достигнутым к текущему удару пределу упругости порошка $p_n = c_s^2 \Delta \rho_n$

возможны два различных сценария. Введем обозначение

$$v_b = \frac{p_n}{c_s \rho_n} \left(1 + \frac{c_s \rho_n}{Z_p} \right) , \qquad (4.47)$$

где Z_p — удельное акустическое сопротивление пуансонов, граничащих с порошком (на рис. 4.29 не показаны). В первом сценарии, при $v_0 > v_b$, в момент соударения скорость ударника, которая приравнивается скорости контактной границы, уменьшается до значения

$$v_0' = v_0 - \frac{v_0 v_{s,n} \rho_n + (c_s - v_{s,n}) c_s \Delta \rho_n}{Z_p + v_{s,n} \rho_n} , \qquad (4.48)$$

а в уплотняемой среде возникает два ударных фронта [266], см. рис. 4.29. Первый фронт — упругий предвестник — переводит порошковый материал на поверхность нагружения, с состоянием $p = p_n$. Второй — фронт пластического уплотнения — переводит материал из состояния p_n в состояние $p_1 > p_n$. Массовая скорость в промежуточной области между этими фронтами

$$v_3 = c_s \frac{\Delta \rho_n}{\rho_n} \ . \tag{4.49}$$

Отражаясь от нижнего основания упругий предвестник возвращается в виде встречного фронта пластичного уплотнения. Нижнее основание при этом приобретает скорость

$$v_m = v_3 \frac{(c_s + v_{s,n})\rho_n}{Z_p + v_{s,n}\rho_n} .$$
(4.50)

В предшествующем разделе было показано, что учет неидеальности отражения ударного фронта от нижнего основания требует перенормировки скорости движения всей системы на величину $\alpha_w v_m$ с коэффициентом $\alpha_w \simeq 0.5$. Таким образом, после отражения на нижнем основании скорость ударника v' и скорость промежуточной области v_3 редуцируются следующим образом

$$v'' = v' - \alpha_w v_m$$
, $v'_3 = v_3 - \alpha_w v_m$. (4.51)

После этого наступает стадия пластичного уплотнения порошкового тела, происходящего на двух ударных фронтах.

Во втором сценарии, при $v_0 \leq v_b$, в момент касания скорость ударника уменьшается до

значения

$$v_0' = v_0 \; \frac{Z_p}{Z_p + c_s \rho_n} \;, \tag{4.52}$$

а в уплотняемой среде возникает только один ударный фронт упругого сжатия, который не производит пластического уплотнения порошкового материала. Состояние среды после прохождения фронта лежит в упругой области. За счет отражения на нижней и верхней контактных границах упругий ударный фронт неоднократно проходит по порошку, постепенно подводя его к текущему уровню предела текучести. При достаточной начальной скорости ударника v_0 стадия упругого сжатия переходит в стадию пластичного уплотнения. Проанализируем, как происходит этот переход. Пусть на последнем «упругом» проходе скорость ударника v, давление под фронтом p_2 , над фронтом p_1 . Если ударный фронт движется вверх, то после отражения от верхней контактной границы вниз выходят, во-первых, упругий фронт со скоростью c_s и, во-вторых, фронт пластичного уплотнения со скоростью $v_{s,n}$. В промежуточной области, между ударными фронтами, среда находится на поверхности нагружения $(p = p_n)$ и имеет массовую скорость

$$v_3 = c_s \; \frac{\rho_n - \rho_2}{\rho_n} \; . \tag{4.53}$$

Скорость верхней контактной границы после расщепления ударного фронт
а v^\prime определяется выражением

$$v' = v - \frac{v(c_s + v_{s,n})\rho_n + c_s(c_s - v_{s,n})(\rho_n - \rho_2)}{Z_p + v_{s,n}\rho_n} .$$
(4.54)

После этого развитие событий в точности повторяет завершение упругой стадии в первом сценарии. Если же на последнем «упругом» проходе ударный фронт движется вниз, то после отражения от нижней контактной границы вновь возникают упругий фронт и фронт пластичного уплотнения, движущиеся вверх со скоростями c_s и $v_{s,n}$. Массовая скорость в промежуточной области равна

$$v_3 = v - c_s \; \frac{\rho_n - \rho_1}{\rho_n} \; , \tag{4.55}$$

а нижняя контактная граница после расщепления ударного фронта приобретает скорость

$$v_m = \frac{2c_s v \rho_n - v_3(c_s - v_{s,n})\rho_n}{Z_p + v_{s,n}\rho_n} , \qquad (4.56)$$

что требует перенормировки скоростей системы аналогично формулам (4.51). Скорость верхней контактной границы (т.е. скорость ударника) после расщепления последнего упругого фронта оказывается в итоге равна

$$v'' = v - \alpha_w v_m - \frac{(c_s + v_{s,n})(v' - v_3')\rho_n}{Z_p + v_{s,n}\rho_n} .$$
(4.57)

Таким образом, в обоих сценариях стадия пластичного уплотнения начинается при наличии двух ударных фронтов, движущихся навстречу друг другу. В рамках принятых приближений уплотнение материала каждым из фронтов дается выражением

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta v}{v_s} , \qquad (4.58)$$

где $\Delta \rho$ — скачек плотности, Δv — скачек массовой скорости на ударном фронте. Нетрудно убедиться, что в рамках приближения слабого ударного фронта (4.58) встречные волны не взаимодействуют друг с другом. Каждый из фронтов после момента встречи определяет такой же относительный скачек плотности, что и ранее. К моменту, когда фронты достигнут противоположных контактных границ, новое значение массовой скорости v'_3 и суммарное приращение плотности уплотняемой среды ρ_3 определяются соотношениями

$$v'_3 = v - v_3 , \qquad \frac{\Delta \rho_3}{\rho_3} = \frac{v}{v_s} .$$
 (4.59)

Скорость ударника с течением времени уменьшается в соответствие с законом сохранения импульса, который при $m_r \ll 1$ принимает вид

$$\Delta v = -\frac{S_p}{M_u} \int p_1 dt \simeq -\frac{m_r p_1}{v_s \rho_3} . \qquad (4.60)$$

Здесь используется то, что за время одного прохода ударных фронтов пластичного уплотнения по порошку $\Delta t = m_p/(S_p \rho_3 v_s)$ торможение ударника незначительно, и поэтому $p_1 \simeq const$. Затем верхний фронт испытывает отражение от верхней границы с ударником, вследствие чего скорость последнего уменьшается до величины

$$v' = v - \frac{2v_s\rho_3 \left(v - v_3\right)}{Z_p + v_s\rho_3} , \qquad (4.61)$$



Рисунок 4.30: Временная развертка скоростей ударника (верхняя линия) и массовой скорости в области 3 (нижняя линия) для порошка Р2 при $v_0 = 50$ м/с, $Z_p = Z_{p,exp}$, $m_r = 0.001$.

а нижний фронт — отражение от нижней границы, которая приобретает скорость

$$v_m = \frac{2v_s \rho_3 v_3}{Z_p + v_s \rho_3} \,. \tag{4.62}$$

И, наконец, после перенормировки скоростей ударника и промежуточной области в соответствие с выражениями (4.51) процесс повторяется. Причем, если в конце упругой стадии (во втором сценарии) первым возник фронт уплотнения, стартующий от нижнего основания, то очередность обсчета отражений обратная: сначала испытавает отражение нижний фронт с соответствующей перенормировкой, скоростей, затем — верхний.

Представленные выше соотношения показывают, что помимо индивидуальных характеристик компактируемого порошка, т.е. уравнений состояния (4.42), (4.43), управляющими параметрами процесса ударно-волнового компактирования являются: начальная скорость ударника v_0 , отношение масс порошка и ударника m_r и акустическое сопротивление пуансонов Z_p . Временные развертки характерных параметров процесса (скорости v и v_3 , достигнутое состояние по давлению), полученные в рамках сформулированной модели, продемонстрированы на примере порошка Р2 на рис. 4.30 и 4.31. В расчете использованы значения m_r и Z_p близкие к условиям проведения экспериментов по одноосному ударно-волновому компактированию [A5]: $m_{r,exp} \simeq 0.001, Z_{p,exp} \simeq 45 \text{ кг/(м²c)}$. Рисунки показывают результаты воздействия нескольких последовательных ударов при одинаковой скорости налетающего ударника, $v_0 = 50 \text{ м/c}$. Для

Рисунок 4.31: Временная развертка давления в уплотняемом порошке. Параметры расчета те же, что и на рис. 4.30. Штриховая линия — давление максимально достижимого уплотнения p_{\max} , при количестве ударов $N \to \infty$.

удобства начало каждого последующего удара совмещено с прекращением процессов, инициированных предшествующим ударом. Отметим, что для порошка P2 в отличие от порошков P1 и P4 (с пренебрежимо малым начальным пределом текучести p_0) двухфронтовой режим уплотнения реализуется уже на первом ударе, см. рис. 4.30. Исчезновение кривой $v_3(t)$, например, при $t \simeq 119$ мкс (на втором ударе), связано с вырождением одного из ударных фронтов, и переходом к однофронтовому режиму.

Одним из характерных признаков представленной теоретической модели является скачкообразное повышение давления *p*, оказываемого уплотняемым порошком на нижнее основание в ходе замедления ударника. Данный эффект действительно наблюдается при ударном прессовании порошков, что подтверждается экспериментальными осциллограммами нарастания давления [267].

По мере уплотнения порошка в результате произведенных ударов повышается величина его предела текучести и прессующего давления p. При фиксированной начальной скорости ударника v_0 , как показывает рис. 4.31, существует определенный предел — максимально достижимое для данной v_0 состояние, характеризуемое давлением $p = p_{\text{max}}$. Наличие предела p_{max} связано с тем, что скорость ударника в процессе упругого сжатия порошка падает до нуля еще до достижения уплотняемой средой поверхности текучести. Ограничение по величине достижимого давления может оказаться основным недостатком исследуемого способа компактирования порошков, т.е. многократного ударного воздействия волнами малой амплитуды. О существовании такого ограничения говорят и экспериментальные данные: согласно [17] продолжительные серии ударов по порошку "с малым усилием" приводили к незначительному уплотнению, которое использовалось лишь для предварительной подготовки порошка к более интенсивному воздействию. В следующем разделе мы аналитически найдем величину давления p_{max} , и тем самым установим все параметры, определяющие максимально достижимое состояние уплотняемого материала.

4.6.3 Максимальное уплотнение при многократном ударном воздействии

Оценим максимальное давление, которое может быть достигнуто при заданной скорости налетающего ударника в ходе достаточно большого (бесконечного) количества ударов. Если пренебречь тем фактом, что удары по порошку приводят к возбуждению ударных волн, и рассматривать процесс квазистатически, то максимальное давление определяется энергетическим баллансом [13]. А именно, прессование будет невозможно, если кинетической энергии



Рисунок 4.32: Максимальное давление, которое может быть достигнуто в процессе многократного ударного прессования, в зависимости от начальной скорости налетающего ударника для порошка Р2. Сплошная линия — численный расчет по соотношениям (4.64), (4.65), штриховая — ур. (4.68), пунктирная — ур. (4.69); $m_r = 0.001$, $Z_p = Z_{p,exp}$

Рисунок 4.33: Минимальное значение пористости, которое может быть достигнуто в процессе многократного ударного прессования, в зависимости от начальной скорости налетающего ударника для исследуемых нанопорошков (1 – P1, 2 – P2 и 3 – P4); $m_r = 0.001$; $Z_p = Z_{p,exp}$ (сплошные линии) и $Z_p = Z_w$ (штриховые линии).

налетающего ударника $E_u = M_u v_0^2/2$ окажется недостаточно для упругого сжатия порошка до уровня достигнутого к данному моменту предела текучести $p_n = p(\rho_n)$. Приравнивая E_u работе сжатия порошка в упругой области, нетрудно получить

$$p_{\max} = \frac{c_s \rho_n v_0}{\sqrt{m_r}} \ . \tag{4.63}$$

Однако, волновой характер уплотнения делает приведенную оценку максимального уплотнения неприменимой. Покажем это.

В области упругого состояния за один проход ударного фронта изменения плотности, предела текучести и скорости ударника, соответственно, составляют

$$\Delta \rho = \rho_n \frac{v}{c_s} , \qquad \Delta p = c_s \rho_n v , \qquad \Delta v = m_r \frac{p_1}{c_s \rho_n} . \tag{4.64}$$

Изменения скорости ударника при первоначальном касании порошка Δv_0 , при отражении на верхней Δv_1 и нижней Δv_2 границ даются выражениями

$$\Delta v_0 = v_n \frac{c_s \rho_n}{Z_p + c_s \rho_n} , \qquad \Delta v_1 = v \frac{2c_s \rho_n}{Z_p + c_s \rho_n} , \qquad \Delta v_2 = v \frac{2c_s \rho_n \alpha_w}{Z_p + c_s \rho_n} . \tag{4.65}$$

Суммирование величин $\Delta \rho$ и Δp по всем проходам ударного фронта дает конечное состояние уплотняемой среды: $p_{\text{max}} = \sum \Delta p$. Таким образом, соотношения (4.64), (4.65) после суммирования определяют однозначную взаимосвязь между начальной скоростью налетающего ударника и величиной p_{max} .

Зависимость $p_{\max}(v_0)$, рассчитанная численно, продемонстрирована на примере порошка Р2 на рис. 4.32. Если начальное состояние порошка перед ударом соответствует более высокому давлению, т.е. $p_n > p_{\text{max}}$, то сжатие не выйдет за рамки упругой области, и пластическое уплотнение не реализуется. Если же $p_n < p_{\max}$, то в результате серии ударов будут достигаться состояния с более высоким уровнем предела текучести p_n . Можно утверждать, что эффективность ударов будет постепенно снижаться и уплотнение прекратится при достижении после очередного удара состояния с $p_n \ge p_{\text{max}}$. Поскольку мы анализируем относительно слабые ударные воздействия, когда в ходе одного удара состояния порошка изменяется незначительно, то достигаемое в итоге состояние $p_n \simeq p_{\text{max}}$. Таким образом, значение $p_{\rm max}$ определяет максимальное давление, которое может быть достигнуто в процессе многократного ударного прессования при заданной скорости налетающего ударника. При известном уравнении состояния (4.42) установленная зависимость $p_{\max}(v_0)$ позволяет определить и минимальное значение пористости θ_{\min} . Полученные таким образом зависимости $\theta_{\min}(v_0)$ представлены на рис. 4.33. Проведенные расчеты, в частности, показывают, что достижение состояний близких к максимально плотному $\theta = \theta_{hex} \simeq 0.26$ требует начальных скоростей ударника порядка 80 м/с (P1), 110 (P2) и 50 (P4). Существенно более высоких уплотнений можно достичь, используя пуансоны с более высоким акустическим сопротивлением. Так, например, использование пуансонов из вольфрама ($Z_w = 104.2 \text{ кг/(м}^2 \text{c})$ [89]) позволило бы снизить требуемые начальные скорости более, чем вдвое (см. рис. 4.33).

Если процесс уплотнения в упругой области, описываемый уравнениями (4.64), (4.65), состоит из достаточно большого количества пробегов ударного фронта по порошку с незначительным изменением состояния порошка в ходе каждого из пробегов, то суммирование приращений (4.64), (4.65) может быть заменено обыкновенным дифференциальным уравнением, как это сделано в предыдущем разделе для слабых волн пластичного уплотнения. В итоге получим

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x}{\beta x + m_r y} , \qquad (4.66)$$

где

$$y = \frac{p}{\rho_n c_s^2}$$
, $x = \frac{v}{c_s}$, $\beta = \frac{c_s \rho_n (1 + \alpha_w)}{Z_p + c_s \rho_n}$. (4.67)

Граничным условием к (4.66) является $y(x_0) = 0$, $x_0 = (v_0/c_s)/(1 + c_s \rho_n/Z_p)$, где учтено уменьшение скорости ударника при первоначальном касании порошка. Особая точка (0,0) уравнения (4.66) представляет собой узел при $m_r \leq \beta^2/4$ и фокус — при $m_r > \beta^2/4$. Соответственно, решение (4.66) дает

$$\frac{p_{\max}}{c_s \rho_n v_0} = \begin{cases} \frac{Z_p}{(Z_p + c_s \rho_n) \sqrt{m_r}} \exp\left[-\frac{\beta}{\sqrt{D}} \operatorname{Arth}\left(\frac{\sqrt{D}}{\beta}\right)\right], & m_r < \frac{\beta^2}{4}, \\ \frac{Z_p}{(Z_p + c_s \rho_n) \sqrt{m_r}} \exp\left[-1\right], & m_r = \frac{\beta^2}{4}, \\ \frac{Z_p}{(Z_p + c_s \rho_n) \sqrt{m_r}} \exp\left[-\frac{\beta}{\sqrt{-D}} \operatorname{arctan}\left(\frac{\sqrt{-D}}{\beta}\right)\right], & m_r > \frac{\beta^2}{4}, \end{cases}$$
(4.68)

где $D=\beta^2-4m_r$ — детерминант характеристического уравнения. Пр
и $m_r\to 0$ полученное соотношение упрощается до

$$p_{\max} = \frac{Z_p v_0}{1 + \alpha_w} \,. \tag{4.69}$$

Видим, что в отличие от энергетической оценки (4.63), применимой в квазистатических (безударных) условиях, максимальное уплотнение, достигаемое в результате многократного ударного воздействия на порошок, определяется акустическим сопротивлением пуансонов и не зависит от масс порошка и ударника.

Таким образом, полученные соотношения (4.68), (4.69) показывают, что, как и было выявлено в численных расчетах (см. рис. 4.33), достижение высокой эффективности ударноволнового уплотнения порошка возможно при использовании пуансонов с высоким акустическим сопротивлением. Отметим также, что как показывает рис. 4.32, при характерных для одноосного магнитно-импульсного прессования [A1, A5], [21, 25, 248-250] условиях обе аналитические оценки (4.68) и (4.69) имеют достаточно высокую точность.

4.6.4 Результаты расчетов и обсуждение

На рисунках 4.34 и 4.35 представлены результаты расчетов конечной пористости компактов в зависимости от количества произведенных ударов N_u для исследуемых нанопорошков. Рис. 4.34 позволяет сравнить поведение различных порошков в ходе многократного



Рисунок 4.34: Конечная пористость компакта в зависимости от количества ударов N_u для исследуемых модельных порошков (1 – P1, 2 – P2, 3 – P4) при акустическом сопротивлении пуансонов $Z_p = Z_{p,exp}$ (сплошные линии) и $Z_p = Z_w$ (штриховые линии). Начальная скорость ударника $v_0 = 50$ м/с, относительная масса порошка $m_r = 0.001$.

ударно-волнового прессования. Управляющие параметры имели следующие значения: относительная масса порошка $m_r = 0.001$, начальная скорость налетающего ударника $v_0 = 50$ м/с. Видно, что для относительно «мягких» в начальном состоянии порошков, с начальным пределом текучести $p_0 \simeq 0$ (порошоки P1 и P4), основная часть уплотнения приходится на первый удар. Более «жесткий» порошок P2, имеющий изначально высокий предел текучести, характеризуются более равномерным распределением уплотнения между первым и последующими ударами. Отметим, что, как показывают расчеты, уплотнение порошков P1 и P4 при соответствующей начальной подпрессовке приобретает такой же характер. Для всех порошков эффективность ударного компактирования становится пренебрежимо малой уже после первых 5 – 7 ударов, когда пористость практически достигает предельного значения θ_{\min} , соответствующего пределу $N_u \to \infty$. Характер зависимостей $\theta(N_u)$ остается таким же и для других значений акустического сопротивления пуансонов (рис. 4.34).

На рис. 4.35 на примере порошка P2 проанализировано влияние на процесс компактирования начальной скорости v_0 налетающего ударника и относительной массы уплотняемого порошка m_r . Видно, что увеличение скорости v_0 не только интенсифицирует уплотнение, в соответствие с изменением максимально достижимого состояния (см. рис. 4.33), но и меняет характер распределения уплотнений по ударам. С уменьшением скорости ударника наиболее существенно падает интенсивность уплотнения при первом ударе, и, соответственно, возрастает роль последующих ударов. Такой же эффект наблюдается при увеличении относительной массы m_r уплотняемого порошка (рис. 4.35, справа). Последнее связано с ростом



Рисунок 4.35: Конечная пористость компакта в зависимости от количества ударов N_u для порошка Р2 при $Z_p = Z_{p,exp}$. Слева: $m_r = 0.001$; $v_0 = 20$ м/с (линия 1), 30 (2), 40 (3), 50 (4). Справа: $v_0 = 50$ м/с; $m_r = 0.005$ (линия 1), 0.002 (2), 0.001 (3), 0.0005 (4), 0.0002 (5).

энергетических затрат на уплотнение порошка, и как следствие, с уменьшением относительной доли потерь энергии, связанных с неидеальностью отражения ударных фронтов от границ уплотняемого тела. Максимальная эффективность последующих ударов (по отношению к первому) достигается в формальном пределе $Z_p \to \infty$, когда исчезает ограничение (4.69), и становится возможным уплотнение вплоть до беспористого состояния.

Последний рисунок подтверждает также универсальный характер уплотнения порошка в пределе бесконечно большого числа произведенных ударов, выявленный аналитическим результатом (4.69). Действительно, предельно достижимое состояние гранулированного материала при фиксированной скорости налетающего ударника практически не зависит от его массы. Отметим также, что значительное влияние скорости налетающего ударника на конечную плотность компакта согласуется с имеющимися в литературе экспериментальными данными [264].

4.7 Выводы к Главе 4

Проведенное теоретическое изучение процессов одноосного магнитно-импульсного прессования наноразмерных порошков привело к следующим результатам:

1. Построена математическая модель односного магнитно-импульсного прессования, которая включает согласованное решение уравнений, описывающих динамику импульсного магнитного поля, и динамику механической системы (подвижные части пресса + уплотняемый порошок), и учитывает такие факторы, как диссипативные потери на контактных гра-

ницах трения, упругие свойства установки, инерционные свойства подвижных частей пресса. Показано, что построенная теоретическая модель позволяет надежно воспроизводить результаты натурных экспериментов — в пределе экспериментальной погрешности описываются временные развертки тока через индуктор и силового воздействия (давления) на прессуемый порошок, а также исследовать самые различные условия прессования, не проводя дорогостоящих, а подчас и нереализуемых на имеющемся оборудовании, экспериментальных исследований. Теоретически изучено влияние таких параметров, как масса уплотняемого порошка, масса разгоняемых частей пресса и диаметр прессовки, на конечную плотность компакта и эффективность процесса магнитно-импульсного прессования. В частности, обнаружено, что наибольшей эффективность обладал бы пресс с массой ударника порядка 1 кг. Это позволило бы уменьшить конечную пористость на 5-6% и повысило бы к.п.д. установки примерно в 2 раза по сравнению с используемым стальным ударником массой порядка 5.7 кг. Экспериментально данные теоретические предсказания подтверждаются при использовании более легких алюминиевых ударников.

2. В рамках сформулированной теоретической модели выявлены и проанализированы способы существенного повышения эффективности функционирования экспериментальной установки. Первый способ состоит в варьировании периода собственных колебаний электрического контура. Когда время увеличения тока в контуре становится равно (приближенно) времени реализации процесса прессования (время до остановки ударника), наблюдается своеобразный резонанс — сила воздействия ударника на порошок может существенно превосходить амплитуду силы магнитного поля на ударник. Данный эффект достигается за счет максимально эффективного использования инерционных свойств ударника. Второй способ состоит в использовании двух симметрично расположенных ударников, которые разгоняются двумя последовательно соединенными индукторами [254]. Данная схема позволяет более, чем в 2 раза, повысить к.п.д. процесса. Достигается это, как показал проведенный анализ, за счет исключения из динамики процесса упругих свойств установки. Отметим, однако, что последний способ требует существенной модернизации оборудования.

3. Разработана теоретическая модель по описанию процессов уплотнения нанопорошков на одноосном магнитно-импульсном прессе в ударно-волновом режиме. Модель учитывает диссипацию энергии, обусловленную производимой работой по уплотнению порошка, с учетом потерь на неидеальность отражения ударных волн от поверхностей разрыва на границах уплотняемого порошкового тела. В рамках приближений, соответствующих выполненным экспериментальным испытаниям, проблема расчета временной динамики состояния уплотняемой среды сведена к системе обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений. В

пределе малых энергий ударника система линеаризована и решена аналитически. Проанализировано влияние на процесс уплотнения различных параметров задачи таких, как стартовое зарядное напряжение, массы ударника и порошка, отношение волновых сопротивлений контактирующих материалов, и т.д. В частности, обнаружено, что уменьшение массы уплотняемого порошка снижает эффективность ударно-волнового прессования, а достижение высоких значений к.п.д. данного процесса требует изготовления пуансонов из матерала с максимально возможным акустическим сопротивлением.

Исследован процесс многократного ударного компактирования гранулированной среды ударными волнами малой амплитуды. Установлена граница максимально достижимого уплотнения порошка, соответствующая беконечно большому количеству ударов. Показано, что в пределе относительно малого количества порошка данная граница, не зависит ни от масс порошка и ударника, ни от типа порошка, а определяется исключительно начальной скоростью налетающего ударника и акустическим сопротивлением пуансонов. Проанализирована зависимость уплотнения от количества нанесенных по порошку ударов. Изучено влияние на процесс многократного ударного уплотнения всех управляющих параметров задачи: начальный предел текучести порошка; акустическое сопротивление пуансонов; скорость налетающего ударника; массы порошка и ударника.

Результаты, изложенные в четвертой главе, представлены в статьях [A5,A6,A20,A21] и на конференциях [255, 256, 268-270].

Глава 5. Радиальное компактирование нанопорошков в проводящих оболочках

Магнитно-импульсное прессование, основанное на силовом действии импульсного магнитного поля на проводящие цилиндрические оболочки, является одним из наиболее эффективных способов компактирования нанопорошков. Отсутствие массивного ударника — при радиальном компактировании его роль выполняет тонкая (порядка 1 мм) проводящая трубка, и протяженных трущихся поверхностей позволяет избавиться от главных недостатков одноосного пресса. В 1964 г. Сандстром [18] впервые предложил и реализовал электродинамическое прессование порошка в трубе, которая сжимается под действием импульсного магнитного поля собственного тока (т.н. схема Z-пинча). Позднее Миронов [271] реализовал вариант электродинамического прессования "на раздачу". Широкое применение нашло радиальное индукционное сжатие металлических оболочек, известное как Θ -пинч [19, 20]. Первые попытки построить теорию радиального сжатия порошков по схеме Z-пинча с учетом динамических эффектов, которые возникают при ускорении цилиндрической оболочки внешним импульсным магнитным полем были предприняты в работах [4, 23]. Отмечен т.н. инерционный эффект, когда за счет использования инерционных свойств механической системы (оболочка + порошок) удается достичь давлений прессования, существенно превышающих силовое воздействие магнитного поля на оболочку. Отметим, что динамика электрического контура в [4, 23] не рассматривалась — импульс магнитного поля задавался просто в виде затухающей синусоиды; а поведение порошка описывалось гидродинамически — тензор напряжений характеризуется одним числом, т.е. является шаровым.

В настоящей главе мы представим полноценное теоретическое описание процессов магнитно-импульсного радиального компактирования. Количественный анализ импульсных процессов радиального прессования проводится в результате совместного решения дифференциальных уравнений, определяющих динамику электрического контура и деформируемой системы, что позволяет изучить влияние различных параметров экспериментальных установок на процесс прессования. При этом задача об описании механически деформируемой системы "оболочка+порошок", которая в общем случае требует решения системы дифференциальных уравнений в частных производных (уравнения количества движения [258] для оболочки и порошка), в рамках хорошо обоснованных приближений несжимаемости для материала оболочки и однородности для порошкового тела сведена к одному обыкновенному дифференциальному уравнению, определяющему положение внешней границы порошкового тела. Последнее существенно облегчает как теоретический анализ, так и проведение численных расчетов. В качестве определяющих соотношений для описания механических свойств порошкового тела используются модельные системы, исследованные в рамках гранулярной динамики (2 глава), и полуэмпирические системы Р1–Р4, представленные в 3 главе (раздел 3.2). В рамках построенной теоретической модели радиального импульсного компактирования в первом разделе настоящей главы исследованы инерционные эффекты в динамике компактирования, и выявлены условия "резонансного" прессования, которые соответствуют максимально эффективному использованию инерционных свойств деформируемой системы "порошок + оболочка". Корректность и высокая количественная надежность развитого теоретического подхода в применении к схеме Z-пинча подтверждена во втором разделе прямым сравнением расчетных данных с имеющимися экспериментальными сведениями о конечной плотности нанопорошковых компактов. Для прессования в относительно тонкостенных проводящих оболочках, толщины которых сопоставимы или меньше характерной глубины скин-слоя магнитных полей, в третьем разделе построена более глубокая теоретическая модель, учитывающая диффузию магнитного поля, нагрев оболочки и т.д. В рамках данной модели, в частности, изучено расширение цилиндрической оболочки под действием магнитного поля, продиффундировавшего во внутреннюю полость. Данный эффект, подтвержденный экспериментально, рассматривается как один из вариантов снятия оболочки с прессовки. В целом, построенные теоретические модели позволяют проводить надежный прогноз процессов магнитно-импульсного прессования нанопорошков и выбирать наиболее оптимальные условия для получения компактов с требуемыми характеристиками.
5.1 Закономерности динамических процессов радиаль-

ного уплотнения нанопорошков

Для описания процессов радиального прессования с учетом инерционных эффектов необходимо отказаться от условия квазистатичности (3.36) и решать уравнения движения сплошной среды [258], записанные применительно к оболочке и порошковому телу. В настоящем разделе с целью упрощения анализа основных закономерностей изучаемых процессов мы отвлечемся от конкретных способов генерации внешнего давления p_c на деформируемую систему "порошок+оболочка" и будем использовать модельные импульсы $p_c(t)$, которые однако будем выбирать в виде близком к виду реальных импульсов давления в схемах Z- и Θ -пинчей [229].

5.1.1 Динамика проводящей оболочки

В процессе радиального (осесимметричного) пластического течения будем как и в разделе 3.5, где анализировались прочностные свойства металлической трубки, рассматривать материал оболочки как идеальную несжимаемую жидкость, т.е. для той части тензора напряжений, которая превышает предел упругой прочности (3.34), будем полагать $\sigma_r = \sigma_{\varphi} = \sigma_z = -p(r)$. Тогда уравнение движения

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_{\varphi}}{r} = -\frac{\partial p(r)}{\partial r} = \rho_c \frac{dv}{dt} , \qquad (5.1)$$

где ρ_c — плотность оболочки (например, $\rho_c = 8960 \text{ кг/м}^3$ для меди и 2690 кг/м³ для алюминия [89]), с учетом известного поля скоростей (3.26) представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение, определяющее распределение гидростатического давления p(r). Общее решение (5.1), (3.26) имеет вид

$$p(r) = -\rho_c \left(a_d R_d + v_d^2 \right) \ln(r) - \frac{\rho_c}{2} v_d^2 \frac{R_d^2}{r^2} + C_1 , \qquad (5.2)$$

где $a_d = dv_d/dt$ — радиальное ускорение оболочки, C_1 — константа интегрирования. Пластическое течение оболочки осуществляется за счет избыточной разности давлений (снаружи и изнутри) над уровнем упругой прочности Δp_c , поэтому в качестве граничного условия к уравнению (5.1) на внешней поверхности, определяющего константу интегрирования C_1 , необходимо использовать $p(R_c) = p_c - \Delta p_c$, где $p_c(t)$ — внешнее давление (давление магнитного поля). Тогда для величины давления, оказываемого проводящей оболочкой на прессуемый порошок, выражение (5.2) дает

$$p_d = p_c(t) - \Delta p_c + \rho_c \left(a_d R_d + v_d^2 \right) \ln \left(\frac{R_c}{R_d} \right) - \frac{\rho_c}{2} v_d^2 \left(1 - \frac{R_d^2}{R_c^2} \right) .$$
(5.3)

В отсутствие порошка, если давление на внутренней поверхности p_d выступает в качестве внешнего параметра (например, $p_d \equiv 0$), записанное уравнение определяет динамику движения проводящего цилиндра, т.е. функции $v_d(t)$ и $R_d(t)$. При наличии противодавления p_d уравнение (5.3) необходимо решать совместно с уравнением движения уплотняемой гранулированной среды во внутренней полости оболочки.

5.1.2 Динамика уплотняемого порошкового тела

Используя определяемую соотношениями (3.23) взаимосвязь между главными компонентами тензора напряжений в уплотняемой среде

$$\sigma_{\phi} = \sigma_r \frac{6\Psi + \varphi (1 - 3r_m^2/r^2)}{6\Psi + \varphi (1 + 3r_m^2/r^2)} , \qquad (5.4)$$

уравнение движения порошка при заданном поле скоростей (3.20) —

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\phi}{r} = \rho_d \frac{dv}{dt} = \rho_d a_d \frac{R_d}{r} \frac{r^2 - r_m^2}{R_d^2 - r_m^2} + \rho_d v_d^2 \frac{r_m^2}{r^3} \frac{(r^2 - r_m^2)(R_d^2 - r^2)}{(R_d^2 - r_m^2)^2} , \qquad (5.5)$$

также, как и в случае с оболочкой, можно рассматривать как обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, определяющее распределение радиальных напряжений σ_r в образце. Пластическое уплотнение порошка осуществляется за счет избыточного внешнего давления над уровнем упругой прочности p_{el} , поэтому в качестве граничных условий необходимо использовать $\sigma_r(r_m) = p_{el}(r_m) - p(r_m)$ и $\sigma_r(R_d) = p_{el}(R_d) - p_d$.

В общем случае феноменологии пластично упрочняемого пористого тела, давление, оказываемое порошком на внутренний стержень $p(r_m)$ может быть выше квазистатического предела упругих напряжений $p_{el}(r_m)$, вследствие увеличения предела текучести материала τ_0 с ростом скорости деформаций [272, 273]. Однако используемые нами законы упрочнения (3.12) построены по экспериментальным адиабатам одноосного сжатия [A1], при которых скорости деформирования составляют порядка 10^3 с⁻¹ (см. рис. 4.5, 4.6). Эти скорости лишь на один-два порядка ниже соответствующих скоростей, характерных для процессов радиального магнитно-импульсного прессования. Поэтому ввиду достаточно слабой зависимости величин τ_0 от скорости деформаций [272, 273] построенные законы упрочнения по сути определяют динамические пределы текучести, соответствующие условиям радиального прессования, и необходимо полагать $p(r_m) = p_{el}(r_m)$. Тогда решение уравнения (5.5) дает

$$\frac{2}{\rho_d} \frac{(p_{el} - p_d)(6\Psi + \varphi)}{6\Psi + \varphi + 3\varphi r_m^2 / R_d^2} = a_d R_d \left\{ 1 - \frac{(6\Psi + 4\varphi)r_m^2}{(R_d^2 - r_m^2)(6\Psi + \varphi)} \ln \left[\frac{(6\Psi + \varphi)R_d^2 + 3\varphi r_m^2}{(6\Psi + 4\varphi)r_m^2} \right] \right\}
+ \frac{v_d^2 r_m^2}{3\varphi (R_d^2 - r_m^2)^2} \left\{ \ln \left[\frac{(6\Psi + \varphi)R_d^2 + 3\varphi r_m^2}{(6\Psi + 4\varphi)r_m^2} \right] \frac{6\Psi + 4\varphi}{6\Psi + \varphi} \left[(6\Psi + \varphi)R_d^2 + 3\varphi r_m^2 \right]
- 2(6\Psi + \phi)R_d^2 \ln \left(\frac{R_d}{r_m} \right) - 3\varphi (R_d^2 - r_m^2) \right\}.$$
(5.6)

Подставляя в полученное соотношение величину p_d из выражения (5.3), приходим к нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка, определяющему движение границы раздела "порошок-оболочка"

$$\frac{R_d a_d}{6\Psi + \varphi} F_1 = -\frac{2}{\rho_d} \frac{\Delta p \ R_d^2}{(6\Psi + \varphi) R_d^2 + 3\varphi r_m^2} - v_d^2 \left(\frac{F_2 r_m^2}{(R_d^2 - r_m^2)^2} + \frac{\rho_c}{\rho_d} \frac{2\ln(R_c/R_d) - 1 + (R_d^2/R_c^2)}{6\Psi + \varphi + 3\varphi r_m^2/R_d^2} \right),$$
(5.7)

где $\Delta p = p_c - \Delta p_c - p_{el}$,

$$F_{1} = 1 - \frac{(6\Psi + 4\varphi)r_{m}^{2}}{(R_{d}^{2} - r_{m}^{2})(6\Psi + \varphi)}\ln\left[\frac{(6\Psi + \varphi)R_{d}^{2} + 3\varphi r_{m}^{2}}{(6\Psi + 4\varphi)r_{m}^{2}}\right] + \frac{\rho_{c}}{\rho_{d}}\frac{2R_{d}^{2}\ln(R_{c}/R_{d})(6\Psi + \varphi)}{(6\Psi + \varphi)R_{d}^{2} + 3\varphi r_{m}^{2}},$$

$$F_{2} = \frac{(6\Psi + 4\varphi)\left[(6\Psi + \varphi)R_{d}^{2} + 3\varphi r_{m}^{2}\right]}{3\varphi(6\Psi + \varphi)^{2}}\ln\left[\frac{(6\Psi + \varphi)R_{d}^{2} + 3\varphi r_{m}^{2}}{(6\Psi + 4\varphi)r_{m}^{2}}\right] - \frac{2R_{d}^{2}}{3\varphi}\ln\left(\frac{R_{d}}{r_{m}}\right) - \frac{R_{d}^{2} - r_{m}^{2}}{6\Psi + \varphi}.$$

В экспериментах по магнитно-импульсному радиальному прессованию по схемам Z- и Θ -пинчей давление внешнего магнитного поля на проводящую оболочку пропорционально квадрату тока в электрическом контуре $p_c \sim I^2$. В случае Z-пинча временная развертка тока представляет собой затухающий гармонический сигнал [229]. Поэтому для качественного анализа основных закономерностей изучаемых процессов внешний импульс давления, пренебрегая эффектом затухания, зададим в виде

$$p_c = p_m \sin^2\left(\frac{\pi t}{T_m}\right) \,, \tag{5.8}$$

где p_m — амплитуда импульса, T_m — период (для импульса тока эта величина является полупериодом). В случае Θ -прессования форма сигнала (5.8) не соответствует экспериментально реализуемым импульсам давления [229]. Уменьшение радиуса медной оболочки R_c в процессе прессования приводит к заметному увеличению индуктивности электрической схемы, в связи с чем форма импульса тока искажается. Более адекватной для Θ -пинча зависимостью $p_c(t)$

$$p_{c} = \begin{cases} p_{m} \sin^{2} \left(\frac{\pi}{2} \frac{t}{t_{*}}\right) , & 0 \leq t < t_{*} , \\ p_{m} , & t_{*} \leq t < 3t_{*} , \\ 0 , & 3t_{*} \leq t , \end{cases}$$
(5.9)

где $t_* = 20$ мкс. Приближение (5.9) удовлетворительно воспроизводит передний фронт реального сигнала $p_c(t)$, представленного в [229], и довольно грубо — задний, при t > 40 мкс. Последнее, однако, не влияет на результаты расчета в области экспериментальных амплитуд давлений ($p_m \simeq 0.2 - 0.3$ ГПа), поскольку, как показывают численные оценки, движение порошка заканчивается при t < 40 мкс.

Сопоставление теоретических расчетов по уравнениям (5.7)–(5.9) с экспериментальными данными о конечной плотности прессовок $\rho_{d,end}$ для нанопорошков P1 и P2 представлено на рисунках 5.1 и 5.2. Там же для сравнения представлены теоретические кривые, соответствующие квазистатическому рассмотрению. Рисунки демонстрируют удовлетворительное согласие теории и экспериментальных данных как по Θ -сжатию, так и по Z-сжатию для обоих порошков. Наличие жесткого стержня радиусом $r_m = 1$ мм на оси прессовки практически не влияет на конечную плотность компактов — сплошные и штриховые линии на рисунках 5.1 и 5.2 почти совпадают. В связи с этим на рисунках не делается различий между экспериментальными данными со стержнем и без стержня.

5.1.3 Влияние радиальных размеров системы "порошок + оболочка" на процесс уплотнения порошка

Проанализируем более детально влияние радиальных размеров деформируемой системы "порошок+оболочка", т.е. параметров r_m , $R_{d,0}$ и $R_{c,0}$, на процесс прессования. Вначале, рассмотрим пропорциональное изменение размеров системы такое, что отношения $r_m/R_{d,0}$ и $R_{c,0}/R_{d,0}$ полагаются неизменными. Проанализируем, как влияет изменение размера системы, в качестве которого используем величину $R_{d,0}$, на процесс компактирования. Нетрудно заметить, что при переходе к приведенным переменным

$$y = \frac{R_d}{R_{d,0}} , \quad y_c = \frac{R_c}{R_{d,0}} , \quad y_m = \frac{r_m}{R_{d,0}} , \quad t_r = \frac{t}{R_{d,0}} \sqrt{\frac{p_{ref}}{\rho_g}} , \quad (5.10)$$

где p_{ref} — некоторое характерное давление, абсолютные размеры системы, т.е. величина $R_{d,0}$, исключаются из всех уравнений, определяющих процесс прессования, см. например, ур. (5.7),



Рисунок 5.1: Зависимость конечной плотности прессовки от амплитуды внешнего давления для нанопорошка Р1 при прессовании по схемам Θ -пинча /1/ и Z-пинча /2/. Точки — экспериментальные данные [229], линии — теоретический расчет. Для всех данных $R_{d,0} = 10$ мм, толщина медной оболочки $R_{c,0} - R_{d,0} = 1$ мм. Сплошные линии — расчет уплотнения сплошной заготовки (в отсутствие несжимаемого стержня на оси системы), штриховые линии — расчет для заготовки со стержнем радиусом $r_m = 1$ мм. Пунктирная линия — расчет в рамках квазистатического рассмотрения (3.36).

Рисунок 5.2: Зависимость конечной плотности прессовки от амплитуды внешнего давления для нанопорошка P2. Обозначения и параметры расчетов см. на рисунке 5.1.

(3.24), (3.34). Последнее означает, что динамика уплотнения описывается универсальной (не зависящей от абсолютных размеров) зависимостью $\theta(t_r) = \theta(t_r, p_c(t_r), y_m, y_c)$. Таким образом, изменение всех размеров системы в k раз приводит лишь к аналогичному масштабированию времени. Например, изображенные на рисунках 5.1, 5.2 теоретические кривые уплотнения $\rho_{d,end}(p_m)$ останутся неизменными при увеличении размеров системы и характерных периодов T_m в одинаковое число раз.

Более сложное влияние на процесс прессования оказывает относительное изменение размеров r_m , $R_{d,0}$ и $R_{c,0}$. Проанализируем, как влияет на компактирование изменение радиуса внутреннего жесткого стержня r_m при неизменных значениях $R_{d,0}$ и $R_{c,0}$. Предел $r_m \to 0$ соответствует прессованию сплошного цилиндра, при котором все определяющие уравнения существенно упрощаются. В частности, уравнение динамики (5.7) принимает вид

$$a_d R_d \left[\frac{\rho_d}{2} + \rho_c \ln\left(\frac{R_c}{R_d}\right)\right] = -\Delta p - \frac{\rho_c}{2} v_d^2 \left[2\ln\left(\frac{R_c}{R_d}\right) - 1 + \frac{R_d^2}{R_c^2}\right] .$$
(5.11)

На противоположном пределе $r_m \to R_{d,0}$ приходим к задаче об одноосном уплотнении [215]. В этом случае удобно перейти к переменной $y = (R_d - r_m)/h_0$, причем начальная толщина порошковой засыпки $h_0 = (R_{d,0} - r_m) \ll r_m$. Тогда уравнение (3.20) преобразуется к



Рисунок 5.3: Конечная плотность прессовки в зависимости от радиуса внутреннего жесткого стержня при $R_{c,0}/R_{d,0} = 1.1$ и импульсе внешнего магнитного поля в виде (5.8). Сплошные линии — порошок Р1 ($p_m = 0.2 \ \Gamma \Pi a$), штриховые — порошок Р2 ($p_m = 0.3 \ \Gamma \Pi a$): 1— $T_m = 20$ мкс, 2 — $T_m = 200$ мкс, 1' — $T_m = 15$ мкс, 2' — $T_m = 100$ мкс.

виду

$$y = \frac{1 - \theta_0}{1 - \theta} ,$$
 (5.12)

а мера накопленных деформаций и предел упруго компенсируемого давления определяются выражениями (3.10). Уравнение (5.7) в пределе $h_0 \to 0$ сводится к

$$\rho_c R_{d,0} \ln\left(\frac{R_c}{R_{d,0}}\right) h_0\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) = -\Delta p \ . \tag{5.13}$$

Отсутствие в последнем соотношении плотности компактируемой среды ρ_d является отражением пренебрежимости в рассматриваемом пределе инерционных свойств порошка по сравнению с инерционными свойствами сжимающей оболочки.

Переход от прессования сплошного цилиндра (5.11) к одноосному прессованию тонкого порошкового слоя (5.13) сопровождается, как видно из рисунка 5.3, довольно сложными зависимостями конечной плотности $\rho_{d,end}$ от радиуса внутреннего жесткого стержня. Характер функций $\rho_{d,end}(r_m)$ качественно различен для малых (линии 1 и 1') и больших (2 и 2') значений периода T_m . Однако переход к одноосному прессованию при $h_0 \rightarrow 0$ всегда соответствует меньшему уплотнению заготовки по сравнению с уплотнением сплошного цилиндрического порошкового тела ($r_m \rightarrow 0$).

При малых значениях r_m , как показывает рисунок 5.3, конечная плотность компактов слабо зависит от радиуса жесткого стержня. Данное поведение функций $\rho_{d,end}(r_m)$ в пределе

 $r_m \to 0$ не зависит от типа нанопорошка и от параметров прессующего импульса (5.8) или (5.9), поскольку является следствием вида определяющих динамику деформируемой системы уравнений. Разложение этих уравнений (см., например, ур. (5.7)) по r_m не содержит линейных членов, вслед за основным порядком следуют члены типа r_m^2 и $r_m^2 \ln(R_d/r_m)$. Следствием этого, в свою очередь, является обращение в ноль первой производной функции $\rho_{d,end}(r_m)$ при $r_m \to 0$, что и приводит к постоянству величин $\rho_{d,end}$ при малых r_m . В пределе $h_0 \to 0$ нетрудно заметить масштабную инвариантность уравнения динамики (5.13). Действительно, при переходе к приведенной переменной времени $t_r = t \sqrt{p_{ref}/(h_0 R_{d,0} \rho_c)}$ величина h_0 исчезает из соотношения (5.13). Последнее означает, что динамика уплотнения описывается универсальной, не зависящей от толщины порошкового слоя, зависимостью $\theta(t_r) = \theta(t_r, p_c(t_r), R_{c,0}/R_{d,0})$. Таким образом, изменение толщины в k раз приводит лишь к соответствующему (в \sqrt{k} раз) масштабированию времени. В качестве иллюстрации данного эффекта на рисунке 5.4 представлены зависимости $\theta(t_r)$ для модельного сигнала (5.8), соответствующие пропорциональному изменению параметров h_0 и T_m , а именно, $h_0 \sim T_m^2$.

Проанализируем теперь, как влияет на компактирование толщина (начальная) внешней проводящей оболочки, $h_{c,0} = R_{c,0} - R_{d,0}$, при неизменных значениях $R_{d,0}$ и r_m . В пределе тонкой оболочки, когда $h_{c,0} \ll R_{d,0}$, управляющие соотношения (3.28), (3.29), (3.34) и (5.7) могут быть разложены в ряд по параметру $h_{c,0}$. В частности, вместо соотношения (3.34) приходим к (3.33), закон преобразования лагранжевых координат (3.26) принимает вид

$$h_c = R_c - R_d = h_{c,0} \frac{R_{d,0}}{R_d} , \qquad (5.14)$$

а уравнение, определяющее динамику оболочки (5.3), сводится к соотношению

$$p_d = p_c(t) - \sqrt{2}\tau_c \frac{h_c}{R_d} + \rho_c a_d h_c .$$
 (5.15)

В пределе $h_{c,0} \to 0$ (или $R_c \equiv R_d$) придем к полному пренебрежению влиянием оболочки. Давление на порошок p_d при этом в точности совпадает с внешним давлением p_c , а проводящая оболочка служит лишь инструментом для реализации магнитного давления.

На противоположном пределе, когда $R_{c,0} \to \infty$, величина упруго компенсируемых оболочкой напряжений (3.34) неограниченно возрастает, и может рассматриваться как константа в процессе прессования:

$$\Delta p_c = \tau_{c,0} \sqrt{2} \ln \left(\frac{R_{c,0}}{R_{d,0}} \right).$$
 (5.16)



Рисунок 5.4: Пористость прессовки в зависимости от приведенного времени $t_r = t\sqrt{p_m(h_0R_{d,0}\rho_c)}$. Расчет выполнен для порошка Р1 с медной оболочкой, импульс внешнего поля в виде (5.8), $p_m = 0.3$ GPa. Сплошная линия — $h_0 = 0.125$ мм, $T_m = 5$ мкс, штриховая — $h_0 = 0.5$ мм, $T_m = 10$ мкс, пунктирная — $h_0 = 2$ мм, $T_m = 20$ мкс, штрих-пунктирная — $h_0 = 8$ мм, $T_m = 40$ мкс.

Рисунок 5.5: Конечная плотность прессовки в зависимости от начальной толщины медной оболочки при $r_m/R_{d,0} = 0.1$ и импульсе внешнего давления в виде (5.8). Сплошные линии — порошок Р1 ($p_m = 0.2 \ \Gamma \Pi a$), штриховые — порошок Р2 ($p_m = 0.3 \ \Gamma \Pi a$): 1 и 1' — $T_m = 30 \ \text{мкc}$, 2 и 2' — 100 мкс.

Уравнение динамики (5.7) в этом пределе сводится к соотношению

$$\rho_c \left(R_d a_d + v_d^2 \right) \ln \left(\frac{R_{c,0}}{R_{d,0}} \right) = p_c(t) - \Delta p_c - p_{el} .$$
(5.17)

Переходя к переменной $t_r = t (h_{c,0}/R_{d,0}) (\ln(R_{c,0}/R_{d,0}))^{-1/2}$, можно исключить величину $R_{c,0}$ из левой части данного уравнения. Последнее означает, что в случае, если разность $p_c(t) - \Delta p_c$ является заданной функцией t_r , конечная плотность также описывается универсальной (не зависящей от толщины оболочки) зависимостью $\theta = \theta(t_r)$. В реальных же условиях импульс внешнего давления $p_c(t)$ фиксирован, и утолщение оболочки будет приводить к уменьшению уплотнения вплоть до полного отсутствия деформации для оболочек, внешний радиус которых превышает значение $R_{c,0,\max} = R_{d,0} \exp(p_m/(\tau_{c,0}\sqrt{2}))$.

Зависимости конечной плотности прессовок из порошков P1 и P2 от толщины медной оболочки при импульсе внешнего давления в виде (5.8) представлены на рисунке 5.5. Рисунок показывает, что для относительно медленных внешних воздействий, при $T_m = 100$ мкс, уменьшение толщины проводящей оболочки в диапазоне $h_{c,0}/R_{d,0} < 0.1$ приводит к ухудшению прессования, в то время как для относительно быстрых воздействий, при $T_m = 30$ мкс, наблюдается обратный эффект. Здесь необходимо отметить, что в условиях Θ -пинча

уменьшение толщины оболочки может привести к заметной диффузии магнитного поля во внутреннюю полость, и появлению противодавления. Изучению этого эффекта посвящен заключительный раздел настоящей главы.

5.1.4 Влияние параметров импульса внешнего давления на процесс уплотнения порошка

Основным фактором, определяющим величину конечной плотности изделия $\rho_{d,end}$ и наиболее доступным для изменения в реальных условиях, является форма импульса внешнего давления, которая, в первую очередь, определяется параметрами электрической схемы. Влияние последних на динамику прессования может быть изучено в рамках более строгого решения задачи, включающего одновременное интегрирование дифференциальных уравнений динамики деформируемой системы (5.7) и динамики электрического контура. Этому вопросу посвящен следующий раздел настоящей главы. Сейчас же, проанализируем, как влияют характеристики гармонического сигнала (5.8), такие как амплитуда p_m и длительность T_m , на процесс прессования и конечную плотность компакта.

Зависимости конечной плотности от амплитуды p_m гармонического сигнала (5.8) при различных значениях периода T_m для нанопорошка Р1 представлены на рисунке 5.6. В пределе $T_m \to 0$ ввиду инерционности прессуемого порошка и оболочки гармонический импульс (5.8) может быть заменен эквивалентным постоянным во времени импульсом

$$p_c(t) = \frac{p_m}{2} \ (= \text{const}) \ .$$
 (5.18)

Соответствующая данному пределу зависимость $\rho_{d,end}(p_m)$ изображена на рисунке 5.5 штриховой линией. В пределе $T_m \to \infty$ реализуется квазистатическое прессование. Как показывают численные расчеты, переход к квазистатическому пределу происходит практически одновременно во всем диапазоне амплитуд внешнего давления p_m при $T_m \simeq 400$ мкс для нанопорошка Р1, и $T_m \simeq 150$ мкс для Р2.

Интересной особенностью порошка Р1 является наличие заметных осцилляций на зависимости $\rho_{d,end}(p_m)$ в области малых, порядка 20 мкс, значений периода T_m (см. рисунки 5.1 и 5.6). Данный эффект связан с периодичностью прессующего сигнала (5.8). При малых величинах T_m за время t_{end} , необходимое для достижения конечной плотности $\rho_{d,end}$, реализуется более одного периода T_m внешнего импульсного нагружения. Само значение t_{end} при этом слабо зависит от T_m , стремясь к константе в пределе $T_m \to 0$. Зависимости t_{end} от



Рисунок 5.6: Зависимость конечной плотности прессовки от амплитуды импульса внешнего давления (5.8) для нанопорошка Р1 при различных значениях длительности T_m (в мкс): 1 — 20, 2 — 40, 3 — 60, 4 — 150, 5 — 400. Штриховая линия соответствует пределу $T_m \rightarrow 0$, когда импульс давления определяется ур. (5.18); пунктирная линия — квазистатическое рассмотрение. Точки A, B, C на линии 1 ($T_m = 20$ мкс) определены на рисунке 5.7

Рисунок 5.7: Зависимость времени достижения конечной плотности t_{end} от амплитуды внешнего давления для порошков P1 (сплошная линия) и P2 (штриховая линия) в пределе $T_m \to 0$. Точки A, B, C соответствуют $t_{end} = 40$ мкс (A), 30 мкс (B) и 20 мкс (C) для порошка P1.

амплитуды p_m для исследуемых нанопорошков, соответствующие данному пределу, представлены на рисунке 5.7. Видим, что при $p_m\simeq 0.2$ ГП
а (точка A на рисунке 5.7) за время прессования t_{end} успевает реализоваться в точности два полных периода T_m по 20 мкс, что приводит к несколько повышенной прессуемости порошка Р1 (точка A на рисунке 5.6). Далее, при $p_m \simeq 0.365$ ГПа за время прессования t_{end} успевает реализоваться полтора периода по 20 мкс, что приводит к некоторому снижению прессуемости (точка В на рисунках 5.6 и 5.7). Наконец, при $p_m \simeq 0.9$ ГПа (точка C) реализуется один период, что опять дает увеличение прессуемости аналогичное точке А. Подобный эффект существует, конечно, и для меньших значений T_m с большим количеством точек повышенной (как A и C) и пониженной (В) прессуемости, которые отвечают реализациям, соответственно, целого или полуцелого количества периодов сигнала внешнего давления (см., например, рисунок 5.1). Однако на фоне большего количества периодов данный эффект быстро становится незаметен. Наиболее ярко он проявляется для $T_m = t_{\rm max}/3$, где $t_{\rm max}$ — максимальное значение t_{end} на рисунке 5.7 $(t_{\rm max} \simeq 60$ мкс для Р1 и $t_{\rm max} \simeq 36$ мкс для Р2). С увеличением T_m эффект "периодичности" также быстро исчезает. При $T_m > t_{\rm max}$ при любой амплитуде p_m прессующего сигнала всегда реализуется менее одного полного периода T_m. В отличие от порошка P1 время t_{end} для P2 демонстрирует гораздо более слабую зависимость от давления p_m , что приводит практически



Рисунок 5.8: Зависимость конечной плотности прессовки от периода T_m внешнего поля (5.8) для нанопорошка Р1 при амплитуде импульса $p_m = 0.2$ GPa в области малых (слева) и больших (справа) значений T_m . Точками отмечены частные значения, для которых на рисунке 5.9 представлены временные развертки характерных давлений в системе.

к полному отсутствию вышеописанного эффекта. Отметим также, что в реальных условиях, данный эффект может быть слабо выражен ввиду затухания сигнала (5.8), неучитываемого в настоящем разделе.

Наиболее ярко эффект "периодичности" проявляется (для обоих порошков) на зависимостях конечной плотности $\rho_{d,end}$ от периода T_m гармонического сигнала (5.8) при фиксированном значении p_m . Проанализируем в качестве примера представленную на рисунке 5.8 зависимость $\rho_{d,end}(T_m)$ для порошка Р1 при $p_m = 0.2$ ГПа. Точки 1 – 6 на рисунке соответствуют значениям периода T_m , для которых на рисунке 5.9 представлены временные развертки характерных давлений в системе "порошок + оболочка".

В пределе $T_m \to 0$, когда гармонический сигнал (5.8) может быть заменен эквивалентным сигналом-ступенькой (5.18), плотность $\rho_{d,end}$ стремится к конечному пределу, равному $\simeq 1.72$ г/см³. Данное уплотнение порошка отвечает уменьшению радиуса R_d с 10 до $\simeq 6.7$ мм. Стадия разгона, когда $a_d < 0$ и скорость v_d растет по абсолютной величине, практически соответствует области t на рисунке 5.9, где оказываемое медной оболочкой давление p_d на прессуемый порошок превосходит предел его упругости p_{el} . В действительности, как видно из уравнения (5.6) ускорение a_d границы раздела "порошок-оболочка" обращается в ноль несколько позже выполнения условия $p_d = p_{el}$. Это связано с тем, что внешние слои однородно уплотняемой среды, в соответствие с радиальным распределением скорости (3.20), вынуждены двигаться несколько более ускоренно, чем внутренние. Однако, отставание момента, когда прекращается "разгон" внешней границы порошка ($a_d = 0$), от момента, когда выпол-



Рисунок 5.9: Временная развертка характерных давлений в системе для точек, отмеченных на рисунке 5.8. Сплошные линии — внешнее (магнитное) давление на медную оболочку p_c , штриховые — давление на порошок p_d , пунктирные — величина давления p_{el} , компенсируемого упругими напряжениями в уплотняемом порошке, штрих-пунктирные — то же для оболочки, Δp_c .

няется условие $p_d = p_{el}$, составляет менее 0.5 мкс, и мы в дальнейшем будем пренебрегать данным, весьма искусственным, продлением стадии разгона. В пределе $T_m \to 0$, как видно из рисунка 5.9, данная стадия составляет $\simeq 26.5$ мкс. Затем еще около 13 мкс система "порошок + оболочка" движется по инерции, постепенно замедляясь вплоть до полной остановки при $t = t_{end} \simeq 39$ мкс. Штрих-пунктирная линия на рисунке 5.9 соответствует той части внешнего давления, которая компенсируется упругими напряжениями в меди Δp_c . Увеличение Δp_c связано как с утолщением оболочки в процессе ее сжатия — геометрический фактор, определяемый множителем $\Delta R/R$ в выражении (3.33), — так и упрочнением меди в процессе накопления деформаций формоизменения — физический фактор, определяемый пределом текучести $\tau_c.$ Уменьшение радиус
а R_d с 10 до $\simeq 6.7$ мм соответствует рост
у τ_c с $\tau_{c,0}=60$ МПа до $\simeq 213$ МПа, и Δp_c — с 8 до 59 МПа. Давление (5.3), оказываемое медной оболочкой на порошок, при $t \to t_{end}$ составляет $p_d \simeq 280$ МПа, что существенно превышает "остаточное" (статическое) внешнее давление $p_c - \Delta p_c \simeq 41$ МПа. Избыток давления $p_d - (p_c - p_{c,el})$ результат инерционности медной оболочки, в этот момент (когда $v_d \to 0$) целиком определяется членом $\rho_c a_d R_d \ln(R_c/R_d)$ в выражении (5.3). Состояние же уплотняемой среды при этом соответствует еще более высокому давлению $p_{el} \simeq 386~{
m MIa},$ что обусловлено инерционными свойствами порошка.

С увеличением T_m зависимость $\rho_{d,end}(T)$ проходит через ряд локальных максимумов (аналоги точек A и C на рисунках 5.6 и 5.7) и минимумов (аналоги точки B на тех же рисунках). Максимумы соответствуют приблизительно целому количеству периодов T_m , реализованных за время прессования t_{end} , а минимумы — полуцелому. Другими словами, условия экстремумов, наблюдаемых в области $T_m < t_{end}$ можно представить в виде

$$T_m \simeq \begin{cases} t_{end}/n & (\text{maximum}), \\ t_{end}/(n-0.5) & (\text{minimum}), \end{cases}$$
 $n = 2, 3, 4, \dots, \qquad (5.19)$

где $t_{end} \simeq 40$ мкс (для $p_m = 0.2$ ГПа). В качестве примера на рисунке 5.9 представлены временные развертки давлений для точки 2 (рисунок 5.8, $T \simeq 13.3$ мкс), когда реализуется практически три периода. Основное отличие от точки 1 (сигнал — "ступенька") состоит в том, что теперь процесс уплотнения состоит из чередующихся стадий разгона, когда $p_d > p_{el}$, $a_d < 0$, и торможения. Условия экстремумов (5.19) выполняются достаточно точно. Так, последний локальный минимум, соответствует $T_m \simeq 27.0$ мкс, в то время как $t_{end}/(1.5) \simeq 26.7$ мкс.

Дальнейшее увеличение периода T_m приводит к росту конечной плотности, вплоть до

достижения абсолютного максимума — точка 3 на рисунке 5.8 с координатами $T_m \simeq 67$ мкс и $\rho_{d.end} \simeq 2.098 \ \text{г/cm}^3$. Главный максимум, как видно из рисунка 5.9, не отвечает условиям (5.19). Время прессования t_{end} составляет порядка 45 мкс, т.е. успевает реализоваться примерно 2/3 импульса давления. Стадия разгона занимает около 37 мкс, т.е. чуть больше половины периода T_m . Скорость v_d к концу разгона достигает величины $\simeq 210$ м/с. Затем реализуется стадия торможения, вплоть до полной остановки при давлении $p_{el} \simeq 940$ МПа, что почти в 5 раз превышает амплитуду приложенного импульса $p_m = 200$ МПа. Давление на порошок со стороны медной оболочки при этом достигает $p_d \simeq 667~{
m MIa},$ что также существенно превышает "статическое" значение $p_c - \Delta p_c \simeq 76$ МПа. Столь высокий уровень давлений достигается благодаря максимально эффективному использованию инерционных свойств системы "порошок + оболочка". По сути, в точке 3 реализуется своеобразный резонанс отклика прессуемой системы на внешнее воздействие. В момент остановки ("застывания") системы ускорение a_d скачком падает до нуля, а давление p_d до статического значения равного $p_c - \Delta p_c$. Это наглядно продемонстрировано на временных развертках давления (рисунок 5.9), соответствующих точкам 3–6 и продолженных в область $t > t_{end}$. Данное скачкообразное изменение *a_d* и *p_d* — результат пренебрежения процессом упругой разгрузки порошка.

Временные развертки характерных давлений в системе "порошок + оболочка", соответствующие точке 4, показывают, что процесс прессования заканчивается раньше достижения максимума внешним давлением, т.е. $t_{end} < T_m/2$. Видно, что за счет инерционной стадии уплотняемая среда к моменту t_{end} достигает столь высокого значения предела упругих напряжений p_{el} , который не может быть преодолен в стационарном состоянии (при $v_d = 0$, $a_d = 0$) несмотря на дальнейший рост внешнего давления p_c вплоть до значения $p_m = 200$ МПа. Так продолжается при увеличении T_m до точки 5 на рисунке 5.8 ($T_m \simeq 435.5$ мкс), в которой впервые реализуется стационарный предел уплотнения, т.е. величина p_{el} оказывается равной максимальному статическому давлению $p_c - \Delta p_c \simeq 150$ МПа. При более высоких значениях периода T_m процесс уплотнения приобретает цикличный характер. В качестве примера на рисунке 5.9 представлены временные развертки давлений, соответствующие точке 6 ($T_m \simeq 465$ мкс). Первый цикл уплотнения, состоящий из стадий разгона и торможения, заканчивается при $t \simeq 124$ мкс. Однако предел упругих напряжений уплотняемой среды при этом достигает величины $p_{el}\simeq 133~{\rm M\Pi a},$ что несколько ниже максимального статического давления. Поэтому дальнейший рост внешнего давления в момент $t\simeq 187$ мкс запускает второй цикл уплотнения с аналогичными первому циклу стадиями разгона и торможения.

Если последний из запущенных циклов уплотнения заканчивается достижением величиной p_{el} значения $p_c - \Delta p_c \simeq 150$ МПа, то зависимость $\rho_{d,end}(T_m)$ касается статического предела — это все минимумы аналогичные точке 5 на рисунке 5.8. Вне этих точек последний из запущенных циклов уплотнения "забрасывает" величину p_{el} в область более высоких значений. Так, точка 6 соответствует первому, самому высокому, из максимумов, обусловленных многоцикличностью процесса уплотнения (в данном случае — двухцикличностью). Интересно отметить, что снижение величины этих локальных максимумов ρ_{local} с ростом периода T_m хорошо описывается зависимостью

$$\rho_{local} = \rho_{stat} + \zeta T_m^{-2} , \qquad (5.20)$$

где ρ_{stat} — плотность, соответствующая статическому пределу (3.36) при $p_c = p_m$. Для анализируемого случая (порошок P1, амплитуда давления $p_m = 0.2$ ГПа) зависимость (5.20) изображена на рисунке 5.8 пунктирной линией: $\rho_{stat} \simeq 1.469$ г/см³, $\zeta \simeq 2.3 \times 10^{-6}$ с²кг/м³. Однако, величина отклонения конечной плотности от статического предела, обусловленного многоцикличностью процесса уплотнения, даже для первого максимума (точка 6) не превышает 1% от ρ_{stat} , что существенно ниже разброса экспериментальных данных (см. рисунок 5.1). Поэтому первое же касание зависимостью $\rho_{d,end}(T_m)$ значения ρ_{stat} (точка 5) можно с хорошей точностью считать переходом к квазистатическому уплотнению с пренебрежимо малым влиянием инерционных эффектов.

Качественно, аналогичные изображенной на рисунке 5.8 зависимости $\rho_{d,end}(T)$ имеют место при любых амплитудах внешнего давления как для порошка P1, так и для порошка P2. В количественном плане, увеличение амплитуды p_m приводит к более высоким значениям скорости v_d и, как следствие, к сдвигу характерных точек 1–6 в область меньших значений периода T_m . Так, например, для порошка P1 при $p_m = 0.6$ ГПа главный максимум (точка 3) имеет координаты $\rho_{d,end} \simeq 3.214$ г/см³, $T_m \simeq 40$ мкс, а переход к квазистатическому прессованию (точка 5) с $\rho_{stat} \simeq 1.834$ г/см³ происходит при $T_m \simeq 386.5$ мкс. Время прессования t_{end} в точке 3 составляет порядка 27 мкс, т.е. успевает реализоваться, как и при $p_m = 0.2$, примерно 2/3 импульса давления. Стадия разгона при этом занимает около 22 мкс. Максимальное отклонение $\rho_{d,end}$ от ρ_{stat} , вследствие реализации двухцикличного уплотнения (точка 6), составляет менее 0.4%.

Меньшая уплотняемость нанопорошка P2 по сравнению с P1, особенно в области малых значений внешнего давления, что наглядно видно при сравнении адиабат сжатия (см. рис. 3.1), приводит к примерно вдвое меньшим скоростям разгона внешней границы уплотняемой среды v_d при одинаковых амплитудах p_m . Последнее, естественно, снижает влияние инерционных эффектов: существенно меньше плотность, достигаемая в главном максимуме; переход



Рисунок 5.10: Развертка давлений в системе "порошок + оболочка" в случае двухимпульсного прессования. Обозн. линий см. на рисунке 5.9. Порошок Р1. Пояснения в тексте.

к квазистатическому режиму прессования происходит при меньших значениях T_m . Так, при $p_m = 0.3$ ГПа для порошка P2 главный максимум (точка 3) имеет координаты $\rho_{d,end} \simeq 1.777$ г/см³, $T_m \simeq 46$ мкс, а переход к квазистатическому прессованию (точка 5) с $\rho_{stat} \simeq 1.41$ г/см³ происходит при $T_m \simeq 175$ мкс. Время прессования t_{end} в точке 3 составляет порядка 32.5 мкс, т.е. успевает реализоваться, как и для порошка P1, примерно 2/3 импульса давления. Стадия разгона занимает около 23 мкс, что практически соответствует половине периода T_m . Более ощутимым для порошка P2 становится эффект многоцикличности. Максимальное отклонение $\rho_{d,end}$ от ρ_{stat} , вследствие реализации двухцикличного уплотнения (точка 6), составляет порядка 2.2%.

Таким образом, улучшение прессуемости, т.е. повышение конечной плотности прессовки, всегда связано с наиболее эффективным разгоном системы "порошок + оболочка" на начальной стадии прессования. При изменении периода T_m максимальное уплотнение достигается, когда начальная стадия (разгон) соответствует времени нарастания внешнего давления. Если сравнивать исследованные нанопорошки, то существенно более высокая прессуемость порошка P1 в области малых давлений позволяет достичь вдвое более высоких скоростей разгона, что приводит к значительно более сильному проявлению инерционных свойств системы "порошок + оболочка".

Важно отметить, что наиболее эффективный разгон системы достигается именно за счет однократного импульса внешнего давления. Попытка провести прессование посредством двух (или большего) количества импульсов с нарастающей амплитудой будет приводить к снижению конечной плотности. Так, например, если перед импульсом давления амплитудой $p_m = 0.2$ ГПа и периодом $T_m = 67$ мкс, который соответствует максимальному уплотнению

порошка Р1 (точка 3 на рисунке 5.8) с конечной плотностью $\rho_{d,end} \simeq 2.098 \text{ г/см}^3$, порошок подвергнуть предварительной подпрессовке вдвое меньшим по амплитуде импульсом, то процесс уплотнения завершится к моменту $t \simeq 56$ мкс, см. рисунок 5.10. При этом будет достигнута плотность $\rho_{d,end} \simeq 1.582 \text{ г/см}^3$, соответствующая давлению $p_{el} \simeq 0.238 \text{ ГПа}$. Это существенно превышает даже амплитуду внешнего давления в ходе второго, "основного", импульса, не говоря уже о непосредственном давлении на порошок после вычета упругого противодействия оболочки. Поэтому при такой схеме прессования второй импульс окажется "холостым".

5.2 Радиальное магнитно-импульсное прессование в условиях резко выраженного скин-эффекта

В предшествующем разделе изучено влияние на процесс прессования инерционных свойств системы "порошок + оболочка", роль которых становится решающей в быстрых процессах импульсного сжатия. Используя модельный импульс внешнего давления $p_c(t)$ на деформируемую систему, выявлены и изучены эффекты, связанные с периодичностью внешнего воздействия в области высокочастотных сигналов $p_c(t)$ и с цикличным характером процесса уплотнения в низкочастотной области. Локализованы условия, соответствующие резонансно интенсивному отклику деформируемой системы на внешнее воздействие.

В настоящем разделе изучается динамика системы, деформируемой реальным импульсом магнитного поля, которое генерируется внешним электрическим *LRC*-контуром. Для этого будет развита теоретическая модель, в рамках которой производится согласованный расчет динамики деформируемой системы и колебательного контура. Построение такой модели позволит нам провести детальный анализ влияния параметров экспериментальной установки, таких как зарядное напряжение и емкость накопителя энергии, на процесс магнитноимпульсного прессования и конечную плотность компактов, рассчитать эффективность использования энергии накопителя и т.д.

5.2.1 Динамика электрического контура

Рассматривая радиальное уплотнение гранулированной среды при наличии на оси симметрии жесткого стержня радиусом r_m , в предшествующем разделе получено дифференциальное уравнение (5.7), определяющее динамику $R_d(t)$ границы раздела "порошокоболочка" при заданном импульсе внешнего воздействия $p_c(t)$. В экспериментах по радиальному магнитно-импульсному прессованию "давление" p_c представляет собой результат силового действия на проводящую оболочку магнитного поля $(p_c = B^2/2\mu_0)$, генерируемого внешним соленоидом (схема Θ -пинча), либо током, протекающим по самой оболочке (схема Z-пинча). В приближении протяженных оболочки и соленоида имеем

$$p_{c}(t) = \frac{\mu_{0}I^{2}}{8\pi^{2}R_{c}^{2}}, \qquad (Z-\text{pinch}),$$

$$p_{c}(t) = \frac{\mu_{0}}{2}n_{s}^{2}I^{2}, \qquad (\Theta-\text{pinch}),$$
(5.21)

где $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная, n_s — число витков на единицу длины соленоида, I = I(t) — ток. Таким образом, уравнение (5.7) должно решаться совместно с расчетом динамики электрического контура I(t). Все численные расчеты для Θ -пинча, представленные ниже (в этом и следующем разделах), соответствуют стальному индуктору с геометрическими параметрами: число витков $N_s = 21$, длина спирали $l_s = 140$ мм, витки прямоугольного сечения с толщиной $h_{st} \simeq 5.6$ мм, шаг спирали $h_{sp} \simeq 6.7$ мм, радиусы $R_a = 40$ мм (внешний) и $R_b = 12.9$ мм (внутренний).

Аналогично случаю с одноосным прессом динамику электрического контура будем описывать на основе одноконтурной схемы [27, 29, 35]. При этом эквивалентные параметры индукторной системы (активное сопротивление R_{cir} и индуктивность L_i) определяются экспериментально. Поэтому как для схемы Z-пинча, так и для схемы Θ -пинча запишем

$$\frac{Q}{C} - \frac{d}{dt} \left[(L_i + L_{cir}) I \right] - R_{cir} I = 0,$$
(5.22)

где Q — заряд конденсаторной батареи емкостью C, ток I = -dQ/dt; L_{cir} и R_{cir} — собственные эффективные индуктивность и активное сопротивление контура, L_i — эффективная индуктивность деформируемой системы и (в случае Θ -пинча) соленоида. В случае Z-пинча L_i представляет собой взаимную индуктивность двух коаксиальных цилиндров (оболочка и обратный токопровод) длиной l_c — [34, 244]

$$L_i = \frac{\mu_0}{2\pi} l_c \ln\left(\frac{r_b}{R_c}\right). \tag{5.23}$$

В частности, в экспериментальной установке для Z-пинча, используемой в ИЭФ УрО РАН, радиус обратного токопровода $r_b \simeq 45$ мм. В случае Θ -пинча L_i — индуктивность соленоида с коаксиально расположенной внутри проводящей оболочкой. Деформация оболочки приводит к изменению эффективной индуктивности. Приравнивая изменение энергии электрического контура, связанное с изменением его индуктивности, и работу по сжатию цилиндрической оболочки длиной l_c , получим

$$\frac{dL_i}{dt} = -\frac{p_c}{I^2} l_c 4\pi R_c \frac{dR_c}{dt}.$$
(5.24)

Комбинируя соотношения (5.21) и (5.24) для схемы Θ -пинча, или дифференцируя (5.23) для Z-пинча, нетрудно получить соотношения, связывающие изменение L_i с изменением радиальных размеров оболочки:

$$\frac{dL_i}{dt} = -\frac{\mu_0 l_c}{2\pi R_c} \frac{dR_c}{dt}, \qquad (Z-\text{pinch}),$$

$$\frac{dL_i}{dt} = -\mu_0 l_c n_s^2 2\pi R_c \frac{dR_c}{dt}, \quad (\Theta-\text{pinch}).$$
(5.25)

При этом предполагается, что весь процесс прессования протекает в условиях резко выраженного скин-эффекта. В частности, при Θ -пинче предполагается, что магнитное поле не успевает проникнуть во внутреннюю полость проводящей оболочки. В качестве начальных условий (при t = 0) к интегрируемым дифференциальным уравнениям (5.7), (5.22) и (5.25) выступают следующие:

$$R_{d}(0) = R_{d,0}, \quad v_{d}(0) = 0,$$

$$q(0) = CU_{0}, \quad I(0) = 0,$$

$$L_{i}(0) = L_{i,0}.$$

(5.26)

В случае Θ -пинча начальная индуктивность состоит из двух вкладов $L_{i,0} = L_g + L_{\delta}$, которые условно можно назвать индуктивностью начального зазора между проводящей оболочкой и витками соленоида L_g и индуктивностью скин-слоя, который характеризует глубину проникновения магнитного поля внутрь витков, L_{δ} . Величины L_g и L_{δ} отличны от нуля даже для оболочки максимального радиуса, изначально плотно прилегающей к внутренней поверхности соленоида. Так, для используемого в расчетах стального соленоида при этом получим

$$L_g = \mu_0 n_s^2 l_s \pi \left(R_b^2 - b_s^2 \right) \simeq 0.48 \ \mu \text{H}, \tag{5.27}$$

где b_s — радиус свободного отверстия внутри соленоида, и предполагается, что $l_s = l_c$. Разность $R_b - b_s \simeq 1.6$ мм представляет собой толщину необходимого изоляционного слоя с внутренней стороны соленоида.

Индуктивность скин-слоя L_{δ} проще всего оценить, используя известное [35, 244] реше-

ние задачи о диффузии синусоидального магнитного поля $H = H_0 \sin(wt)$ в проводящее полупространство. Направляя ось Ox декартовой системы координат внутрь проводящей среды нормально поверхности, для магнитного поля и плотности тока имеем

$$H(x,t) = H_0 \exp\left(-\frac{x}{\delta_H}\right) \sin\left(wt - \frac{x}{\delta_H}\right),$$

$$j(x,t) = \operatorname{rot} H = \frac{\sqrt{2}}{\delta_H} H_0 \exp\left(-\frac{x}{\delta_H}\right) \sin\left(wt - \frac{x}{\delta_H} + \frac{\pi}{4}\right),$$
(5.28)

где

$$\delta_H = \sqrt{\frac{2\varrho_s}{w\mu}} \tag{5.29}$$

— классическая глубина скин-слоя, ρ_s — удельное электросопротивление (соленоида), μ — магнитная проницаемость. Нас будут интересовать достаточно сильные магнитные поля, значительно превышающие поля насыщения, поэтому здесь и в дальнейшем мы будем полагать $\mu = \mu_0$. Используя (5.28), для полного тока, протекающего через витки соленоида (толщиной h_{st}), получим

$$I = h_{st} \int_0^\infty j(x,t) \, dx = h_{st} H_0 \sin(wt), \tag{5.30}$$

а для средней за полупериод $T_m=\pi/w$ энергии магнитного поля в проводящей среде под площадьюS—

$$W_{\delta} = \frac{1}{T_m} \int_0^{T_m} dt \ S \int_0^\infty \frac{\mu_0 H^2}{2} dx = \frac{1}{8} \mu_0 H_0^2 S \delta_H.$$
(5.31)

Последнюю величину можно вычислить иначе, используя понятие эффективной индуктивности [244],

$$W_{\delta} = \frac{L_{\delta}}{2} \frac{1}{T_m} \int_0^{T_m} I^2 dt = \frac{1}{4} L_{\delta} H_0^2 h_{st}^2.$$
(5.32)

Полагая магнитное поле в промежутках между витками равным магнитному полю в витках, можем записать $S = l_s 2\pi R_b$. Приравнивая теперь записанные выражения для энергии W_{δ} , приходим к

$$L_{\delta} = \frac{R_b l_s}{h_{st}^2} \sqrt{2\pi\mu_0 \varrho_s T_m}.$$
(5.33)

При заданной емкости конденсаторной батареи *C* значение полупериода колебаний *T_m* в пренебрежении резистивным сопротивлением соленоида определяется его суммарной индуктивностью:

$$T_m = \pi \sqrt{C \left(L_g + L_\delta \right)}.$$
(5.34)

Подставляя последнее соотношение в (5.33), получим алгебраическое уравнение, неявно определяющее искомую индуктивность,

$$L_{\delta} = \pi \frac{R_b l_s}{h_{st}^2} \sqrt{2\mu_0 \varrho_s \sqrt{C \left(L_g + L_{\delta}\right)}}.$$
(5.35)

При C = 430 мкФ уравнение (5.35) для используемого нами соленоида дает $L_{\delta} \simeq 0.61$ мкГн. Таким образом, стартовая индуктивность соленоида не может быть меньше, чем $L_{i,0} = L_g + L_{\delta} \simeq 1.09$ мкГн. Рабочая (изменяемая) часть индуктивности —

$$L_{var} = \mu_0 n_s^2 l_s \pi b_s^2 K_L \simeq 1.41 \ \mu \mathrm{H}, \tag{5.36}$$

где $K_L \simeq 0.9$ — поправочный множитель, учитывающий конечную длину соленоида [244]. Для полной индуктивности соленоида (без проводящей оболочки) имеем $L_{var} + L_{i,0} \simeq 2.50$ мкГн, что в точности совпадает с экспериментально промеренным значением. Последнее подтверждает корректность представленной оценки для начальной индуктивности соленоида $L_{i,0}$, используемого для магнитно-импульсного прессования по схеме Θ -пинча.

5.2.2 Сопоставление с экспериментальными данными

Для численного расчета динамики деформируемой системы "оболочка + порошок" совместно с динамикой электрического колебательного контура разработан программный комплекс "Uniform" [274-277]. Вид главного окна данного комплекса, содержащего начальные значения задаваемых параметров, представлен на рис. 5.11. Варьируемыми параметрами комплекса являются: тип нанопорошка (P1="AM" или P2="a-AM"); материал оболочки (медь или алюминий); параметры электрического контура — $C, R_{cir}, L_{i,0}$; начальные радиальные размеры деформируемой системы; зарядное напряжение U_0 ; а в случае Θ -пинча — также геометрические параметры соленоида (длина, число и толщина витков, радиальные размеры). Для сопоставления с экспериментальными данными по конечной плотности компактов из нанопорошков P1 и P2, согласно с условиями проведенных экспериментов, задавались следующие значения параметров: C = 430 мкФ, оболочка из меди; $R_{cir} = 1.5$ мОм, $L_{cir} = 15$ нГн (Z-пинч) и $R_{cir} = 40$ мОм, $L_{cir} = 200$ нГн (Θ -пинч). Значение $L_{i,0}$ в случае Z-пинча рассчитывается по формуле (5.23).

Сопоставление теоретических расчетов по уравнениям (5.7), (5.22), (5.25) с экспериментальными данными о конечной плотности компактов на примере порошка P1 продемонстрировано на рисунке 5.12. Представленная в настоящем разделе теоретическая модель позволяет проводить сравнение с экспериментом как в координатах "конечная плотность — амплитуда внешнего давления p_m ", так и в координатах "конечная плотность — зарядное напряжение U_0 ". В последнем случае исключаются погрешности, связанные с оценкой величины p_m по экспериментально измеряемым разверткам тока I(t). При этом, как показывает рисунок 5.12, становится заметным различие между теоретическим расчетом и экспериментальными данными по Θ -пинчу. Теория несколько завышает конечные плотности компактов. Причиной этого является неучитываемая в настоящем разделе диффузия магнитного поля во внутреннюю полость оболочки. Учет данного явления, как будет показано в следующем разделе, позволит достичь полного согласия между теорией и экспериментальными данными.

На кривых Z-пинча на рисунке 5.12 (штриховые линии) заметно проявление "эффекта периодичности", о котором шла речь в предшествующем разделе. Так, при зарядном напряжении $U_0 = 15.2$ кВ наблюдается некоторое улучшение прессуемости. Рисунок 5.13 показывает, что при этом за время прессования успевает реализоваться в точности три периода внешнего давления. Т.е. отмеченное вертикальным пунктиром на рисунке 5.12 прессование

🔊 Установка начальных параметров				
Тип прессуемого порошка:	нанопорошок АМ		🖲 медь	
	🔘 нанопорошок а-АМ	Оболочка:	🔿 алюминий	
	🔘 абс. твердое тело		🔿 сталь 12X18H10T	
Электрическая схема:				
Емкость конденсатора, [мкФ], 430 🐥		Геометрические размеры:		
Активное сопротивление, [млОм], 40.0 💌		Радиус стержня, мкм 🛛 1000 🍨		
Индуктивность схемы, (нГн), 200 📩		Толщина порошкового 🚺 10000 👤 слоя, мкм		
Стартовая индуктивность рабочего 🛛 1 090 🚔		Толщина оболочки, мкм 🛛 🚺		
F-		_Г Параметрь	<i>∟Параметры индуктора:</i>	
Pacuem:		Длина спирали, мм 140 🍨 🎅		
Для одного значения стартового напряжения U, [B]	 17000 	Число витко	ов 21 👤	
В диапазоне U от нуля до. [kB] с шагом, [B]	0	С	TAPT	
Шаг по времени, [наносекунд]	10			

Рисунок 5.11: Главное окно программного комплекса "Uniform".



Рисунок 5.12: Сопоставление теории (линии) с экспериментальными данными [229] (точки) о конечной плотности компактов в зависимости от амплитуды внешнего давления (слева) и от зарядного напряжения конденсаторной батареи (справа). Ө-пинч — сплошные линии и светлые точки; Z-пинч — штриховые линии и темные точки. Пунктиром отмечено прессование при $U_0 = 15.2$ кВ, для которого на рисунках 5.13 и 5.14 представлены временные развертки давлений.

при $U_0 = 15.2$ кВ аналогично точкам A и C на рисунке 5.6 предыдущего раздела.

Отметим достаточно низкую эффективность схемы Z-пинча. На рисунке 5.13 видно, что при зарядном напряжении $U_0 = 15.2$ кВ конечное состояние порошка P1 по давлению p_{el} не превосходит максимального значения внешнего давления, достигаемого на первом периоде. При этом к.п.д. прессования, определяемый как отношение работы по сжатию порошка $\int p_{el} dV$ к изначальной энергии накопителя $W_0 = CU_0^2/2$, согласно проведенным расчетам, составляет всего 1.8%. Гораздо более высокая эффективность достигается в условиях Θ -пинча. При том же зарядном напряжении $U_0 = 15.2$ кВ к.п.д. Θ -пинча составляет уже 11.7%, а достигаемое состояние порошка по давлению $p_{el} \simeq 1.4$ ГПа (см. рисунок 5.14) более, чем в пять раз превосходит амплитуду внешнего импульса $p_m \simeq 0.26$ ГПа. В результате прессования пористость порошкового тела уменьшается со значения $\theta_0 \simeq 0.79$ до значения $\theta_{end} \simeq 0.36$. Столь существенное уплотнение при относительно слабом внешнем воздействии (амплитудой $p_m \simeq 0.26$ ГПа) становится возможным только благодаря эффективному использованию инерционных свойств деформируемой системы "порошок + оболочка". Можно утверждать, что условия прессования, изображенного на рисунке 5.14, соответствуют условиям резонансного отклика деформируемой системы на внешнее воздействие.

Для порошка P2, как уже отмечалось в предыдущем разделе, влияние инерционных эффектов не столь велико, по сравнению с порошком P1. Экспериментальные данные о конечной плотности прессовок из порошка P2 в условиях Θ -пинча, проиллюстрированные на рисунке



Рисунок 5.13: Временные развертки давлений в деформируемой системе "оболочка + порошок" для прессования по схеме Z-пинча при зарядном напряжении $U_0 = 15.2$ кВ. Сплошная линия — внешнее (магнитное) давление на проводящую оболочку p_c , штриховая — давление на порошок p_d , пунктирная — величина давления p_{el} , компенсируемого упругими напряжениями в уплотняемом порошке, штрихпунктирная — то же для оболочки, Δp_c . Параметры расчета: $r_m = 1$ мм, $R_{d,0} = 11$ мм, $R_{c,0} = 12$ мм, порошок P1, оболочка из меди.

Рисунок 5.14: Временные развертки давлений в деформируемой системе "оболочка + порошок" для прессования по схеме Θ -пинча при зарядном напряжении $U_0 = 15.2$ кВ. Обозначения и параметры расчета те же, что и на рисунке 5.13.

5.2, получены при зарядном напряжении $U_0 = 17$ кВ. Временные развертки давления, соответствующие данным экспериментам, представлены на рисунке 5.15. Рисунок показывает, что в отличие от порошка Р1 здесь благодаря использованию инерционного эффекта удается достичь лишь примерно двукратного превышения p_{el} ($\simeq 0.76$ ГПа) над амплитудой внешнего воздействия p_m . К.п.д. процесса при этом составляет около 8%, а конечная пористость $\theta_{end} \simeq 0.52$. Однако, это опять существенно более высокие показатели, чем при Z-пинче. На том же зарядном напряжении $U_0 = 17$ кВ прессование порошка Р2 в условиях Z-пинча позволяет достичь лишь состояния с $p_{el} \simeq 0.23$ ГПа, $\theta_{end} \simeq 0.66$ при к.п.д. процесса в 1.3%.

Представленные выше результаты ни в коей мере не означают, что электродинамическое прессование по схеме Z-пинча всегда менее эффективно, чем индукционное сжатие в рамках Θ -пинча. Определяющим фактором является не схема прессования, а соотношение между длительностью внешнего импульса и инерционными свойствами деформируемой системы. Схема Θ -пинча имеет некоторое преимущество перед схемой Z-пинча, поскольку позволяет варьировать индуктивность электрической схемы в достаточно широких пределах благодаря изменению конструкции соленоида (длина, толщина и количество витков, и т.п.). Проиллюстрированное на рисунке 5.12 резонансно высокое уплотнение прессовок из нанопо-



Рисунок 5.15: Временные развертки давлений в деформируемой системе "оболочка + порошок P2" для прессования по схеме Θ -пинча при зарядном напряжении $U_0 = 17.0$ кВ. Обозначения линий и другие параметры расчета те же, что и на рисунке 5.13.

Рисунок 5.16: Конечная плотность прессовок из порошка Р1 в зависимости от зарядного напряжения конденсаторной батареи — теоретический расчет для схем Z- и Θ -пинчей. Параметры расчета: $r_m = 8.0$ мм, $R_{d,0} = 10.0$ мм, $R_{c,0} = 10.5$ мм. Штриховые линии показывают разгрузочную плотность: изменение плотности на стадии упругой разгрузки оценено ур. (2.25) с параметрами для процесса В в модельной системе I.

рошков P1 и P2 достигается при длительностях внешнего импульса давления, характерных для используемой схемы Θ -пинча. Снижение инерционных свойств деформируемой системы приводит к снижению резонансных значений длительности, и при фиксированном соленоиде для легко подвижных систем "порошок + оболочка" более эффективной может оказаться более скоростная схема Z-пинча. Примером этому может служить изготовление тонкостенных трубчатых заготовок [4].

На рисунке 5.16 представлены расчеты по конечной плотности компактов из порошка P1, когда начальная толщина порошкового слоя составляет 2 мм, а проводящей оболочки — 0.5 мм. Видно, что при относительно низких значениях зарядного напряжения, когда характерное время сжатия еще достаточно велико (см. рисунок 5.17, $U_0 = 10$ кВ), схема Z-пинча уступает по эффективности Θ -пинчу. Увеличение зарядного напряжения приводит к росту скорости сжатия и уменьшению времени реализации всего процесса. В результате при $U_0 = 20$ кВ, как видно по рисунку 5.17, в схеме Z-пинча реализуются резонансные условия прессования и ее эффективность (к.п.д. $\simeq 4.0\%$, достигаемое порошком состояние — $\theta_{end} = 0.29, p_{el} \simeq 2.4$ ГПа) существенно превосходит эффективность Θ -пинча (соответственно, к.п.д. $\simeq 2.2\%, \theta_{end} = 0.42, p_{el} \simeq 1.3$ ГПа). Отметим, что расчеты по эмпирическим адиабатам сжатия для порошков P1 и P2 соответствуют плотности "под давлением" (см. гла-



Рисунок 5.17: Временные развертки давлений в деформируемой системе "оболочка + порошок P1" для прессования по схемам Z-пинча (слева) и Θ -пинча (справа) при зарядных напряжениях $U_0 = 10$ кВ (сверху) и 20 кВ (снизу). Обозначения линий см. на рисунке 5.13. Параметры расчета: $r_m = 8.0$ мм, $R_{d,0} = 10.0$ мм, $R_{c,0} = 10.5$ мм, оболочка из меди.

ву 2). Величину упругой разгрузки в этих порошках можно оценить по модельным системам, исследованным во второй главе методом гранулярной динамики. При этом, можно ожидать, что свойства порошка P1 (неотожженного) должны быть близки к свойствам модельной системы I (без прочных связей), а порошка P2 — к свойствам модельной системы II. Пример такой оценки представлен на рис. 5.16 штриховыми линиями. Видно, что в диапазоне экспериментальных зарядных напряжений (порядка 10–20 кВ) различие между плотностью "под давлением" и разгрузочной плотностью невелико, что оправдывает проводимый в данной главе анализ без учета стадий упругой разгрузки.

Интересно отметить, что в рамках континуального подхода (3.24) при достаточно высоких зарядных напряжениях возможно достижение беспористого состояния порошковой прессовки. Данная возможность возникает только благодаря использованию инерционного эф-

фекта. В квазистатических условиях сжатия беспористое состояние (даже в условиях "под давлением") абсолютно недостижимо, поскольку предел пластической текучести p_{el} порошкового тела (3.24) расходится при $\theta \to 0$ как

$$p_{el} \simeq \tau_0 \sqrt{\Psi} \simeq \tau_0 \sqrt{\frac{2}{3\theta}}$$
 (5.37)

В то же время корневая расходимость давления $p_{el}(\theta)$ не приводит к расходимости работы по сжатию порошка ($\int p_{el}dV$), которая остается конечной в пределе $\theta \to 0$. Поэтому сообщение деформируемой системе "порошок + оболочка" достаточно высокой кинетической энергии позволит достичь беспористого состояния. При этом, конечно, как показывает анализ модельных систем во второй главе, будет наблюдаться значительная упругая разгрузка. Так, если отдельные частицы порошка сохраняют свою целостность, то максимальная разгрузочная плотность, по крайней мере, для монодисперсной системы не может превысить плотность гцк-упаковки: $\rho_{hex} \simeq 74\%$. В то же время, в области экстремально высоких давлений (порядка 10 ГПа) можно ожидать превышение порога прочности некоторой частью частиц, что инициирует дополнительный механизм необратимого уплотнения. Для частиц оксида алюминия, как отмечалось вначале первой главы, предел теоретической прочности составляет $\sigma_b \simeq 11$ ГПа.

5.2.3 Компактирование тонкостенных цилиндрических заготовок

В схеме Z-пинча, в отличие от Θ -пинча, импульсное магнитное поле создается не соленоидом, а собственным током, пропускаемым по проводящей оболочке. Индуктивность L_i коаксиальной линии "проводящая трубка – обратный токопровод" существенно ниже индуктивности массивного соленоида, используемого в схеме Θ -пинча. Так, при типичных значениях $R_c = 10$ мм и $l_c = 140$ мм получим $L_i = 0.04$ мкГн, в то время как индуктивность соленоида, в зависимости от размеров помещенной внутрь проводящей оболочки, лежит в пределах 1–2.5 мкГн. Снижение индуктивности колебательного контура приводит к уменьшению периода ($2T_m$) собственных колебаний ($T_m = \pi \sqrt{LC}$). Для Θ -пинча характерное время (длительность импульса магнитного давления — T_m) составляет около 90 мкс. В схеме Z-пинча аналогичная характеристика $\simeq 15$ мкс. Существенное сокращение длительности, характеризующей электрический контур, при неизменной механической системе неизбежно уводит процесс компактирования от "резонансных" условий, в которых максимально эффективно реализуется инерционный механизм. Именно поэтому схема Z-пинча в применении к

прессованию сплошных порошковых цилиндров заметно уступает по эффективности схеме Θ -пинча, см. рис. 5.1 и 5.2. С другой стороны, Z-пинч представляется весьма перспективным в случае применения к менее инерционным системам. В связи с этим, мы в данном разделе рассмотрим прессование не сплошных, а полых порошковых цилиндров достаточно малой толщины [4].

Динамика порошкового слоя описывается ур. (5.7), в котором теперь $r_m > h_0$, где $h_0 = R_{d,0} - r_m$ — начальная толщина порошковой засыпки. В приближении тонкого порошкового слоя можно считать процесс уплотнения односторонним, т.е. использовать непосредственные зависимости $p(\rho)$, соответствующие экспериментальным адиабатам одноосного сжатия для порошков P1–P4, либо расчетные кривые модельных систем I и II. В ур. (5.5) в данных условиях можно пренебречь вторым слагаемым в левой части. Тогда, интегрируя по радиусу с учетом граничных условий $\sigma_r(r_m) = -p(\rho)$ и $\sigma_r(R_d) = -p(R_d)$, и комбинируя результат с ур. (5.3), приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$a_d R_d \left[\frac{\rho_d}{2} - \frac{\rho_d r_m^2}{R_d^2 - r_m^2} \ln\left(\frac{R_d}{r_m}\right) + \rho_c \ln\left(\frac{R_c}{R_d}\right) \right] = p(\rho) + \Delta p_c - p_m(t) + v_d^2 A, \tag{5.38}$$

$$A = \frac{\rho_d r_m^2}{R_d^2 - r_m^2} \left[1 - \frac{R_d^2 + r_m^2}{R_d^2 - r_m^2} \ln\left(\frac{R_d}{r_m}\right) \right] + \rho_c \frac{R_c^2 - R_d^2}{2R_c^2} + \rho_c \ln\left(\frac{R_c}{R_d}\right).$$
(5.39)

Для численных оценок используются следующие параметры расчета: проводящая оболочка из меди толщиной 1 мм; $L_{cir} = 0.015$ мкГн, $R_{cir} = 1.5$ мОм, $l_c = 140$ мм, $r_b = 45$ мм, $r_m = 10$ мм, C = 430 мкФ, $U_0 = 25$ кВ. Отметим, что зарядное напряжение теперь не ограничено прочностными характеристиками соленоида, а определяется возможностями емкостного накопителя. Результаты расчетов для порошкового слоя начальной плотностью $\rho_0 = 0.24$ и толщиной $h_0 = 4$ мм представлены на рис. 5.18. Характерное время электрического контура $t_z = 14$ мкс, в то время как, характерное время механической системы t_p , необходимое для реализации процесса уплотнения, составляет 20 мкс для слабо агрегированного порошка (модельная система I) и 22 мкс — для сильно агрегированного (система II). Ранее было установлено, что резонансные, т.е. наиболее эффективные, условия прессования достигаются при соотношении $t_p \simeq t_z/2$. Однако, даже вдали от этих резонансных условий, как показывает рис. 5.18, Z-пинч позволяет достигать результатов, аналогичных Θ -пинчу, когда итоговые давления прессования многократно превосходят амплитуду исходного магнитного давления.

Реализовать резонансные условия ($t_p \simeq t_z/2$) можно либо варьируя параметры электрического контура, т.е. увеличивая t_z , либо варьируя инерционные свойства механической



Рисунок 5.18: Временная развертка давлений в условиях Z-пинча для модельных систем I (сплошные линии) и II (штриховые линии): давление магнитного поля $p_c/1/$ и противодавление в прессуемом порошке $p(\rho)/2/$. Параметры расчета см. в тексте. На вставке: изменение плотности порошка в ходе прессования.

Рисунок 5.19: Плотность порошка (система II), достигаемая к концу процесса прессования по схеме Z-пинча, в зависимости от начальной толщины порошкового слоя. Сплошная линия — медная оболочка (Cu) толщиной $h_{c,0} = 1.0$ мм; штриховая линия — Cu, 0.5 мм; пунктирная линия — Al, 1.0 мм; штрих-пунктирная линия — Al, 0.5 мм.

системы, уменьшая t_p . Результаты, получаемые вторым способом, представлены на рис. 5.19. Здесь уменьшение инерционных свойств достигается за счет уменьшения толщины порошкового слоя (h_0) , толщины проводящей оболочки, либо использование более легкого материала (Al вместо Cu) для оболочки. Видим, что максимальное уплотнение модельной системы II в 1-мм медной оболочке достигается для слоя толщиной $h_0 = 0.8$ мм. При этом процесс уплотнения занимает $t_p = 8$ мкс, а давление в порошке достигает 6 ГПа. Столь высокое давление уже позволяет ожидать преодоления критического порога прочности для некоторой доли частиц порошка. Последнее может инициировать дополнительный механизм уплотнения необратимый процесс разрушения отдельных наночастиц.

Стоит однако отметить слишком малую толщину порошкового слоя, которая к концу процесса согласно расчетам составляет всего 0.26 мм. Изготовление и дальнейшая работа (снятие со стержня, спекание) с таким тонким изделием представляет собой чрезвычайно сложную техническую задачу. Повысить толщину порошкового слоя не нарушая условие резонанса можно, уменьшая массу проводящей оболочки. Так, для медной оболочки толщиной 0.5 мм резонансным условиям соответствует слой с $h_0 = 1.3$ мм, а использование алюминиевой оболочки позволяет повысить h_0 до значения 2.2 мм. В последнем случае толщина прессовки составляет 0.75 мм, что уже вполне доступно для успешной обработки в рамках

существующих экспериментальных технологий [4].

Сопоставление временных разверток магнитного давления на рис. 5.15 и 5.17 показывает, что если в условиях Θ -пинча деформирование механической системы заметно искажает импульс тока в электрическом контуре, то в условиях Z-пинча динамика механической системы практически не влияет на динамику электрического контура. Во-первых, это связано со слабой зависимостью индуктивности контура в Z-пинче от радиуса проводящей трубки, а во-вторых, — с малой толщиной порошкового слоя и, как следствие, малой амплитудой деформации трубки. Слабая взаимосвязь электрического контура и механической системы позволяет без привнесения большой погрешности анализировать уравнения, описывающие их динамику, независимо. Тогда, результатом решения уравнения (5.22) являются известные затухающие колебания LRC-контура [35, 244, 253]). В случае слабого затухания ($R_{cir} \ll 2\sqrt{L/C}$), что вполне соответствует представленным на рис. 5.18 и 5.19 расчетам, для импульса магнитного давления, по крайней мере, на первой полуволне колебаний (по току) с достаточно высокой точностью можем записать

$$p_c = p_m \sin^2\left(\frac{\pi t}{T_m}\right), \quad p_m = \frac{\mu_0 C U_0^2}{8\pi^2 L R_c^2}, \quad T_m = \pi \sqrt{LC} .$$
 (5.40)

Чтобы проанализировать решение уравнений (5.38), (5.39) применительно к низко инерционным системам, перейдем в них к пределам $R_c - R_d = h_c \ll r_m$, $R_d - r_m = h \ll r_m$, и пренебрежем упругим противодействием оболочки Δp_c . Тогда, с учетом выражения (5.40), приходим к дифференциальному уравнению

$$\left(\rho_{c}h_{c} + \frac{1}{2}\rho_{d,0}h_{0}\right)\frac{d^{2}h}{dt^{2}} = p(\rho) - p_{m}\sin^{2}\left(\frac{\pi t}{T_{m}}\right).$$
(5.41)

Обезразмеривая уравнение (5.41), нетрудно заметить, что при заданном законе уплотнения порошка $p(\rho)$ и амплитуде магнитного давления p_m динамика механической системы определяется величиной безразмерного комплекса

$$R_Z = \left(\rho_c h_c + \frac{1}{2}\rho_{d,0}h_0\right) \frac{h_0}{T_m^2 p_m} .$$
 (5.42)

На рис. 5.20 представлены зависимости плотности прессовок от значения комплекса R_Z . Причем, здесь расчеты выполнены по исходным уравнениям (5.38), (5.39), в которых подставлено магнитное давление (5.40). Сравнивая рис. 5.19 и 5.20, видим, что переход от переменной h_0 вдоль оси абцисс к безразмерному комплексу R_Z приводит, практически, к полному наложению кривых, соответствующих различным (как по толщине, так и по материалу)



Рисунок 5.20: Конечная плотность прессовки ρ_{end} в зависимости от безразмерного комплекса R_Z . Обозн. линий см. на рис. 5.19. Внешнее магнитное давление определяется выражением (5.40), где $p_m = 0.5$ ГПа и $T_m = 15$ мкс.

Рисунок 5.21: Значение комплекса R_Z , соответствующее резонансным условиям прессования по схеме Z-пинча, в зависимости от амплитуды магнитного давления для модельных систем I (сплошная линия) и II (штриховая линия).

оболочкам. Условиям резонанса для модельной системы II и амплитуды внешнего давления $p_0 = 0.5 \Gamma \Pi a$ соответствует значение $R_{z,\max} \simeq 0.092$. Анализ влияния таких "силовых" параметров, как противодавление порошка $p(\rho)$ и амплитуда p_m магнитного давления, представлен на рис. 5.21. Увеличение p_m приводит к смещению резонансных условий в сторону больших значений R_Z , т.е. в сторону более инерционных систем. Наоборот, переход к системе с большими значениями противодавления $p(\rho)$, т.е. переход от системы I к системе II, приводит к снижению координат максимума $R_{z,\max}$.

При переходе от модельного сигнала (5.40) к строгому решению системы уравнений электрического контура сильное влияние на "координату" резонансных условий ($R_{z,max}$) оказывает зависимость амплитуды магнитного давления от радиуса оболочки R_c , согласно ур. (5.40). Увеличение R_Z за счет увеличения толщины порошкового слоя приводит, одновременно, к заметному уменьшению амплитуды p_m . В результате, максимум на зависимости достигаемой плотности ρ_{end} от безразмерного комплекса R_Z смещается в сторону меньших значений R_Z . Так, максимумы на кривых, представленных на рис. 5.19, характеризуются значениями: $R_{z,max} = 0.068$ при амплитуде магнитного давления 0.49 ГПа (медная 1-мм оболочка); 0.057 при 0.51 ГПа (Cu, 0.5 мм), 0.055 при 0.46 (Al, 1.0 мм) и 0.049 при 0.48 (Al, 0.5).



Рисунок 5.22: Конечная пористость компакта из порошка Р1 в зависимости от зарядного напряжения конденсаторной батареи (накопителя энергии). Параметры расчета: $r_m = 1$ мм, $R_{d,0} = 11$ мм, $R_{c,0} = 12$ мм, оболочка из меди. Сплошные линии: 1 - C = 430 мкФ, 2 - 500, 3 - 750, 4 - 1000, 5 - 1500. Штриховые линии: а — стартовая энергия накопителя $W_0 = CU_0^2/2 = 50$ кДж, b — 100, с — 150, d — 200.

5.2.4 Повышение эффективности схемы *Z*-пинча за счет параметров электрического контура

Поскольку эффективность процесса прессования определяется соотношением между длительностью импульса внешнего воздействия и скоростью сжатия, то, казалось бы, повысить эффективность схемы Z-пинча можно не только снижая инерционные свойства деформируемой системы, но и варьируя параметры электрического контура, например, емкость конденсаторной батареи C. Представленная в настоящем разделе теоретическая модель позволяет провести такой анализ.

Расчетные кривые компактирования в координатах "конечная пористость — зарядное напряжение" при различных значениях емкости конденсаторной батареи (накопителя энергии) представлены на рисунке 5.22. Увеличение емкости C приводит к росту длительности (T_m) колебаний тока в электрическом контуре. Так, в *LRC*-контуре без активной нагрузки, как известно, $T_m \propto \sqrt{C}$. Рисунок 5.22 показывает, что увеличение C действительно существенно улучшает прессование, т.е. резко уменьшает конечную пористость компакта при фиксированном напряжении U_0 . Однако увеличение C связано с увеличением начальной энергии накопителя $W_0 = CU_0^2/2$ и, соответственно, амплитуды колебаний тока $I_{\text{max}} \simeq U_0 \sqrt{C/L}$ (знак строгого равенства соответствует *LRC*-контуру без нагрузки). При энергии $W_0 \simeq 50$ кДж, что соответствует значениям C = 430 мкФ и $U_0 \simeq 15$ кВ, улучшение прессования при увеличении емкости конденсаторной батареи обусловлено только лишь ростом энергозатрат. Эффективность процесса, т.е. к.п.д., при этом практически не меняется. Это подтверждают кривые компактирования вдоль постоянных значений энергии накопителя W_0 = const изображенные на рисунке 5.22 штриховыми линиями. Неизменность к.п.д. обусловлена недостижением условий резонансно высокого прессования. Так, при увеличении емкости накопителя с 430 мкФ до 1500 мкФ длительность одного колебания внешнего давления T_m возрастает, соответственно, примерно с 15 мкс до 29 мкс, в то время как вдоль линии $W_0 = 50$ кДж время прессования t_{end} составляет около 47 мкс и к.п.д. процесса прессования практически постоянен ($\simeq 1.8\%$). Рост к.п.д. с увеличением емкости C наблюдается лишь при относительно высоких значениях энергии W_0 , когда ввиду высоких скоростей сжатия время прессования становится существенно меньше. Так, вдоль линии $W_0 = 200$ кДж время прессования составляет уже $t_{end} \simeq 24$ мкс, что приводит к ощутимому росту эффективности прессования: к.п.д. процесса увеличивается с 5.2% при C = 430 мкФ до 8.9% при C = 1500 мкФ.

Таким образом, в ходе представленных в разделе 5.2 исследований развита и реализована в виде программного комплекса теоретическая модель, описывающая процессы радиального магнитно-импульсного прессования гранулированных материалов. Модель не учитывает диффузию магнитного поля, т.е. использует приближение резко-выраженного скин-эффекта. Поэтому, в первую очередь, данная модель применима к описанию радиального компактирования порошков по схеме Z-пинча, что подтверждает достигнутое согласие теоретических расчетов с экспериментальными данными по конечной плотности компактов, представленное на рис. 5.12. Выявленные в рамках развитой модели закономерности изучаемых процессов, открывают возможность "подстраивать" условия проведения экспериментов под максимальное использование инерционных свойств деформируемой системы, как за счет выбора наиболее подходящей схемы прессования (Z- или Θ -пинч), так и за счет варьирования параметров механической системы, либо электрического контура. Более строгое описание Θ -пинча и, в частности, достижение высокой точности воспроизведения соответствующих экспериментальных данных (см. рис. 5.12) требует строгого учета диффузии магнитного поля внутрь проводящей оболочки. Построению такой теории посвящен следующий раздел.

5.3 Учет диффузии магнитного поля в геометрии ⊖пинча

В условиях индукционного радиального сжатия проводящих цилиндрических оболочек всегда происходит частичная диффузия внешнего магнитного поля во внутреннюю полость. Продиффундировавшее внутрь поле препятствует сжатию проводящей оболочки и, несомненно, влияет на результаты компактирования. Это влияние будет несущественно в случае применения относительно толстостенных оболочек, толщины которых заведомо превышают толщину скин-слоя магнитных полей, используемых для импульсного воздействия. Однако предшествующий анализ показывает, что зачастую повышение эффективности магнитноимпульсного прессования требует уменьшения толщины проводящей оболочки или увеличения длительности импульса внешнего магнитного поля, что связано с увеличением характерных размеров скин-слоя. Интерес представляет также использование проводящих оболочек не из меди, а из более податливого в механическом плане материала, например, из алюминия. В связи с этим возникает необходимость построения более строгой теории Θ-пинча, нежели использованная в предшествующем разделе.

В связи с вышесказанным для прессования в относительно тонкостенных проводящих оболочках, толщины которых сопоставимы или меньше характерной глубины скин-слоя магнитных полей, в настоящем разделе будет построена теоретическая модель, учитывающая диффузию магнитного поля [276, 277]. В рамках данной модели, в частности, будет изучено расширение цилиндрических оболочек под действием магнитного поля, продиффундировавшего во внутреннюю полость. Данный эффект, подтвержденный экспериментально, рассматривается нами в настоящее время как один из возможных вариантов снятия оболочки с порошковой прессовки. Первые два подраздела (5.3.1 и 5.3.2) посвящены аналитическому решению задач о диффузии магнитного поля внутрь неподвижных проводящих оболочек. В следующих подразделах сформулирована полная система уравнений, описывающих процессы компактирования порошков по схеме Θ-пинча, представлена их дискретизация для численного решения методом конечных разностей [278, 279] и выполнен подробный анализ изучаемых процессов. В целом, как будет показано, построенная теоретическая модель позволяет проводить надежный прогноз процессов Θ-пинча и выбирать наиболее оптимальные условия для получения компактов с требуемыми характеристиками.

5.3.1 Расширение цилиндрической оболочки магнитным полем внешнего индуктора

В этом разделе представлено аналитическое решение задачи о диффузии магнитного поля во внутреннюю полость цилиндрической проводящей полой протяженной оболочки. Используя полученное решение для модельного импульса внешнего поля (в виде одной полуволны синуса), будет локализована область геометрических размеров оболочки (толщина и диаметр), в которой возможно ее расширение под действием остаточного магнитного поля во внутренней полости.

Известно, что помимо сжатия проводящей оболочки во внешнем импульсном магнитном поле, возможно ее индукционное расширение, если импульс внешнего поля имеет форму треугольника с плавным нарастанием и достаточно резким спадом [280]. Однако в реальных условиях компактирования порошков по схеме Θ -пинча внешнее магнитное поле создается соленоидом, являющимся частью электрического колебательного контура. При разряде на соленоид емкостного накопителя энергии и использовании в качестве ключей вакуумных разрядников, обладающих диодными свойствами, форма импульса магнитного поля близка к одной полуволне синуса:

$$B_c(t) = \begin{cases} B_m \sin(wt), & 0 \le t \le T_m, \quad (w = \pi/T_m), \\ 0, & t < 0, \ t > T_m, \end{cases}$$
(5.43)

где B_m — амплитуда, T_m — длительность импульса. Заметим также, что амплитуда B_m генерируемого поля для современных неразрушаемых многовитковых соленоидов ограничена величиной порядка 30 Тл [281-283]. Поэтому неизвестно, хватит ли остаточного (по завершении внешнего импульса) магнитного поля во внутренней полости оболочки для преодоления ее предела текучести. Реализация такого способа расширения при магнитно-импульсном прессовании, в частности, позволит осуществить выпрессовку предварительно сформованной порошковой заготовки из металлической оболочки.

Для ответа на поставленный вопрос необходимо решить уравнение диффузии магнитного поля, которое в условиях цилиндрической симметрии имеет вид

$$\frac{1}{\kappa_c}\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial B}{\partial r} , \qquad (5.44)$$

где B(r,t) — индукция магнитного поля, $\kappa_c = \rho_c/\mu$ — коэффициент диффузии, ρ_c — удельное электрическое сопротивление оболочки, $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м — магнитная проницае-

мость. Начальное условие к уравнению (5.44) — B(r, t = 0) = 0. Граничное условие на внутренней поверхности проводящей цилиндрической оболочки ($r = R_d$) определяется законом индукции, а на внешней поверхности ($r = R_c$) — изменением внешнего поля:

$$\frac{\partial B}{\partial r}\Big|_{r=R_d} = \frac{R_d}{2\kappa_c} \left. \frac{\partial B}{\partial t} \right|_{r=R_d} ; \qquad B(R_c,t) = B_c(t) .$$

В рамках преобразования Лапласа [284]

$$A(r,g) = \hat{L}\{B(r,t)\} = \int_0^\infty e^{-gt} B(r,t) \, dt \tag{5.45}$$

сформулированная выше задача для изображения A(r) (зависимость от параметра g для краткости будем опускать) искомой функции B(r,t) имеет вид уравнения Бесселя

$$\frac{d^2A}{dz^2} + \frac{1}{z}\frac{dA}{dz} + A = 0 , \qquad (5.46)$$

с граничными условиями

$$A(z_c) = A_c, \qquad \left. \frac{dA}{dz} \right|_{z=z_d} = i \frac{R_d}{2} \sqrt{\frac{g}{\kappa_c}} A(z_d), \tag{5.47}$$

где $z(r) = \beta r, \beta = -i\sqrt{g/\kappa_c}, z_d = z(R_d), z_c = z(R_c), A_c$ — изображение $B_c(t)$. Решение задачи (5.46), (5.47) имеет вид

$$A(z) = A_c \frac{F(z)}{F(z_c)} , \qquad (5.48)$$

$$F(z) = Y_0(z) \left[J_1(z_d) + i \, \frac{R_d}{2} \sqrt{\frac{g}{\kappa_c}} J_0(z_d) \right] - J_0(z) \left[Y_1(z_d) + i \, \frac{R_d}{2} \sqrt{\frac{g}{\kappa_c}} Y_0(z_d) \right] \,, \tag{5.49}$$

где J_k, Y_k — функции Бесселя первого и второго рода k-го порядка.

Как известно [284], решение для произвольного граничного условия $B_c(t)$ (включаемого в момент времени t = 0) может быть легко сконструировано на основе решения, отвечающего "постоянным" граничным условиям

$$B_c(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ B_m, & t \ge 0, \end{cases} \qquad A_c = \frac{B_m}{g}.$$
 (5.50)

Соотношения (5.48)–(5.50), с учетом известных свойств функций Бесселя [285], дают для поля
внутри проводящей оболочки

$$A_d = \frac{B_m}{g} \frac{2}{\pi z_d} \frac{1}{F(z_c)} \; .$$

В итоге, выполняя обратное преобразование, для поля $B_d(t)$ получаем

$$\frac{B_d}{B_m} = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_n \frac{\exp\left(-\kappa_c \beta_n^2 t\right)}{\beta_n^2 R_d^2 f(\beta_n)} , \qquad (5.51)$$

где

$$f(\beta) = \frac{1}{2}\beta R_d s_{01} - \frac{R_c}{R_d} s_{11} + \frac{1}{2}\beta R_c s_{10} , \quad s_{kn} = J_k(\beta R_c)Y_n(\beta R_d) - Y_k(\beta R_c)J_n(\beta R_d) , \quad (5.52)$$

а β_n — корни уравнения

$$F(z_c) = \frac{1}{2}\beta R_d s_{00} - s_{01} = 0.$$
(5.53)

Подставляя (5.51) в интеграл Дюамеля [284], запишем решение задачи для произвольного граничного условия $B_c(t)$:

$$B_d(t) = \frac{4\kappa_c}{\pi R_d^2} \sum_n \frac{1}{f(\beta_n)} \int_0^t B_c(x) \exp\left[-\kappa_c \beta_n^2(t-x)\right] dx \quad .$$
(5.54)

В частности, для импульса внешнего поля в виде одной полуволны (5.43) общее выражение (5.54) после преобразований дает

$$\frac{B_d(t)}{B_m} = \Phi_1 + \Phi_2 , \quad (0 \le t \le T_m),$$
(5.55)

$$\Phi_{1} = \sin(wt) - \frac{2\delta_{H}^{2}}{\pi R_{d}^{2}} \sum_{n} \frac{\sin(wt)}{f(\beta_{n})} \frac{(w/\kappa_{c}\beta_{n}^{2})}{1 + (\kappa_{c}\beta_{n}^{2}/w)^{2}} - \frac{2\delta_{H}^{2}}{\pi R_{d}^{2}} \sum_{n} \frac{\cos(wt)}{f(\beta_{n})} \frac{1}{1 + (\kappa_{c}\beta_{n}^{2}/w)^{2}},$$
$$\Phi_{2} = \frac{2\delta_{H}^{2}}{\pi R_{d}^{2}} \sum_{n} \frac{1}{f(\beta_{n})} \frac{\exp(-\kappa_{c}\beta_{n}^{2}t)}{1 + (\kappa_{c}\beta_{n}^{2}/w)^{2}},$$

 $\delta_H = \sqrt{2\kappa_c/w}$ — классическая толщина скин-слоя [280]. Отметим, что стационарную часть решения (Φ_1) можно записать в более компактном виде. Для этого достаточно рассмотреть периодическое граничное условие $B_c(t) = -iB_m \exp(iwt)$ и взять решение, соответствующее вычету со значением g = iw, что дает

$$\Phi_1(t) = \frac{\delta_H}{\pi R_d} \operatorname{Re}\left[\frac{B_c(t)}{B_m} \left.\frac{1+i}{F(z_c)}\right|_{g=iw}\right]$$



Рисунок 5.23: Отношение амплитуд магнитного поля внутри и снаружи проводящей оболочки из меди, определяемое ур. (5.55) и (5.56). Длительность внешнего импульса $T_m = 100$ мкс, толщина оболочки $h_c = 1$ мм, радиус $R_d = 10$ мм /1/ и 4 mm /2/. Штриховые линии соответствуют приближению плоских волн [286].

Рисунок 5.24: Граница области возможного расширения проводящей оболочки из меди в координатах "толщина оболочки — внутренний радиус" для различных параметров импульса внешнего магнитного поля (5.43). Сплошная линия — $B_m = 25$ Тл, $T_m = 100$ мкс, штриховая — $B_m = 25$ Тл, $T_m = 200$ мкс, пунктирная — $B_m = 35$ Тл, $T_m = 100$ мкс. Точками показаны параметры экспериментально испытанных образцов, на которых наблюдалось расширение (светлые точки) и не наблюдалось (темные точки).

Наконец, для интервала $t > T_m$ из соотношения (5.54) получим

$$\frac{B_d(t)}{B_m} = \frac{4\kappa_c}{\pi R_d^2 w} \sum_n \frac{\exp\left(-\kappa_c \beta_n^2 (t - T_m)\right)}{f(\beta_n)} \frac{\exp\left(-\kappa_c \beta_n^2 T_m\right) + 1}{1 + (\kappa_c \beta_n^2 / w)^2} \,.$$
(5.56)

Решение, определяемое формулами (5.55) и (5.56) для проводящей оболочки из меди (удельное сопротивление при 25°С $\rho_c \simeq 17 \times 10^{-9}$ Ом·м [89]), представлено на рис. 5.23. Там же для сравнения приводится решение, соответствующее традиционно используемому приближению плоских волн [286].

Наличие остаточного магнитного поля во внутренней полости проводящей оболочки приводит к появлению расширяющих усилий, амплитуду которых будем характеризовать "магнитным давлением" — $p_m(t) = (B_d^2 - B_c^2)/(2\mu)$. Этим усилиям противодействуют упругие напряжения (см. раздел 3.5). Максимальная разность давлений (изнутри и снаружи) Δp_c , которую может упруго скомпенсировать цилиндрическая оболочка, определяется достижением предела текучести ее материала (τ_c), и для недеформированной (неупрочненной) цилиндрической оболочки дается уравнением (3.35). Будем полагать, что расширение оболочки



Рисунок 5.25: Экспериментальные образцы, демонстрирующие расширение проводящих трубок в магнитном поле внешнего соленоида [287]. Сверху вниз: алюминиевая трубка радиусом $R_d = 7$ мм и толщиной $h_c = 1$ мм; медь, $R_d = 7$ мм, $h_c = 0.5$ мм; медь, $R_d = 3$ мм, $h_c = 1$ мм.

реализуется при условии $p_m(T_m) > \Delta p_c$. Тогда соотношение

$$\frac{B_d^2(T_m)}{2\mu} = \tau_c \sqrt{2} \ln\left(\frac{R_c}{R_d}\right) \tag{5.57}$$

определяет границу области возможного расширения проводящей оболочки за счет действия остаточного магнитного поля.

Данная граница в координатах "толщина – радиус", рассчитанная по уравнениям (5.55)—(5.57) для медной оболочки ($\tau_c \simeq 60$ МПа) при различных параметрах внешнего импульса (5.43), представлена на рис. 5.24. Расчеты, в частности, показывают, что достичь эффекта расширения оболочки можно не только за счет увеличения амплитуды B_m внешнего поля, но и меняя длительность T_m внешнего импульса. На том же рисунке показаны параметры экспериментально испытанных медных образцов¹, на которых наблюдалось (светлые точки), либо не наблюдалось (темные точки) расширение. Видим, что теоретическая расчетная область (затемненная на рис. 5.24), соответствующая параметрам использованного экспериментального оборудования [287], позволяет достаточно надежно прогнозировать наличие эффекта расширения. Примеры расширенных трубок представлены на рис. 5.25. Там показаны медные трубки, соответствующие светлым точкам на рис. 5.24, а также алюминиевая трубка, расширение которой при заданных размерах (по сравнению с медными аналогами) обусловлено, во-первых, меньшим значением предела текучести ($\tau_c \simeq 30$ МПа, см. раздел 3.5) и, во-вторых, меньшей удельной проводимостью ($\varrho_c \simeq 28 \times 10^{-9}$ Ом·м при 25°C [89]), что интенсифицирует диффузию магнитного поля.

В следующем разделе (5.3.2) мы проанализируем влияние проводящего стержня, помещенного внутрь трубки, на пространственное распределение магнитного поля и на эффект расширения. В экспериментах по радиальному прессованию нанопорошков такие стержни

¹Эксперименты по расширению проводящих трубок выполнены А.В. Спириным (ИЭФ УрО РАН, [287]).

(разного диаметра) часто используются, что обусловлено изготовлением струеобразующих насадок [23, 229], тонкостенных порошковых заготовок для твердо-оксидных топливных элементов [4, 5, 23] и т.д. Роль проводящего стержня может выполнять и сама заготовка, например, при изготовлении металлокерамики [288]. Для упрощения выкладок нами будет исследовано влияние стержня с максимально возможным диаметром, когда система "стержень + оболочка", по сути, представляет собой биметаллический цилидр.

5.3.2 Расслоение биметаллического цилиндра в импульсном магнитном поле

В данном разделе представлено аналитическое решение задачи о диффузии внешнего магнитного поля в биметаллический цилиндр, представляющий собой стержень и оболочку из разных проводящих материалов. В случае импульса внешнего поля в виде одной полуволны (5.43) проанализировано расслоение цилиндра, обусловленное расширением оболочки под действием остаточного магнитного поля в ее внутренней полости, т.е. внутри стержня.

Уравнение диффузии в условиях цилиндрической симметрии имеет вид (5.44). Поставленная задача предполагает одновременное решение уравнений (5.44) для стержня и оболочки при начальном условии — B(r, t = 0) = 0, и граничных условиях —

$$B(R_c, t) = B_c(t) \qquad (r = R_c); \qquad B(r_m, t) = B(R_d, t) \quad (r = r_m);$$

$$\rho_c \left. \frac{\partial B}{\partial r} \right|_{r=R_c} = \rho_m \left. \frac{\partial B}{\partial r} \right|_{r=r_m} \qquad (r = r_m); \qquad \left. \frac{\partial B}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \qquad (r = 0), \qquad (5.58)$$

где R_d и R_c — внутренний и внешний радиусы оболочки, соответственно, $B_c(t)$ — внешнее по отношению к оболочке магнитное поле; ρ_c и ρ_m — удельные электросопротивления оболочки и стержня, соответственно. В рамках преобразования Лапласа (5.45) сформулированная задача для изображения A(r) искомой функции (зависимость от параметра g для краткости будем опускать) сводится к уравнениям Бесселя, решение которых, получаемое аналогично решению для полой оболочки в предыдущем разделе, имеет вид

$$A(r) = \frac{A_c}{F_c} \Phi(x_r, g), \quad \Phi(x_r, g) = \begin{cases} 2\gamma J_0(\alpha x_r) / (\pi \beta x_d) & (0 \le x_r \le x_d), \\ F(x_r) & (x_d \le x_r \le 1). \end{cases}$$
(5.59)

Здесь и в дальнейшем используются обозначения: $x_r = r/R_c, x_d = R_d/R_c,$

$$\begin{split} F(x_r) &= J_1(\alpha x_d) \left[J_0(\beta x_r) Y_0(\beta x_d) - Y_0(\beta x_r) J_0(\beta x_d) \right] \\ &-\gamma J_0(\alpha x_d) \left[J_0(\beta x_r) Y_1(\beta x_d) - Y_0(\beta x_r) J_1(\beta x_d) \right], \\ \beta &= R_c \sqrt{\frac{-g}{\kappa_c}} , \quad \gamma = \sqrt{\frac{\varrho_c}{\varrho_m}} = \frac{\alpha}{\beta}, \quad F_c = F(1) , \quad A_c = \hat{L} \left\{ B_c(t) \right\}, \\ &s_{kn} = J_k(\beta) Y_n(\beta x_d) - Y_k(\beta) J_n(\beta x_d) , \end{split}$$

 $J_k,\,Y_k$ — функции Бесселя первого и второго родаk-го порядка.

Опять же для построения общего решения для произвольного граничного условия $B_c(t)$, включаемого в момент времени t = 0, используем методику интеграла Дюамеля [284] и частного решения, отвечающего "постоянным" граничным условиям (5.50). Обратное преобразование Лапласа при условии (5.50) дает для магнитного поля

$$\frac{B(r,t)}{B_m} = 1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi(x_r,\beta_n)}{\beta_n f(\beta_n)} \exp\left(-\beta_n^2 \frac{\kappa_c t}{R_c^2}\right) , \qquad (5.60)$$

где

$$f(\beta) = \gamma J_0(\gamma \beta x_d) s_{11} - J_1(\gamma \beta x_d) \left[x_d \left(1 - \gamma^2 \right) s_{01} + s_{10} \right],$$

а β_n — корни уравнения $F_c = 0$. Решение задачи для произвольного граничного условия $B_c(t)$ теперь дается выражением

$$B(r,t) = -\frac{2\kappa_c}{R_c^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n \Phi(x_r, \beta_n)}{f(\beta_n)} \int_0^t B_c(y) \exp\left(-\beta_n^2 \frac{\kappa_c}{R_c^2}(t-y)\right) dy .$$
(5.61)

Для импульса внешнего поля в виде полуволны синуса (5.43) на интервале 0 $\leq t \leq T_m$ получаем

$$\frac{B(r,t)}{B_m} = \sin(\pi t_r) - 2\lambda \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n \Phi(x_r,\beta_n)}{f(\beta_n)} \frac{\exp\left(-\pi\beta_n^2 \lambda t_r\right) - \cos(\pi t_r) - \left(\beta_n^2 \lambda\right)^{-1} \sin(\pi t_r)}{1 + \left(\beta_n^2 \lambda\right)^2}, \quad (5.62)$$

где $t_r = t/T_m, \, \lambda = \kappa_c T_m/(\pi R_c^2),$ а при $t > T_m$ —

$$\frac{B(r,t)}{B_m} = -2\lambda \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n \Phi(x_r,\beta_n)}{f(\beta_n)} \frac{\exp\left(-\pi\beta_n^2 \lambda\right) + 1}{1 + (\beta_n^2 \lambda)^2} \exp\left[-\pi\beta_n^2 \lambda(t_r - 1)\right]$$
(5.63)

В приведенных величинах $(B/B_m, x_r, t_r)$ решение (5.62), (5.63) определяется значениями безразмерных комплексов x_d , γ и λ . Пространственные распределения магнитного поля в



Рисунок 5.26: Пространственное распределение магнитного поля в системе "стержень + оболочка" при $x_d = 0.8$, $\gamma = 2$ и $\lambda \simeq 0.034$ в моменты времени $t_r = 0.25$ /1/, 0.5 /2/, 0.75 /3/, 0.9 /4/, 1.0 /5/ и 1.2 /6/.

Рисунок 5.27: Временные развертки магнитного поля на внутренней поверхности оболочки B_d при $x_d = 0.8$, $\lambda \simeq 0.034$ для значений $\gamma^2 = 0$ /1/, 0.1 /2/, 0.5 /3/, 1.0 /4/, 4.0 /5/ и ∞ /6/. Пунктирная линия — импульс внешнего магнитного поля B_c . Штриховая линия — поле $B_{c,\min}$, соответствующее пределу текучести оболочки.

системе "стержень+оболочка" при определенных значениях этих комплексов представлены на рис. 5.26. Использованное значение λ соответствует медной оболочке ($\rho_c = 1.7 \times 10^{-8}$ Ом·м) диаметром $2R_c = 10$ мм при длительности внешнего импульса $T_m = 200$ мкс. Вертикальным пунктиром на рис. 5.26 отмечена граница между стержнем и оболочкой. Магнитное поле на этой границе $B_d = B(R_d, t)$ определяет силовое воздействие на оболочку, отождествляемое с движущей разностью давлений

$$\Delta p = \frac{B_d^2 - B_c^2}{2\mu} - \Delta p_c \;. \tag{5.64}$$

Временные развертки поля B_d , соответствующие различным значениям параметра γ , представлены на рис. 5.27. Кривая 1 (при $\gamma = 0$) описывает магнитное поле внутри полой оболочки, и построена по уравнению (5.55). На том же рисунке показано значение поля $B_{d,\min} = \sqrt{B_c^2 + 2\mu \Delta p_c}$, определяемое условием $\Delta p = 0$. В моменты времени, когда $B_d(t) > B_{d,\min}$, оболочка получает "импульс" расширения $I = \int \Delta p \, dt$.

Пренебрегая смещением оболочки в течение действия магнитных давлений B_c и B_d , что вполне оправданно, например, для высоко инерционной оболочки, и принимая поле скоростей (3.26), соответствующее модели несжимаемой среды, можем рассчитать приобретаемый им-



Рисунок 5.28: Относительное увеличение радиуса медной оболочки в зависимости от приведенной проводимости стержня $\gamma^2 = \rho_c/\rho_m$. Сплошная линия — $\lambda \simeq 0.017$, $x_d = 0.8$, $B_m = 25$ Тл, штриховая — $\lambda \simeq 0.034$, $x_d = 0.8$, $B_m = 16.7$ Тл, пунктирная — $\lambda \simeq 0.017$, $x_d = 0.88$, $B_m = 15$ Тл.

пульс:

$$I \equiv \int \Delta p(t) dt = \rho_c R_c v_c \ln(R_c/R_d) , \qquad (5.65)$$

где ρ_c — плотность, а $v_c = dR_c/dt$ — скорость расширения оболочки. Оценим необратимое пластическое расширение оболочки $y = \Delta R_c/R_c$, которое может произойти в результате приобретенного ею импульса. Для этого воспользуемся равенством кинетической энергии (на единицу длины)

$$E_k \equiv \int_{R_d}^{R_c} \frac{v^2(r,t)}{2} \rho_c 2\pi r \, dr = \frac{\pi I^2}{\rho_c \ln(R_c/R_d)}$$
(5.66)

и работы *A*, производимой силами внутренних напряжений при пластическом деформировании. Используя приближение несжимаемости материала оболочки в ходе пластического течения и результаты решения задачи Ламе для упругих напряжений в цилиндрической трубе [62], нетрудно получить для единицы объема

$$\delta A = \tau_c \sqrt{2} \, \frac{v(r,t)dt}{r}.\tag{5.67}$$

Интегрируя последнее соотношение по объему и по времени, приходим к

$$A = \frac{\pi \tau_c R_c^2}{\sqrt{2}} \left[2\left(1+y\right)^2 \ln\left(1+y\right) - \left(x_d^2 + 2y + y^2\right) \ln\left(x_d^2 + 2y + y^2\right) + x_d^2 \ln\left(x_d^2\right) \right] .$$
 (5.68)

Равенство $E_k = A$ теперь позволяет определить искомую величину y. Помимо комплексов x_d , λ , γ относительное расширение оболочки y зависит от амплитуды внешнего импульса B_m и параметров τ_c , ρ_c . Влияние проводящих свойств стержня на величину расширения медных оболочек ($\tau_c \simeq 60$ МПа, $\rho_c = 8.96$ г/см³) иллюстрирует рис. 5.28. Видно, что слабо проводящие стержни ($\varrho_c/\varrho_m \to 0$) по сравнению с абсолютно непроводящим ($\varrho_c/\varrho_m = 0$) уменьшают силовое действие остаточного магнитного поля, в то время как с ростом величины $\gamma^2 = \varrho_c/\varrho_m$ характер влияния может измениться. В результате, расслоение биметаллического цилиндра по величине y может многократно превосходить расслоение системы "оболочка + непроводящий стержень". Особенно сильно это проявляется с уменьшением параметра λ .

5.3.3 Теоретическая модель компактирования порошка

В предыдущих разделах (5.3.1 и 5.3.2) была продемонстрирована высокая значимость диффузии магнитного поля внутрь проводящей оболочки в условиях Θ -пинча. При определенных параметрах электрического контура и проводящей оболочки, довольно близких к условиям экспериментальных работ по радиальному компактированию нанопорошков [4, 23, 229], остаточное магнитное поле способно привести даже к расширению цилиндрических трубок. В связи с этим в настоящем разделе, с целью построения теоретической модели компактирования нанопорошков в геометрии Θ -пинча, мы откажемся от использования такой упрощающей характеристики, как эффективная индуктивность L_i , с помощью которой мы характеризовали электрический контур в приближении резко выраженного скин-эффекта. Вместо этого мы будем явным образом рассчитывать и учитывать распределения магнитного поля и плотности тока как по оболочке, так и по толще витков соленоида, посредством которого генерируется магнитное поле. Это позволит строго учесть все резистивные и реактивные свойства системы "соленоид + оболочка", а также силовое действие продиффундировавшего магнитного поля.

Динамика оболочки описывается уравнением (5.7), где под движущей разностью давлений Δp , имеющей в исходном уравнении вид $p_c - \Delta p_c - p_{el}$, теперь мы будем понимать

$$\Delta p = \frac{B_c^2 - B_d^2}{2\mu_0} + \text{sign}(v_d)\Delta p_c - p_{el},$$
(5.69)

где B_c и B_d — индукции магнитного поля снаружи и внутри оболочки, соответственно. Здесь подразумевается, что в случае сжатия оболочки $v_d < 0$, и ее упругое противодействие Δp_c совпадает по знаку с внутренним "магнитным давлением" $B_d^2/2\mu_0$. В случае расширения, которое становится возможным благодаря диффузии магнитного поля, величина Δp_c имеет противоположный знак, и соответственно, складывается с внешним "магнитным давлением".

Динамика электрического контура.

Внешнее по отношению к оболочке магнитное поле B_c генерируется соленоидом, который является частью электрического контура. Динамику электрического контура при наличии массивного соленоида с соосно расположенным проводящим цилиндром (оболочкой) теперь вместо уравнения одноконтурной эквивалентной схемы (5.22) будем описывать уравнением

$$IR_{cir} = \frac{Q}{C} - L_{cir}\frac{dI}{dt} - N_s\Delta\phi , \qquad (5.70)$$

где $N_s \Delta \phi$ — разность потенциалов на соленоиде, $\Delta \phi$ — падение потенциала на отдельном витке. Все витки соленоида считаем равноправными. Краевые эффекты будут учитываться только за счет надлежащего выбора параметров R_{cir} и L_{cir} (собственные активное сопротивление и индуктивность контура без соленоида). Падение потенциала на отдельном витке определяется резистивным сопротивлением витка, эдс самоиндукции, обусловленной изменением магнитного поля внутри соленоида, и эдс самоиндукции, обусловленной изменением радиуса проводящей оболочки. Применяя законы Ома и Фарадея, запишем соотношения, определяющие распределения плотностей тока в витках соленоида, оболочке и (если имеется) стержне. На внутренней границе индуктора (спирали), при $r = R_b$, $j(R_b, t) = j_b(t)$ (плотность тока), —

$$\frac{\Delta\phi}{2\pi} = R_b \varrho_s j_b + \int_0^{r_m} \frac{dB}{dt} r \, dr + \frac{R_d^2 - r_m^2}{2} \frac{dB_d}{dt} + \int_{R_d}^{R_c} \frac{dB}{dt} r \, dr + \frac{R_b^2 - R_c^2}{2} \frac{dB_b}{dt} + R_d v_d (B_d - B_b), \tag{5.71}$$

на внешней границе оболочки, при $r = R_c, j(R_c, t) = j_c(t)$ —

$$0 = R_c \varrho_c(R_c) j_c + \int_0^{r_m} \frac{dB}{dt} r \, dr + \frac{R_d^2 - r_m^2}{2} \frac{dB_d}{dt} + \int_{R_d}^{R_c} \frac{dB}{dt} r \, dr + R_d v_d B_d, \tag{5.72}$$

на внутренней границе оболочки $(r = R_d, j(R_d, t) = j_d(t))$ —

$$0 = R_d \varrho_c(R_d) j_d + \int_0^{r_m} \frac{dB}{dt} r \, dr + \frac{R_d^2 - r_m^2}{2} \frac{dB_d}{dt} + R_d v_d B_d, \tag{5.73}$$



Рисунок 5.29: Схематичное изображение поперечного разреза соленоида и оболочки.

и, наконец, на внешней границе стержня $(r = r_m, j(r_m, t) = j_m(t))$ —

$$0 = r_m \varrho_m j_m + \int_0^{r_m} \frac{dB}{dt} r \, dr.$$
(5.74)

Здесь и в дальнейшем R_a , R_b , R_c и R_d — внешние и внутренние радиусы индуктора и оболочки (см. рисунок 5.29), r_m — радиус внутреннего стержня; B(r,t) — пространственно неоднородная индукция магнитного поля, $B_b(t) \equiv B_c(t)$ — индукция магнитного поля в зазоре между индуктором и оболочкой, $B_d(t)$ — во внутренней полости оболочки; ϱ_s , ϱ_c и ϱ_m удельные сопротивления материалов соленоида, оболочки и стержня, соответственно. Для величины $\Delta \phi$ соотношения (5.71) и (5.72) дают

$$\Delta\phi = 2\pi \left(R_b \varrho_s j_b - R_c \varrho_c j_c\right) + \pi \left(R_b^2 - R_c^2\right) \frac{dB_b}{dt} - 2\pi R_d v_d B_b.$$
(5.75)

Примем приближение достаточно протяженных соленоида и оболочки одинаковой длины $(l_c = l_s \gg R_b)$, что дает взаимосвязь между индукциями B_b , B_d и токами, протекающими через витки соленоида I и оболочку I_c , в виде соотношений

$$B_b(t) = \frac{\mu_0}{h_{sp}} I(t), \qquad I(t) = h_{st} \int_{R_b}^{R_a} j(r, t) \, dr, \qquad (5.76)$$

$$B_d(t) = B_b + \frac{\mu_0}{l_c} I_c(t), \qquad I_c(t) = l_c \int_{R_d}^{R_c} j(r, t) \, dr.$$
(5.77)

Как и прежде мы будем полагать, что магнитная проницаемость материалов $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Гн/м. Объединяя уравнения (5.70), (5.75) и (5.76), получаем обыкновенное диффе-

ренциальное уравнение, подлежащее интегрированию,

$$\frac{Q}{C} - IR_{cir} - (L_{cir} + L_s)\frac{dI}{dt} + 2\pi N_s \left(R_c \varrho_c j_c - R_b \varrho_s j_b + R_d v_d B_b\right) = 0 , \qquad (5.78)$$

где $L_s = N_s \pi (R_b^2 - R_c^2) \mu / h_{sp}$ — индуктивность соленоида с оболочкой в отсутствие магнитной диффузии (случай резко выраженного скин-эффекта). Начальные условия к записанному уравнению, как и в предыдущем разделе, —

$$Q(0) = Q_0 = CU_0, \qquad \left(\frac{dQ}{dt}\right)_{t=0} = -I_0 = 0,$$
 (5.79)

где U_0 — стартовое (зарядное) напряжение конденсаторной батареи.

Диффузия магнитного поля.

Определимся теперь с распределениями магнитного поля в витках соленоидов, оболочке и стержне, что необходимо, как минимум, для расчета плотностей тока j_b и j_c в уравнении (5.78). Взаимосвязь напряженности магнитного поля $H = B/\mu$ с плотностью тока j(r,t) в пренебрежении токами смещения имеет вид

$$j(r,t) = \operatorname{rot} H(r,t), \tag{5.80}$$

что в симметрии Θ -пинча для соленоида дает

$$j(r,t) = -\frac{h_{sp}}{h_{st}} \left(\frac{\partial H}{\partial r}\right),\tag{5.81}$$

а для оболочки и стержня —

$$j(r,t) = -\left(\frac{\partial H}{\partial r}\right). \tag{5.82}$$

Распределение магнитного поля в проводящем материале описывается классическим уравнением магнитной диффузии [244, 280] —

$$\frac{1}{\kappa}\frac{dB}{dt} = \gamma_{\rho}\frac{\partial^2 B}{\partial r^2} + \left(\frac{\gamma_{\rho}}{r} + \frac{\partial\gamma_{\rho}}{\partial r}\right)\frac{\partial B}{\partial r},\tag{5.83}$$

где для соленоида: коэффициент диффузии $\kappa = \kappa_s = (\varrho_s^* h_{sp})/(\mu h_{st}), \ \gamma_\rho = \gamma_{\rho,s} = \varrho_s/\varrho_s^*, \ a \ \varrho_s^* -$ начальное удельное сопротивление; и, аналогично, для оболочки и стержня: $\kappa = \kappa_k = \varrho_k^*/\mu,$ $\gamma_\rho = \gamma_{\rho,k} = \varrho_k/\varrho_k^*, \ ("k" = "c" - оболочка, "k" = "m" - стержень).$ Граничными условиями к уравнениям диффузии (5.83) являются (см. рисунок 5.29): при $r = R_a$ — условие отсутствия магнитного поля вне соленоидов $B_a(t) \equiv 0$; при $r = R_b$ и $r = R_c$ — закон полного тока (5.76), определяющий индукцию магнитного поля B_b внутри соленоида, т.е. $B(R_b) = B_b$ и $B(R_c) = B_b$. Граничным условием при $r = R_d$ для оболочки также может являться соответствующий закон (5.77). Однако, последний является интегральным соотношением для искомой функции B(r,t) внутри проводящей оболочки. Для реализации численного расчета удобнее использовать другое граничное условие — локальное условие электромагнитной индукции. Комбинируя (5.73), (5.74) и (5.82), получим при $r = R_d$

$$\frac{\varrho_c(R_d)}{\mu} \left. \frac{\partial B}{\partial r} \right|_{r=R_d} = \frac{R_d^2 - r_m^2}{2R_d} \frac{dB_d}{dt} + B_d v_d - \frac{r_m}{R_d} \varrho_m j_m, \tag{5.84}$$

что мы и будем использовать в качестве граничного условия при $r = R_d$. Выпишем также достаточно очевидные граничные условия для стержня

$$B(r_m, t) = B_d(t), \qquad \left. \frac{\partial B}{\partial r} \right|_{r=0} = 0.$$
(5.85)

Для построения разностной схемы в случае движущейся оболочки удобно перейти в пространство ее начальных координат $\{r_0\}$:

$$r = \sqrt{r_0^2 + R_d^2 - R_{d,0}^2}, \qquad \frac{dr}{dr_0} = \frac{r_0}{r}, \qquad \frac{dr}{dt} = v = \frac{R_d v_d}{r}; \tag{5.86}$$

$$\frac{\partial B}{\partial r} = \frac{\partial B}{\partial r_0} \frac{r}{r_0}, \qquad \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} = \frac{\partial^2 B}{\partial r_0^2} \frac{r^2}{r_0^2} + \frac{1}{r_0} \frac{\partial B}{\partial r_0} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right); \qquad \frac{r^2}{r_0^2} = 1 + \frac{R_d^2 - R_{d,0}^2}{r_0^2}.$$
 (5.87)

Тогда уравнение диффузии магнитного поля в оболочке (5.83) и граничное условие (5.84) принимают вид

$$\frac{1}{\kappa_c} \frac{dB}{dt} = \gamma_{\rho,c} \frac{\partial^2 B}{\partial r_0^2} (1+A) + \frac{\partial B}{\partial r_0} \left[\frac{\gamma_{\rho,c}}{r_0} (1-A) + \frac{\partial \gamma_{\rho,c}}{\partial r_0} (1+A) \right], \qquad A(r_0,t) = \frac{R_d^2(t) - R_{d,0}^2}{r_0^2},$$
(5.88)

$$\left(1 - \frac{r_m^2}{R_d^2}\right)\frac{dB_d}{dt} = \frac{2\varrho_c(r)}{\mu R_{d,0}} \left.\frac{\partial B}{\partial r_0}\right|_{r_0 = R_{d,0}} - \frac{2B_d v_d}{R_d} + \frac{2r_m \varrho_m j_m}{R_d^2}.$$
(5.89)

Нагрев соленоидов, оболочки и стержня.

Как будет видно из приводимых ниже расчетов, при характерных для Θ-пинча плотностях тока может происходить ощутимый нагрев как соленоида, так и проводящей оболочки. В последней нагрев может быть обусловлен также интенсивной пластической деформацией. Рост температуры материалов будет приводить к росту их удельных сопротивлений, что необходимо учитывать при интегрировании уравнений магнитной диффузии (5.83) и (5.88). В разумном диапазоне изменения температур (от комнатной до температур плавления) зависимость удельных сопротивлений используемых материалов от температуры с достаточной точностью может быть аппроксимирована линейным соотношением

$$\gamma_{\rho} = \frac{\varrho}{\varrho^*} = 1 + \alpha_T \,\Delta T, \qquad \Delta T = T - T_*, \tag{5.90}$$

где α_T — температурный коэффициент сопротивления, $T_* = 298.15$ К. Так, для меди: $\varrho^* = 1.7 \times 10^{-8}$ Ом·м, $\alpha_T = 0.00433$ К; для алюминия: $\varrho^* = 2.8 \times 10^{-8}$ Ом·м, $\alpha_T = 0.00460$ К [89, 244]; и для используемого стального соленоида $\varrho^* = 36 \times 10^{-8}$ Ом·м, $\alpha_T = 0.0019$ К.

При расчете распределения температуры по соленоиду будем использовать адиабатическое приближение. Тогда согласно закону Джоуля–Ленца в дифференциальной форме нетрудно получить скорость нагрева рассматриваемой точки материала в связи с протекающим током

$$\frac{dT}{dt} = \frac{j^2 \varrho_s}{c_{V,s}},\tag{5.91}$$

где c_V — теплоемкость единицы объема. В дальнейших расчетах, в частности, используется: $c_{V,s} = 4.16 \text{ Дж}/(\text{см}^3\text{K})$ для соленоида, $c_{V,c} = 3.44 \text{ Дж}/(\text{см}^3\text{K})$ для меди и 2.43 $\text{ Дж}/(\text{см}^3\text{K})$ для алюминия [89].

Для оболочки в дополнение к джоулевому разогреву (5.91) необходимо учесть разогрев, обусловленный диссипацией энергии при пластичной деформации, и процесс теплообмена, обусловленный высокими градиентами температуры. Ввиду используемых приближений (несжимаемость материала, шаровой тензор напряжений над пределом текучести) для работы внутренних поверхностных сил имеем

$$-\sigma_e^{ij}e_{ij}dt = (\sigma_r - \sigma_\theta)\frac{v}{r}dt = \tau_c\sqrt{2}\frac{|v|dt}{r},$$
(5.92)

где использованы результаты решения задачи Ламе для упругих напряжений σ_e^{ij} в цилиндри-

ческой оболочке [62]. Таким образом, для нагрева оболочки с учетом процессов теплообмена приходим к уравнению

$$\frac{dT}{dt} = \frac{j^2 \varrho_c}{c_{V,c}} + \sqrt{2} \frac{\tau_c}{c_{V,c}} \frac{|v|}{r} + \kappa_T \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right],$$
(5.93)

где коэффициент температуропроводности κ_T полагаем независящим от температуры, что вполне оправдано для таких материалов как медь ($\kappa_T \simeq 113 \text{ мм}^2/\text{c}$) и алюминий ($\kappa_T \simeq 99 \text{ мм}^2/\text{c}$) [89]. Для сравнения приведем коэффициент температуропроводности стали [89]: $\kappa_T \simeq 9 \text{ мм}^2/\text{c}$. Относительно низкое значение κ_T в последнем случае, и отсутствие нагрева, связанного с пластической деформацией, оправдывают использование адиабатического приближения (5.91) для индуктора.

Переходя к лагранжевым переменным (t, r_0) перепишем приведенное выше уравнение (5.93) для нагрева оболочки в виде

$$\frac{dT}{dt} = \frac{j^2 \varrho_c}{c_{V,c}} + \sqrt{2} \frac{\tau_c}{c_{V,c}} \frac{R_d |v_d|}{r^2} + \kappa_T \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r_0^2} (1+A) + \frac{1}{r_0} \frac{\partial T}{\partial r_0} (1-A) \right].$$
(5.94)

Для стержня пластическая деформация отсутствует и аналогичное уравнение принимает вид

$$\frac{dT}{dt} = \frac{j^2 \varrho_m}{c_{V,m}} + \kappa_T \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right].$$
(5.95)

Детали численных расчетов.

Итоговая система, подлежащая интегрированию, состоит из следующих уравнений:

- динамика оболочки описывается обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка (5.7);
- функции Q(t) и I(t) определяются обыкновенным дифференциальным уравнением второго порядка для электрического контура (5.78);
- распределение магнитного поля в системе "соленоид + оболочка + стержень" определяется уравнением диффузии, которое записывается в виде (5.83) для неподвижных соленоида и стержня, и в виде (5.88) для оболочки;
- изменение удельных сопротивлений материалов определяется соотношениями (5.90) совместно с уравнениями, описывающими нагрев соленоида (5.91), оболочки (5.94) и стержня (5.95).

Обыкновенные дифференциальные уравнения, определяющие динамику механической системы (5.7) и электрического контура (5.78), а также адиабатический нагрев соленоида (5.91), численно интегрировались методом коррекции в рамках двухслойной (по времени) схемы [276, 278, 279]. Для уравнений второго порядка (5.7) и (5.78), которые можно представить в виде $\ddot{y} = f(t, y, \dot{y})$, использовалась следующая разностная схема

$$y_{j+1}^{(k+1)} = y^{(k)} + \dot{y}^{(k)}h_t + \left(\ddot{y}^{(k)} + \frac{1}{2}\ddot{y}_j^{(k+1)}\right)\frac{h_t^2}{3}, \qquad \dot{y}_{j+1}^{(k+1)} = \dot{y}^{(k)} + \left(\ddot{y}^{(k)} + \ddot{y}_j^{(k+1)}\right)\frac{h_t}{2}, \qquad (5.96)$$

где $h_t = t^{(k+1)} - t^{(k)}$ — шаг по времени. Данное отображение имеет неподвижную точку при выполнении условия $(h_t^2/6) |\partial f/\partial y| + (h_t/2) |\partial f/\partial \dot{y}| < 1$. Тестовые расчеты показали, что из уравнений (5.7) и (5.78) наиболее подвержено нарушению сходимости разностной схемы уравнение (5.7). Происходить это может в области сильных сжатий оболочки ($R_d \ll R_{d,0}$), например, при моделировании схлопывания пустых оболочек, когда экстремальных значений достигают величины v_d и Δp . Оставляя ведущие при $R_d \to 0$ члены, в качестве достаточного условия сходимости получим

$$\tau < \frac{R_d \ln (R_c/R_d)}{3\sqrt{v_d^2 + 2|\Delta p|/\rho_c}} \,. \tag{5.97}$$

В дополнение к полученному условию требовали, чтобы на каждом шаге по времени ожидаемое относительное приращение радиуса δR_d было малой величиной: $\delta R_d \ll R_d$. Аналогично, при расчете удельного сопротивления соленоида по уравнениям (5.90) и (5.91) требовали малость величины $\delta \gamma_{\rho}/\gamma_{\rho}$.

Для численного решения уравнений в частных производных (5.83), (5.88), (5.94) и (5.95) использовалась разностная схема Кранка–Николсона (РСКН) [278, 279]. В частности, для уравнения (5.88) (магнитное поле в оболочке) РСКН принимает вид

$$a_i^{(k+1)} B_{i-1}^{(k+1)} - b_i^{(k+1)} B_i^{(k+1)} + c_i^{(k+1)} B_{i+1}^{(k+1)} = d_i, \qquad i = 1, \dots, M-1, \qquad (5.98)$$

где

$$\begin{aligned} a_i^{(k+1)} &= \gamma_{\rho,i}^{(k+1)} \left(1 + A_i^{(k+1)} \right) - \frac{\gamma_{\rho,i}^{(k+1)} h}{2r_{0,i}} \left(1 - A_i^{(k+1)} \right) - \frac{1}{4} \left(1 + A_i^{(k+1)} \right) \left(\gamma_{\rho,i+1}^{(k+1)} - \gamma_{\rho,i-1}^{(k+1)} \right), \\ b_i^{(k+1)} &= \frac{2h^2}{h_t \kappa} + 2\gamma_{\rho,i}^{(k+1)} \left(1 + A_i^{(k+1)} \right), \end{aligned}$$

$$c_{i}^{(k+1)} = \gamma_{\rho,i}^{(k+1)} \left(1 + A_{i}^{(k+1)}\right) + \frac{\gamma_{\rho,i}^{(k+1)}h}{2r_{0,i}} \left(1 - A_{i}^{(k+1)}\right) + \frac{1}{4} \left(1 + A_{i}^{(k+1)}\right) \left(\gamma_{\rho,i+1}^{(k+1)} - \gamma_{\rho,i-1}^{(k+1)}\right),$$

$$d_{i} = -a_{i}^{(k)}B_{i-1}^{(k)} - \left[\frac{2h^{2}}{h_{t}\kappa} - 2\gamma_{\rho,i}^{(k)} \left(1 + A_{i}^{(k)}\right)\right] B_{i}^{(k)} - c_{i}^{(k)}B_{i+1}^{(k)},$$

h — шаг интегрирования по пространственной переменной. В соленоидах и стержне нужно положить $A \equiv 0, r_0 \equiv r$. Шаги h, также как и числа M, в различных материалах были различными. Их значения устанавливались в соответствие с соотношениями

$$\frac{h_c}{\sqrt{\varrho_c^*}} = \frac{h_m}{\sqrt{\varrho_m^*}} = \frac{h_s}{\sqrt{\varrho_s^*}} \sqrt{\frac{h_{st}}{h_{sp}}},$$

что гарантирует равномерное распределение погрешности расчета. Для погрешности аппроксимации РСКН для оболочки (5.98) получено

$$E = \frac{h_t^2}{12\kappa} \frac{d^3B}{dt^3} + \frac{h^2}{6} \left[\gamma_\rho \frac{1+A}{2} \frac{\partial^4 B}{\partial r^4} + \gamma_\rho \frac{1-A}{r} \frac{\partial^3 B}{\partial r^3} + \left(\frac{\partial B}{\partial r} \frac{\partial^3 \gamma_\rho}{\partial r^3} + \frac{\partial \gamma_\rho}{\partial r} \frac{\partial^3 B}{\partial r^3} \right) (1+A) \right] + o\left(h_t^2, h^2\right) +$$

Таким образом, разностная схема Кранка–Николсона для подвижной оболочки, как и в случае неподвижной среды [278, 279], имеет второй порядок точности по шагам h_t и h, т.е. $E \sim O(h_t^2, h^2)$.

Систему (5.98) для оболочки необходимо дополнить уравнением при i = 0, вытекающим из граничного условия (5.89) при $r_0 = R_{d,0}$. Аппроксимируя соответствующее граничное условие аналогично РСКН (со вторым порядком точности по обеим переменным), получим

$$g_m^{(k+1)} B_{M-2}^{(k+1)} - 4g_m^{(k+1)} B_{M-1}^{(k+1)} + b' B_d^{(k+1)} - 4g_c^{(k+1)} B_1^{(k+1)} + g_c^{(k+1)} B_2^{(k+1)} = d', \qquad (5.99)$$

$$b' = 1 - \frac{r_m^2}{\langle R_d^2 \rangle} + \frac{h_t v_d^{(k+1)}}{R_d^{(k+1)}} + 3g_c^{(k+1)} + 3g_m^{(k+1)}, \qquad g_c = \frac{h_t \,\varrho_{c,0}}{2\mu h_c R_{d,0}}, \qquad g_m = \frac{h_t \,r_m \varrho_{m,M}}{2\mu h_m R_{d,0}^2},$$

$$d' = 4g_m^{(k)}B_{M-1}^{(k)} - g_m^{(k)}B_{M-2}^{(k)} + \left(1 - \frac{r_m^2}{\langle R_d^2 \rangle} - \frac{h_t v_d^{(k)}}{R_d^{(k)}} - 3g_c^{(k)} - 3g_m^{(k)}\right)B_d^{(k)} + 4g_c^{(k)}B_1^{(k)} - g_c^{(k)}B_2^{(k)},$$

где обозначено $\langle R_d^2 \rangle = (R_d^{2(k)} + R_d^{2(k+1)})/2$. В таком виде записанное условие нарушает трехдиагональную структуру матрицы системы линейных алгебраических уравнений для $B_i^{(k+1)}$. Поэтому исключим слагаемое с переменной $B_2^{(k+1)}$ из данного условия, используя уравнение (5.98) при i = 1, и слагаемое с переменной $B_{M-2}^{(k+1)}$, используя аналогичное уравнение для стержня при i = M - 1. В итоге приходим к

 a_0

 c_0

$$a_{0}B_{M-1}^{(k+1)} - b_{0}B_{d}^{(k+1)} + c_{0}B_{1}^{(k+1)} = d_{0}, \qquad (5.100)$$

$$= \left(\frac{b_{M-1}^{(k+1)}}{a_{M-1}^{(k+1)}} - 4\right)g_{m}^{(k+1)}, \qquad b_{0} = \frac{c_{M-1}^{(k+1)}}{a_{M-1}^{(k+1)}}g_{m}^{(k+1)} + \frac{a_{1}^{(k+1)}}{c_{1}^{(k+1)}}g_{c}^{(k+1)} - b',$$

$$= \left(\frac{b_{1}^{(k+1)}}{c_{1}^{(k+1)}} - 4\right)g_{c}^{(k+1)}, \qquad d_{0} = d' - \frac{d_{M-1}}{a_{M-1}^{(k+1)}}g_{m}^{(k+1)} - \frac{d_{1}}{c_{M-1}^{(k+1)}}g_{c}^{(k+1)}.$$

Ввиду трехдиагональной структуры системы алгебраических уравнений (5.98), (5.100), для ее численного решения использовался метод прогонки [278, 279].

Аналогичные алгебраические системы были записаны для остальных уравнений в частных производных. Процесс численного интегрирования проводился с переменным шагом по времени h_t , величина которого лимитировалась критериями устойчивости используемых разностных схем [276]. В частности, чтобы проанализировать устойчивость РСКН для подвижной оболочки, предполагалось, что движение оболочки и ее нагрев, т.е. функции $R_d(t)$ и $\gamma_{\rho}(r,t)$, заданы. Тогда уравнение (5.88) является линейным по искомой функции, и анализ устойчивости может быть проведен в рамках метода Неймана. В итоге получено:

$$h_t \le \frac{h}{\sqrt{\kappa \left(-K_{\min}\right)}} , \qquad (5.101)$$

$$K_{\min} = \min_{i} \left\{ \frac{d \left[\gamma_{\rho}(1+A)\right]}{dt} ; \quad \frac{h^2}{4} \left(\frac{1}{r_0} \frac{1-A}{1+A} + \frac{1}{\gamma_{\rho}} \frac{\partial \gamma_{\rho}}{\partial r_0} \right) \frac{d}{dt} \left[\frac{\gamma_{\rho}}{r_0} (1-A) + \frac{\partial \gamma_{\rho}}{\partial r_0} (1+A) \right] \right\}$$

(в случае $K_{\min} \ge 0$ ограничение на шаг h_t отсутствует). Видно, что для неподвижной среды ($A \equiv 0$) в пренебрежении нагревом ($\gamma_{\rho} \equiv 1$) РСКН является абсолютно устойчивой. При диффузии сильного магнитного поля ($\gamma_{\rho} \ne 1$) в неподвижную среду ($A \equiv 0$) условие (5.101) принимает вид

$$h_t \le \sqrt{\frac{4}{\kappa (-D)}} , \qquad D = \min_i \left\{ \frac{1}{\gamma_{\rho}} \left(\frac{\gamma_{\rho}}{r_0} + \frac{\partial \gamma_{\rho}}{\partial r_0} \right) \frac{d}{dt} \left(\frac{\gamma_{\rho}}{r_0} + \frac{\partial \gamma_{\rho}}{\partial r_0} \right) \right\} , \qquad (v \equiv 0) .$$

и при $D \geq 0$ ограничение на шаг h_t отсутствует. Наконец, рассмотрим ситуацию, когда можно пренебречь нагревом материала ($\gamma_{\rho} \equiv 1$). Данный случай при замене коэффициента κ на коэффициент κ_T характеризует также РСКН для теплообмена в подвижной оболочке. Тогда

$$K_{\min} = \min_{i} \left\{ \frac{dA}{dt} ; \quad \frac{-h^2}{4r_0^2} \frac{1-A}{1+A} \frac{dA}{dt} \right\} ,$$

и, например, при сжатии оболочки (dA/dt < 0), приходим к

$$h_t \le \frac{hR_{d,0}}{\sqrt{2|v_d|\kappa R_d}}$$
, $(\gamma_\rho \equiv 1; v_d < 0)$.

Перечисленные выше условия устойчивости проверялись на каждом шаге по времени, и при необходимости шаг интегрирования h_t уменьшался.

5.3.4 Верификация теоретической модели

Динамика электрического контура.

Для апробации сформулированной в настоящем разделе теоретической модели и определения свободных параметров R_{cir} и L_{cir} (данные параметры включают в себя контактные и краевые эффекты, неучитываемые в модели, и поэтому не могут быть определены независимо) были выполнены тестовые экспериментальные измерения по разряду конденсаторной батареи емкостью C = 430 мкФ на соленоид из стали ($c_{V,s} = 4.16$ Дж/(см³K), $\alpha_{T,s} = 0.0019$ K^{-1}), геометрические характеристики которого представлены в разделе 5.2.1. Удельное сопротивление витков ρ_s^* было рассчитано по сопротивлению соленоида на постоянном токе, которое составило 7.8 мОм, что дает $\varrho^*_s=0.36$ мОм·мм. Эксперименты по $\Theta\text{-пинчу}$ выполнены с зарядными напряжениями $U_0 = 5, 10$ и 13 кВ. Полученные результаты в пределах экспериментальной ошибки удовлетворяют линейному соответствию между током и напряжением $I \sim U_0,$ т.е. нелинейные эффекты, связанные с джоулевым нагревом, при $U_0 \leq 13$ кВ несущественны для временных разверток тока. В связи с этим на рисунках 5.30 – 5.32 построены значения тока, отнормированные на величину зарядного напряжения. Параметры R_{cir} и L_{cir} определены по временным разверткам тока при разряде на пустой соленоид. Наилучшее согласие теории и эксперимента достигается при $L_{cir} = 0.45$ мкГн и $R_{cir} = 4.0$ мОм (см. рисунок 5.30). При установленных значениях R_{cir} и L_{cir} теоретическая модель полностью определена и может использоваться для прогноза и описания процессов индукционного магнитно-импульсного сжатия как полых проводящих оболочек, так и используемых для прессования порошка. Корректность модели подтверждает сопоставление с экспериментальными данными по падению напряжения на пустом соленоиде, см. рисунок 5.31, и току в LRC-контуре при наличии внутри соленоида проводящих оболочек различного диаметра. На рисунке 5.30 представлены временные развертки тока для оболочки из меди с радиальными размерами $R_c = 9.1$ мм и $R_d = 8.1$ мм, а на рисунке 5.32 — максимальные значения тока для медных оболочек различного диаметра.



Рисунок 5.30: Сопоставление с экспериментом по временным разверткам тока. 1 — пустой соленоид, 2 — соленоид с медной оболочкой. Сплошные линии — теоретический расчет $(R_{cir} = 4.0 \text{ мОм}, L_{cir} = 0.45 \text{ мкГн})$. Штриховые линии — экспериментальные данные при различных зарядных напряжениях.

Рисунок 5.31: Сопоставление с экспериментом по временным разверткам падения напряжения на пустом соленоиде (без проводящей оболочки). Сплошная темная линия — теоретический расчет ($R_{cir} = 4.0$ мОм, $L_{cir} = 0.45$ мкГн). Светлые ("пушистые") линии — экспериментальные данные при различных зарядных напряжениях.

Воспроизведение экспериментальных данных о компактировании нанопорошков.

В разделе 5.2 мы видели, что теоретическая модель, включающая приближение резко выраженного скин-эффекта, достаточна для удовлетворительного описания экспериментальных данных по компактированию нанопорошков в условиях Z-пинча. В то же время, пренебрежение диффузией магнитного поля в геометрии Θ -пинча приводит к несколько завышенному теоретическому прогнозу о конечной плотности прессовок (см. рис. 5.12). Учет диффузионных процессов в рамках полной системы уравнений, представленных в разделе 5.3.3, позволяет устранить данный недостаток.

Сопоставление теоретических расчетов в рамках представленной модели с экспериментальными данными о компактировании нанопорошков P1 и P2 в условиях Θ-пинча продемонстрировано на рисунке 5.33. Там же для сравнения представлены расчеты в рамках теоретической модели, описанной в предшествующем разделе (приближение резко выраженного скин-эффекта). Рисунок показывает что диффузия магнитного поля во внутреннюю полость проводящей оболочки незначительно снижает эффективность компактирования. При этом достигается полное согласие между теоретическими расчетами и экспериментальными данными о конечной плотности компактов из порошка P1. Для порошка P2 теоретическая кривая также оказывается в интервале разброса экспериментальных точек.



Рисунок 5.32: Максимальное значение тока, протекающего через соленоид, в зависимости от внешнего радиуса медной оболочки толщиной 1.0 мм. Линия — теоретический расчет $(R_{cir} = 4.0 \text{ мОм}, L_{cir} = 0.45 \text{ мкГн})$. Точки — экспериментальные данные.

Рисунок 5.33: Конечная плотность компактов из нанопорошков Р1 (линии 1, кружочки) и Р2 (линии 2, квадраты) в зависимости от зарядного напряжения (Θ -пинч). Точки — экспериментальные данные; сплошные линии — теоретический расчет с учетом диффузии магнитного поля, штриховые линии — в пренебрежении диффузией (см. раздел 5.2.2). Параметры расчетов: $r_m = 1$ мм, $R_{d,0} = 10$ мм, $R_{c,0} = 11$ мм, оболочка из меди.

Динамика полых оболочек

Большой интерес в связи с тестированием представленной выше теоретической модели имеет анализ движения проводящих цилиндрических оболочек при отсутствии в их внутренней полости уплотняемых порошковых материалов. Нельзя не отметить и высокую самостоятельную значимость данной задачи в связи с изучением таких проблем, как магнитноимпульсная обработка металлов [33-35], получение сверхсильных магнитных полей [26, 30-32, 244] и т.д.

Временная динамика внутреннего радиуса медной оболочки, рассчитанная в рамках развитой теоретической модели, представлена на рис. 5.34. С увеличением зарядного напряжения U_0 , как показывает рисунок, помимо стадии сжатия оболочки появляется стадия обратного движения (разжатия), обусловленная компрессией магнитного потока во внутренней полости и «отскоком» проводящей оболочки. Это приводит к росту конечного радиуса внутреннего отверстия в области высоких напряжений U_0 , см. рис. 5.35. Штриховыми линиями на рис. 5.34 представлены результаты расчетов, выполненные в адиабатическом приближении для оболочки (отсутствие теплообмена). Видно, что при относительно невысоких зарядных напряжениях, когда отсутствует «отскок», адиабатическое приближение вполне приемлемо.



Рисунок 5.34: Внутренний радиус полой оболочки в зависимости от времени при зарядных напряжениях $U_0 = 15.0 \text{ kB} / 1/, 11.5 / 2/ \text{ и } 9.0 / 3/.$ Штриховые линии — без учета теплообмена (использовано $\kappa_T = 0$). Параметры расчетов: $R_{d,0} = 10 \text{ мм}, R_{c,0} = 11 \text{ мм},$ оболочка из меди.

Рисунок 5.35: Конечный радиус внутреннего отверстия медной полой оболочки в зависимости от зарядного напряжения. Сплошная линия — $R_{d,0} = 10.0$ мм и $R_{c,0} = 11.0$ мм; штриховая линия — 10.0 и 10.5; пунктирная линия — 5.0 и 6.0.

Так, при $U_0 = 9.0$ кВ расхождение со строгим расчетом по конечному значению внутреннего радиуса не превышает 0.01%. С появлением «отскока», ввиду сильного тепловыделения на внутренней стороне проводящей оболочки, неучет теплообмена приводит к неверному описанию анализируемого процесса не только в количественном, но и в качественном отношении. Так, при $U_0 = 15.0$ кВ расчет в рамках адиабатического приближения предсказывает полное схлопывание внутренней полости (вставка на рис. 5.34), чего не происходит согласно строгому расчету. Теоретический прогноз по конечному диаметру внутреннего отверстия полых оболочек подтверждается натурными испытаниями, см. рис. 5.36.

В период прохождения радиусом R_d минимального значения $R_{d,\min}$ (радиус обратного хода по терминологии [31, 32]), магнитное поле во внутренней полости оболочки достигает аномально высоких значений. Так, при $U_0 = 11.5$ кВ, $R_{d,0} = 10$ мм, $R_{c,0} = 11$ мм в момент времени $t \simeq 53$ мкс, когда радиус внутренней полости R_d уменьшается до $\simeq 0.3$ мм, индукция магнитного поля B_d достигает порядка 170 Тл. Период, на протяжении которого поле оказывается выше 100 Тл, составляет около 1 мкс (см. рис. 5.37). В этот же период аномально высоких значений достигает «магнитная разность давлений», что делает невозможным полное схлопывание внутренней полости. Действительно, если нагрев материала оболочки недостаточен для плавления, то в непосредственной окрестности максимального сжатия можно пренебречь потерями магнитного потока, т.е. $B_d R_d^2 \simeq \text{const}$, и в соответствие с (5.69) можем



Рисунок 5.36: Медная оболочка после магнитно-импульсной обработки: $U_0 = 13$ кВ, $R_{c,0} = 9$ мм, $R_{d,0} = 8$ мм. Конечное значение внутреннего радиуса $R_{d,end} \simeq 0.5$ мм.

Рисунок 5.37: Временная развертка индукции магнитного поля снаружи медной оболочки $(B_c, \text{ штриховая линия})$ и внутри $(B_d, \text{ сплошная линия})$. Параметры расчета: $R_{d,0} = 10$ мм, $R_{c,0} = 11$ мм, $U_0 = 11.5$ кВ. На вставке показана область максимума зависимости $B_d(t)$.

записать $\Delta p \sim B_d^2 \sim 1/R_d^4$. Последнее означает, что работа по сжатию внутренней полости $(\int p dV)$ до радиуса R_d расходится, как R_d^{-1} .

Развитая теоретическая модель позволяет установить, в частности, что широко используемое при изучении магнитной кумуляции приближение идеальной несжимаемой жидкости для оболочки [17, 26, 31, 32] может вносить значительную погрешность в расчетные значения радиуса обратного хода и максимального магнитного поля во внутренней полости $B_{d,\max}$. Так, согласно численным оценкам в пренебрежении прочностными свойствами проводящей оболочки, для условий, соответствующих рис. 5.35, при зарядном напряжении $U_0 = 11.5$ кВ получим $R_{d,\min} \simeq 0.14$ мм и $B_{d,\max} \simeq 900$ Тл. Здесь увеличение $B_{d,\max}$ по сравнению со строгим расчетом (170 Тл, рис. 5.37) обусловлено не только более сильным сжатием магнитного потока, но и снижением интенсивности магнитной диффузии сквозь оболочку, ввиду ее меньшего нагрева при неучете работы пластической деформации. С увеличением зарядного напряжения модель идеальной несжимаемой жидкости становится более корректной. Так, при $U_0 = 15$ кВ данная модель дает $R_{d,\min} \simeq 0.097$ мм и $B_{d,\max} \simeq 1600$ Тл, что уже гораздо ближе к результатам настоящей модели (с учетом прочностных свойств): $R_{d,\min} \simeq 0.111$ мм и $B_{d,\max}\simeq 800$ Тл. Отметим, однако, что при описании магнитной кумуляции до столь высоких значений B_d , представленная в настоящей работе теоретическая модель также утрачивает количественную строгость ввиду неучета сжимаемости материала оболочки.

Расчеты по расширению проводящих оболочек, сжатию которых на стадии роста внеш-



Рисунок 5.38: Конечное значение внешнего радиуса проводящей оболочки после магнитноимпульсной обработки: линия 1 — алюминиевая оболочка, линия 2 — медная оболочка, линия 2' — повторное расширение медной оболочки. Точки: экспериментальные данные, соответствующие оболочкам, изображенным на рис. 5.25.

него магнитного поля препятствует наличие несжимаемого стержня во внутренней полости, представлены на рис. 5.38. Экспериментальные точки при $U_0 = 6$ кВ и 12 кВ на рисунке соответствуют оболочкам, изображенным на рис. 5.25. Проведенный анализ показывает, что теоретические кривые $R_{c,end}(U_0)$ очень чувствительны к прочностным характеристикам материала трубки. В частности, достижение точного описания экспериментальных данных позволило уточнить начальный предел текучести используемых медных трубок, который оказался равным $\tau_{c,0} = 52$ МПа. Интересно отметить, что после расширения при зарядном напряжении в 6 кВ, следующий импульс такой же амплитуды приводит к обратному сжатию трубки на тот же стержень радиусом порядка 7 мм, а расширения больше не происходит в связи с упрочнением материала. Мера накопленных деформаций Γ_c при этом составляет около 5%, что приводит к увеличению предела текучести, в соответствие с выражением (3.29), до 93 МПа. Повторное расширение такой упрочненной трубки экспериментально было зафиксировано при увеличения зарядного напряжения до 8 кВ — см. рис. 5.38. При этом величина повторного расширения замечательно согласуется с теоретическим прогнозом (линия 2' на рисунке), что служит хорошим подтверждением развитой теоретической модели.

5.3.5 Теоретические расчеты и обсуждение

В данном разделе мы воспользуемся сформулированной теоретической моделью Θ-пинча (раздел 5.3.3) для более детального анализа процессов, сопровождающих данный вид радиального компактирования нанопорошков. Привилегией теоретического подхода является воз-

можность анализа самых различных характеристик изучаемых процессов, изучение которых представляет слишком трудоемкую задачу, а зачастую и вообще недоступно, для экспериментальных средств.

Магнитное поле.

Типичный вид временных разверток индукций магнитного поля снаружи B_b и изнутри *B*_d проводящей оболочки в процессе магнитно-импульсного компактирования порошков представлен на рисунке 5.39. Там же для сравнения приводятся индукции магнитных полей B_b и B_d , реализуемые в случае недеформируемой оболочки. Рисунок показывает, что сжатие оболочки в условиях Θ -пинча, в отличие от схемы Z-пинча, приводит к заметному искажению внешнего импульса $B_b(t)$. Обусловлено это сильным влиянием размера проводящей оболочки на индуктивные свойства электрического контура, что видно, например, по уравнениям (5.71)–(5.78), которые в явном виде содержат и размеры оболочки (радиусы оболочки R_c и R_d), и скорость ее сжатия ($v_d = dR_d/dt$). Амплитуда скорости сжатия медной оболочки в случае уплотнения нанопорошка Р1 более, чем вдвое превышает аналогичную амплитуду при уплотнении порошка Р2 (см. вставку на рисунке 5.39). Именно на интервале максимальных скоростей сжатия (t = 25 – 30 мкс, порошок P1) наблюдается наиболее сильное искажение сигнала $B_b(t)$, вплоть до появления локального минимума при $t \simeq 30$ мкс. Магнитное поле во внутренней полости B_d к концу сжатия ($t \simeq 35$ мкс) достигает значений порядка 1 Тл, и не оказывает заметного влияния на результаты компактирования. Однако к моменту исчезновения внешнего поля ($t \simeq 110$ мкс) величина B_d доходит до 6 – 7 Тл, что уже может привести к расширению проводящей оболочки. В экспериментах по компактированию расширения однако не наблюдалось в следствие значительных упрочнений, получаемых оболочками на стадии сжатия.

Радиальные распределения магнитного поля в системе "соленоид + оболочка + стержень" представлены на рисунке 5.40. Рисунок наглядно визуализирует диффузию магнитного поля во внутреннюю полость оболочки, в стержень на оси системы $(r < r_m)$, и в толцу витков соленоида $(r > R_b)$. В частности, видно, что в период сжатия оболочки (t < 35 мкс)глубина проникновения магнитного поля в витки соленоида составляет 5 – 10 мм, а амплитуда магнитного поля во внутренней полости оболочки, как минимум, на порядок меньше, чем в пространстве между оболочкой и соленоидом. Это объясняет достаточно высокую точность описания экспериментальных данных в рамках приближения поверхностных токов (см. предыдущий раздел 5.2).



Рисунок 5.39: Временные развертки индукций магнитного поля снаружи B_b /1/ и внутри проводящей оболочки B_d /2/. Сплошные линии — компактирование порошка P1, штриховые — P2, пунктирные — недеформируемая оболочка. На вставке: временные развертки скорости сжатия оболочки. Параметры расчетов: $r_m = 1$ мм, $R_{d,0} = 10$ мм, $R_{c,0} = 11$ мм, оболочка и стержень из меди, $U_0 = 17$ кВ.

Рисунок 5.40: Радиальные распределения магнитного поля в системе "соленоид + оболочка + стержень" при компактировании порошка Р1 в моменты времени t = 10 мкс /1/, 20 /2/, 30 /3/, 50 /4/, 70 /5/ 100 /6/ и 150 /7/. Параметры расчета см. на рисунке 5.39.

Влияние толщины проводящей оболочки на динамику процесса

Главным достоинством теоретической модели, представленной в настоящем разделе, по сравнению с моделью предыдущего раздела является возможность анализа магнитноимпульсных процессов в условиях, когда толщина проводящей оболочки сравнима или меньше характерных глубин проникновения магнитного поля. Примером такого анализа являются рисунки 5.41 – 5.44.

На рисунках 5.41 и 5.42 представлены внешний и внутренний радиусы, соответственно, медной и алюминиевой оболочек, использованных для индукционного прессования, в зависимости от их начальной толщины $h_{c,0} = R_{c,0} - R_{d,0}$. При этом начальное значение внешнего диаметра оболочек оставалось постоянным ($R_{c,0} = 11$ мм), а варьирование толщины достигалось за счет изменения размера внутренней полости. Помимо минимальных значений $R_{c,min}$ и $R_{d,min}$ радиусов оболочки, которые определяют степень уплотнения порошка, представлены также конечные значения $R_{c,end}$ и $R_{d,end}$. Рисунки показывают, что при использовании относительно толстых оболочек в ходе процесса наблюдается только их сжатие — минимальные и конечные значения радиусов совпадают. Так обстоит дело, например, при толщинах $h_{c,0} = 1$ мм (процесс, изображенный стрелками A на рисунках 5.41 и 5.42). При уменьшении толщины $h_{c,0}$ ниже некоторого характерного значения $h'_{c,0}$ диффузия магнитного поля во внутрен-



Рисунок 5.41: Внешний и внутренний радиусы медной оболочки в зависимости от ее начальной толщины. Штриховые линии — начальные значения радиусов $(R_{c,0}, R_{d,0})$; сплошные линии — минимальные значения $(R_{c,\min}, R_{d,\min})$, реализованные в ходе процесса магнитноимпульсного прессования; пунктирные линии — конечные значения радиусов $(R_{c,end}, R_{d,end})$. Параметры расчета: $r_m = 1$ мм, $R_{c,0} = 11$ мм, порошок P1, $U_0 = 17$ кВ.

Рисунок 5.42: Внешний и внутренний радиусы алюминиевой оболочки в зависимости от ее начальной толщины. Обозначения и параметры расчета см. на рисунке 5.41

нюю полость оболочки приводит в конце процесса, когда импульс внешнего магнитного поля заканчивается, к обратному движению — расширению оболочки. Пример таких процессов изображен на рисунках 5.41 и 5.42 стрелками B и C. В результате конечные значения $R_{c,end}$ и $R_{d,end}$ оказываются выше значений $R_{c,min}$ и $R_{d,min}$. Величина $h'_{c,0}$ при зарядном напряжении $U_0 = 17$ кВ для медной оболочки составляет порядка 0.6 мм, а для алюминиевой — 0.8 мм.

Для гармонического поля частотой *w*, как известно [244, 280], глубина скин-слоя магнитного поля —

$$\delta_H = \sqrt{\frac{2\varrho_c}{w\mu}} \ . \tag{5.102}$$

Используя в (5.102) начальные удельные сопротивления меди и алюминия ($\varrho_c = \varrho_c^*$) для гармонического поля с полупериодом $T_m = \pi/w = 100$ мкс, что соответствует условиям экспериментов по Θ -сжатию (см. рисунок 5.39), получаем для меди $\delta_H \simeq 0.9$ мм, и для алюминия — $\delta_H \simeq 1.2$ мм. Таким образом, можно сделать вывод, что отношение значений $h'_{c,0}$ для оболочек из различных материалов (0.6/0.8) совпадает с отношением характерных глубин скин-слоя магнитного поля. Расширение проводящих оболочек на рисунках 5.41 и 5.42 ограничено внутренним диаметром расположенного снаружи соленоида, чем объясняется выход при уменьшении толщины $h_{c,0}$ величиной $R_{c,end}$ на постоянное значение $R_b = 12.9$ mm



Рисунок 5.43: Конечная плотность прессовок из порошка Р1 в зависимости от начальной толщины проводящей оболочки из меди. На вставке: температура на внешней поверхности оболочки к концу сжатия $t = t_{end}$. Штриховые линии — расчет в приближении "полной экранировки", ур. (5.103). Параметры расчета см. на рисунке 5.41.

Рисунок 5.44: Конечная плотность прессовок из порошка Р1 в зависимости от начальной толщины проводящей оболочки из алюминия. На вставке: температура на внешней поверхности оболочки к концу сжатия $t = t_{end}$. Штриховые линии — расчет в приближении "полной экранировки", ур. (5.103). Параметры расчета см. на рисунке 5.41.

(здесь мы пренебрегли толщиной изоляционного слоя).

Об эффективности прессования порошка в зависимости от толщины используемой оболочки позволяют судить рисунки 5.43 и 5.44. Наиболее оптимальные условия, соответствуюцие максимальным плотностям получаемых компактов, реализуются при толщинах оболочек $h_{c,0} = 1.8$ мм для меди ($\rho_{d,end} \simeq 2.358$ г/см³, $\theta_{end} \simeq 35.6\%$), и $h_{c,0} = 1.5$ мм для алюминия ($\rho_{d,end} \simeq 2.182$ г/см³, $\theta_{end} \simeq 40.4\%$). При уменьшении толщины ниже этих значений эффективность прессования падает, что выражается в уменьшении достигаемой в ходе процесса плотности компактов, и соответственно, увеличении значений θ_{end} . Так, при появлении эффекта расширения оболочки ($h_{c,0} = h'_{c,0}$) конечная пористость составляет уже около 37.5% для медной оболочки и 40.8% для алюминиевой.

Интересно отметить, что наличие максимума на зависимостях $\rho_{d,end}(h_{c,0})$ обусловлено не только интенсификацией диффузии магнитного поля во внутреннюю полость оболочки при уменьшении ее толщины. Для того, чтобы выделить влияние магнитной диффузии, на рисунках 5.43 и 5.44 построены кривые $\rho_{d,end}(h_{c,0})$, соответствующие расчетам в приближении "полной экранировки" магнитного поля (штриховые линии). В этих расчетах граничное условие (5.84) было заменено условием отсутствия магнитного поля внутри проводящей оболочки — $B_d \equiv 0$, а дифференциальное уравнение (5.78), определяющее динамику электрического

контура, записано в виде

$$\frac{Q}{C} - R_{cir}I - (L_{cir} + L_i)\frac{dI}{dt} + 2\pi N_s \left[R_c \varrho_c(R_c)j_c - R_d \varrho_c(R_d)j_d - R_b \varrho_s j_b + R_d v_d B_b\right] = 0.$$
(5.103)

Здесь необходимо отметить, что при строгом решении отсутствие магнитного поля во внутренней полости оболочки гарантирует, в соответствие с законом электро-магнитной индукции, исчезновение тока на ее внутренней поверхности, т.е. $j_d = 0$ (см. ур. (5.73)). Искусственный отказ от граничного условия (5.84) неизбежно приводит к нарушению электро-магнитной индукции. Так, например, для относительно тонкой оболочки распределение магнитного поля в ней в рамках приближения "полной экранировки" довольно быстро становится практически линейной функцией радиуса, а плотность тока, соответственно, постоянной ($j_c \simeq j_d$). При этом первые два члена в квадратных скобках в ур. (5.103) в значительной степени компенсируют друг друга, и динамика электрического контура определяется в основном изменением магнитного потока в пространстве между оболочкой и соленоидом (последние два члена в квадратных скобках).

Как и следовало ожидать, различие между строгими расчетами и приближением "полной экранировки" становится ощутимым для относительно тонких оболочек с толщинами $h_{c,0} < \delta_H$. Для медной оболочки, как показывает рисунок 5.43, характер зависимостей $\rho_{d,end}(h_{c,0})$ в обоих вариантах теории одинаков. Это говорит о том, что условие максимального уплотнения в первую очередь определяется не диффузией магнитного поля, а инерционными свойствами деформируемой системы. Поскольку плотность алюминия существенно ниже, чем меди, на рисунке 5.44 мы наблюдаем гораздо более существенные изменения зависимости $\rho_{d,end}(h_{c,0})$ при переходе от строгого варианта теории к приближению "полной экранировки". В последнем случае (штриховая линия на рисунке 5.44) положение максимума на кривой $\rho_{d,end}(h_{c,0})$ определяется, главным образом, усилением диффузии магнитного поля и ростом резистивных потерь в оболочке.

Показателем резистивных потерь в проводящей оболочке может служить ее нагрев, представленный на вставках к рисункам 5.43 и 5.44. Видно, что уменьшение толщины оболочки приводит к резкому увеличению ее нагрева ΔT . Не представляет труда, оценить скорость роста величины ΔT в приближении "полной экранировки" для неподвижной оболочки. Принимая в пределе $h_{c,0} \to 0$ однородное распределение плотности тока $(j_c = j_d)$

$$j = \frac{-1}{\mu} \frac{\partial B}{\partial r} \simeq \frac{-1}{\mu} \frac{B_b}{h_{c,0}},\tag{5.104}$$

для импульса внешнего магнитного поля в виде одной полуволны синуса $B_b(t) = B_m \sin(\pi t/T_m)$ к моменту $t = T_m$ получим

$$\Delta T(h_{c,0}) = \frac{1}{\alpha_T} \left[\exp\left(\frac{\alpha_T \, \varrho_c^* B_m^2 T_m}{2\mu^2 c_{V,c}} \frac{1}{h_{c,0}^2}\right) - 1 \right]. \tag{5.105}$$

Для реальных оболочек при наличии диффузии магнитного поля (сплошные линии на вставках к рисункам 5.43 и 5.44) нагрев ΔT с уменьшением толщины $h_{c,0}$ возрастает не так стремительно. Однако и в этом случае необходимо отметить, что при толщинах $h_{c,0} = 0.12$ мм для медной оболочки и 0.27 мм для алюминиевой их температура в связи с джоулевым нагревом индукционными токами достигает температур плавления: $T_{melt} = 1083$ K (Cu), 660 K (Al) [89]. Поскольку возможность фазового перехода (плавления) материала никак не учитывается в развитой теоретической модели, то указанные значения $h_{c,0}$ необходимо рассматривать как нижнюю границу (по толщине) применимости теории.

5.4 Выводы к Главе 5

Проведенное теоретическое изучение процессов радиального магнитно-импульсного прессования наноразмерных порошков по схемам Z- и Θ -пинчей привело к следующим результатам.

1. Динамическая задача о радиальном магнитно-импульсном прессовании гранулированного материала в рамках приближений однородного уплотнения порошковой заготовки и несжимаемости материала проводящей оболочки сведена к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка на движение границы раздела "порошок-оболочка", что существенно облегчает проведение расчетов и теоретический анализ изучаемых процессов. Показано, что учет инерционных свойств проводящей оболочки и компактируемой среды позволяет достичь удовлетворительного согласия с данными о конечной плотности прессовок, полученных в экспериментах по магнитно-импульсному радиальному прессованию. Для внешнего давления, зависящего от времени по гармоническому закону, проанализировано влияние на процесс прессования и конечную плотность прессовок $\rho_{d,end}$ радиальных размеров системы "стержень+порошок+оболочка" и параметров прессующего импульса (амплитуда и период). Выявлены качественные отличия в процессах прессования, соответствующих различным областям значений периода прессующего импульса. Определяющим фактором качественных отличий является соотношение между периодом внешнего импульса T_m и временем уплотнения t_{end} . В области малых значений T_m , когда в процессе уплотнения за время t_{end} успевает реализоваться не менее одного полного периода T_m , т.е. $T_m \leq t_{end}$, выявлен эффект "периодичности", приводящий к появлению ряда максимумов и минимумов на зависимости $\rho_{d,end}(T_m)$. Изучены условия резонансного прессования, при котором максимально эффективно используются инерционные свойства уплотняемой среды и внешней проводящей оболочки. Главный максимум на зависимости $\rho_{d,end}(T_m)$ реализуется в окрестности значений $T_m \simeq 1.5$ -2.0 t_{end} . В области больших значений T_m выявлен цикличный характер процесса уплотнения, который приводит к появлению ряда максимумов на зависимости $\rho_{d,end}(T_m)$ при переходе к статическому прессованию в пределе $T_m \to \infty$. Однако, амплитуда этих максимумов, как правило, существенно меньше разброса экспериментальных данных о конечной плотности компакта.

2. Для анализа процессов радиального прессования по схемам Z- и Θ -пинчей в условиях резко выраженного скин-эффекта развита и реализована в виде программного комплекса "Uniform" теоретическая модель по количественному описанию изучаемых процессов. Показана высокая точность теории в применении к процессам Z-пинча, в то время, как для Θ-пинча конечная плотность компактов оказывается немного (порядка 8%) завышенной по сравнению с экспериментальными данными при том же зарядном напряжении емкостного накопителя. Установлена высокая эффективность схемы Ө-пинча для компактирования массивных (сплошных, либо с небольшим конструктивным отверстием по центру) цилиндрических порошковых заготовок, и наоборот, максимальная эффективность схемы Z-пинча для изготовления тонкостенных цилиндрических изделий. В последнем случае выявлен безразмерный комплекс R_Z, содержащий инерционные характеристики механической системы (плотности и толщины порошка и оболочки) и парамеры прессующего импульса, определяющий динамику процесса. Установлен диапазон значений комплекса R_Z , отвечающий "резонансным" условиям компактирования, когда прессующее давление в порошке достигает 4-7 ГПа. Столь высокие давления уже позволяют ожидать преодоление критического порога прочности для некоторой доли частиц порошка, что должно инициировать дополнительный механизм необратимого уплотнения порошковых компактов. В целом, выявленные в рамках развитой модели закономерности изучаемых процессов, открывают возможность "подстраивать" условия проведения экспериментов под максимальное использование инерционных свойств деформируемой системы, как за счет выбора наиболее подходящей схемы прессования (Z- или Θ -пинч), так и за счет варьирования параметров механической системы, либо электрического контура.

3. Аналитически решены задачи о диффузии магнитного поля во внутреннюю полость цилиндрической полой протяженной оболочки и в биметаллический цилиндр, представляющий собой стержень и оболочку из разных проводящих материалов. В случае импульса внешнего поля в виде одной полуволны синуса $B_c = B_m \sin(\pi t/T_m)$ локализована область геометрических размеров оболочки (толщина, диаметр), в которой возможно ее расширение под действием остаточного магнитного поля во внутренней полости. При сопоставлении с данными натурных испытаний показано, что теоретическая расчетная область, соответствующая параметрам использованного экспериментального оборудования [287], позволяет достаточно надежно прогнозировать наличие эффекта расширения. Также проанализировано расслоение биметаллического цилиндра, обусловленное расширением оболочки, и выявлена немонотонная зависимость силового действия остаточного поля от проводимости внутреннего стержня.

4. Сформулирована полная система уравнений, описывающая процесс компактирования нанопорошков в схеме Θ -пинча (раздел 5.3.3), которая учитывает: диффузию магнитного поля как во внутреннюю полость проводящей оболочки, так и в толщу витков соленоида; нагрев материалов соленоида и оболочки вследствие джоулевых потерь и потерь, связанных с работой пластического деформирования (для оболочки). Для численного решения записанной системы построены разностные схемы всех дифференциальных уравнений, проанализирована их сходимость и условия устойчивости. В рамках теории Θ-пинча с учетом диффузии магнитных полей, представленной в разделе 5.3.3, достигнуто полной согласие теоретических расчетов с экспериментальными данными: по характеристикам электрического контура (временные развертки тока и падения напряжения на соленоиде, зависимость амплитуды тока от размера проводящей оболочки); по конечной плотности порошковых прессовок; по динамике полых (без порошка) проводящих трубок, в частности, по расширению остаточным магнитным полем трубок, сжатию которых препятствует внутренний несжимаемый стержень. Визуализированы и исследованы такие недоступные прямому экспериментальному наблюдению аспекты процесса, как временные и пространственные зависимости магнитного поля и температуры.

Результаты, изложенные в пятой главе, представлены в монографиях [A10, A11], статьях [A2-A4, A7, A8, A12, A23] и на конференциях [212, 239, 274-277, 287, 289].

Заключение

В диссертации проведено систематическое исследование характерных особенностей процессов магнитно-импульсного компактирования оксидных наноразмерных порошков. Представим основные результаты, полученные в работе.

- 1. Детально проанализированы основные межчастичные взаимодействия, ответственные за поведение сухих оксидных нанопорошков в условиях их компактирования. С целью описания контактных взаимодействий между наночастицами предложена и подробно разработана оригинальная стержневая модель, которая является обобщением традиционного закона Герца, и описывает упругое отталкивание частиц в широкой области деформаций и напряжений. В рамках данной модели аналитически решена задача Миндлина о тангенциальном нагружении контакта предварительно прижатых частиц. Предложена модель, описывающая появление и разрушение относительно прочных межчастичных связей химической природы. Для учета сил дисперсионного притяжения в методах дискретного моделирования адаптировано известное выражение Гамакера. Свободный параметр, минимальное сближение макрочастиц, определен на основе предельного перехода к взаимодействию отдельных молекул. Предложен модельный межмолекулярный потенциал, учитывающий эффект запаздывания, и аналитически выведено соответствующее обобщение формулы Гамакера, что позволило проанализировать влияние данного эффекта на величину сил дисперсионного притяжения.
- 2. Развита дискретная модель наноразмерных порошков, позволяющая описывать процессы компактирования методом гранулярной динамики. Предложен оригинальный "кластерный" способ генерации начальных порошковых структур, который позволяет достаточно быстро создавать однородные изотропные бесконечно-периодические структуры для трехмерного моделирования. В ходе двумерных и трехмерных компьютерных экспериментов методом гранулярной динамики установлено, что основным фактором, отвечающим за наличие размерных эффектов в процессах компактирования оксидных

нанопорошков, являются силы дисперсионных притяжений Ван-дер-Ваальса – Гамакера. Их учет в рамках численного трехмерного моделирования позволяет достичь количественного согласия с имеющимися экспериментальными данными о кривых сжатия наноразмерных порошков.

- 3. Промоделированы процессы одноосного, двухстороннего и всестороннего прессования, а также уплотнение нанопорошка с одновременным сдвиговым деформированием и чисто сдвиговое нагружение модельных ячеек. Выявлено слабое влияние схемы прессования на конечную плотность прессовок: при заданном осевом давлении различие по плотности для одноосного и всестороннего прессований составляет менее 1%. При сдвиговом нагружении обнаружена положительная дилатансия наноразмерных порошков во всем диапазоне исследованных плотностей (ρ > 30%). Установлено, что поверхности нагружения оксидных нанопорошков в пространстве "гидростатическое давление интенсивность девиатора тензора напряжений" представляют собой близкие к эллиптическому виду кривые, сдвинутые вдоль гидростатической оси в сторону всестороннего сжатия. Последнее оправдывает для описания механических свойств нанопорошков использование теории пластично-упрочняемого пористого тела. В то же время, показана неприменимость к нанопорошкам ассоциированного закона, определяющего процесс деформирования в сложно напряженных состояниях.
- 4. Представлена теоретическая модель одноосного магнитно-импульсного прессования, которая включает согласованное решение уравнений, описывающих динамику импульсного магнитного поля, и динамику механической системы (подвижные части пресса + уплотняемый порошок), и учитывает такие факторы, как диссипативные потери на контактных границах трения, упругие свойства установки, инерционные свойства подвижных частей пресса. Показано, что построенная теоретическая модель позволяет надежно воспроизводить результаты натурных экспериментов в пределе экспериментальной погрешности описываются временные развертки тока через индуктор и силового воздействия (давления) на прессуемый порошок. Изучено влияние на конечную плотность компакта и эффективность процесса магнитно-импульсного прессования таких параметров, как масса уплотняемого порошка, масса разгоняемых частей пресса и диаметр прессовки. В частности, обнаружено, что наибольшей эффективность обладал бы пресс с массой ударника порядка 1 кг, что подтверждается экспериментальными испытаниями при использовании более легких алюминиевых концентраторов. На основе расчетов в рамках развитой модели обоснованы способы существенного повышения

эффективности одноосного прессования: подключение дополнительного соленоида для увеличения периода собственных колебаний электрического контура; переход к двухстороннему прессованию двумя идентичными ударниками.

- 5. Разработана теоретическая модель по описанию процессов уплотнения нанопорошков на одноосном магнитно-импульсном прессе в ударно-волновом режиме. Модель учитывает диссипацию энергии, обусловленную производимой работой по уплотнению порошка, с учетом потерь на неидеальность отражения ударных волн от поверхностей разрыва на границах уплотняемого порошкового тела. Проблема расчета временной динамики состояния уплотняемой среды сведена к системе обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений, которая в пределе малых энергий ударника линеаризована и решена аналитически. Проанализировано влияние на процесс уплотнения различных параметров задачи таких, как стартовое зарядное напряжение, массы ударника и порошка, отношение волновых сопротивлений контактирующих материалов, и т.д. Исследован процесс многократного ударного компактирования гранулированной среды ударными волнами малой амплитуды. Установлена граница максимально достижимого уплотнения порошка, соответствующая беконечно большому количеству ударов. Показано, что в пределе относительно малого количества порошка данная граница, не зависит ни от масс порошка и ударника, ни от типа порошка, а определяется исключительно начальной скоростью налетающего ударника и акустическим сопротивлением пуансонов.
- 6. Динамическая задача о радиальном магнитно-импульсном прессовании гранулированного материала в рамках приближений однородного уплотнения порошковой заготовки и несжимаемости материала проводящей оболочки сведена к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка на движение границы раздела "порошокоболочка", что существенно облегчает проведение расчетов и теоретический анализ изучаемых процессов. Обоснован инерционный механизм уплотнения порошков в магнитноимпульсных процессах радиального прессования по схемам Z и Θ-пинчей; выявлены и описаны инерционные эффекты "периодичности" и "цикличности"; установлены резонансные условия, в которых максимально эффективно используются инерционные свойства механической деформируемой системы "оболочка + порошок". Установлена высокая эффективность схемы Θ-пинча для компактирования массивных (сплошных, либо с небольшим конструктивным отверстием по центру) цилиндрических порошковых заготовок, и наоборот, максимальная эффективность схемы Z-пинча для изготовления тонкостенных цилиндрических изделий. В последнем случае выявлен безразмерный

комплекс R_Z , содержащий инерционные характеристики механической системы (плотности и толщины порошка и оболочки) и парамеры прессующего импульса, определяющий динамику процесса. Установлен диапазон значений комплекса R_Z , отвечающий "резонансным" условиям компактирования, когда прессующее давление в порошке достигает 4–7 ГПа.

- 7. Сформулирована полная система уравнений, описывающая процесс компактирования нанопорошков в схеме Θ-пинча (раздел 5.3.3), которая учитывает: диффузию магнитного поля как во внутреннюю полость проводящей оболочки, так и в толщу витков соленоида; нагрев материалов соленоида и оболочки вследствие джоулевых потерь и потерь, связанных с работой пластического деформирования (для оболочки). В рамках развитой теории Θ-пинча достигнуто полной согласие теоретических расчетов с экспериментальными данными по характеристикам электрического контура, по конечной плотности порошковых прессовок, и по динамике полых (без порошка) проводящих трубок. Визуализированы и исследованы такие недоступные прямому экспериментальному наблюдению аспекты процесса, как временные и пространственные зависимости магнитного поля и температуры.
- 8. В случае неподвижной проводящей оболочки в пренебрежении ее нагревом аналитически решены задачи о диффузии магнитного поля во внутреннюю полость цилиндрической проводящей оболочки как при отсутствии, так и при наличии во внутренней полости проводящего стержня. На основе полученных решений с учетом прочностных свойств металлической (медь, алюминий) оболочки установлена область ее размеров (толщина, диаметр), в которой может наблюдаться ее расширение за счет остаточного магнитного поля. При сопоставлении с данными натурных испытаний показано, что теоретическая расчетная область, соответствующая параметрам используемого в ИЭФ УрО РАН (Екатеринбург) экспериментального оборудования, позволяет достаточно надежно прогнозировать наличие эффекта расширения.

Таким образом в результате выполненной работы исследованы специфические особенности межчастичных взаимодействий в наноразмерных порошках (упругое отталкивание, сильные дисперсионные притяжения и т.д.), взаимосвязанные с ними особенности механических свойств порошкового тела на макроуровне, например, размерные эффекты при компактировании, и построены теоретические модели для процессов магнитно-импульсного прессования, в ходе которых благодаря использованию инерционных эффектов удается преодолевать низкую прессуемость нанопорошков.

Благодарности

В заключение автор хотел бы выразить искреннюю признательность и благодарность

- своим родителям, Шамилю Назмухаметовичу и Марии Васильевне, за тепло, любовь и веру в меня;
- научным консультантам, Волкову Николаю Борисовичу и Зубареву Николаю Михайловичу, за постоянное внимание к работе, плодотворные дискуссии и толерантность в вопросах выбора направлений и методов исследования;
- всем сотрудникам ЛНД ИЭФ УрО РАН, своим коллегам, друзьям и соавторам, Барахвостову Сергею Владимировичу, Боброву Константину Евгеньевичу, Зубаревой Ольге Владимировне, Кочурину Евгению Александровичу, Нагаеву Константину Андреевичу, Чингиной Евгении Андреевне, Турмышеву Ивану Сергеевичу, за внимание к работе и научное сотрудничество;
- сотрудникам ИЭФ УрО РАН, чл.-корр. РАН Иванову Виктору Владимировичу, д.ф.м.н. Осипову Владимиру Васильевичу, к.ф.-м.н. Паранину Сергею Николаевичу, к.т.н. Иванову Максиму Геннадьевичу, к.ф.-м.н. Кайгородову Антону Сергеевичу, к.т.н. Спирину Алексею Викторовичу, Лукьяшину Константину Егоровичу, за интерес к работе и плодотворное сотрудничество;
- сотрудникам Института проблем материаловедения НАН Украины (Киев), чл.-корр. НАНУ Штерну Михаилу Борисовичу и Максименко Андрею Леонидовичу, за плодотворные дискуссии и непрекращающееся несмотря ни на что научное сотрудничество;
- профессору Ростокского университета (Росток, Германия) Йорну Шмельцеру (J.W.P. Schmelzer), за постоянный интерес к научным исследованиям, многолетнее научное сотрудничество и поддержку;
- своей жене, Надежде Станиславовне, и двум дочерям, Екатерине и Алисе, за героическое терпение и атмосферу любви в домашнем кругу.
Список публикаций автора по теме диссертационной работы

Основное содержание диссертационной работы изложено в следующих научных статьях:

- А1. Болтачев, Г.Ш. Моделирование радиального магнитно-импульсного уплотнения гранулярной среды в квазистатическом приближении / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, С.В. Добров, В.В. Иванов, А.А. Ноздрин, С.Н. Паранин // ЖТФ. 2007. Т. 77, вып. 10. С. 58-67.
- А2. Болтачев, Г.Ш. Модель динамического прессования гранулированной среды / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, В.В. Иванов, С.Н. Паранин // ПМТФ. – 2008. – №2. – С. 211-215.
- АЗ. Болтачев, Г.Ш. Инерционные эффекты в процессах импульсного радиального прессования наноразмерных порошков / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, В.В. Иванов, С.Н. Паранин // Перспективные материалы. 2008. №5. С. 5-13.
- А4. Болтачев, Г.Ш. Анализ основных закономерностей динамического радиального уплотнения гранулированных сред / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков // ПМТФ. 2008. Т. 49, №6. С. 181-189.
- A5. Boltachev, G.Sh. Shock-wave compaction of the granular medium initiated by magnetically pulsed accelerated striker / G.Sh. Boltachev, N.B. Volkov, V.V. Ivanov, A.S. Kaygorodov // Acta Mechanica. – 2009. – V. 204, No. 1-2. – P. 37-50.
- A6. Boltachev, G.Sh. Densification of the granular medium by the low amplitude shock waves / G.Sh. Boltachev, A.S. Kaygorodov, N.B. Volkov // Acta Mechanica. – 2009. – V. 207, No. 3-4. – P. 223-234.
- А7. Болтачев, Г.Ш. Расширение проводящей оболочки магнитным полем внешнего индуктора / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков // Письма в ЖТФ. – 2009. – Т. 35, вып. 7. – С. 86-92.

- А8. Болтачев, Г.Ш. Биметаллический цилиндр в импульсном магнитном поле / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков // Письма в ЖТФ. – 2009. – Т. 35, вып. 19. – С. 84-91.
- А9. Болтачев, Г.Ш. Размерный эффект в процессах компактирования нанопорошков / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36, вып. 17. С. 96-103.
- A10. Boltachev, G.Sh. Magnetic Pulsed Compaction of Nanosized Powders / G.Sh. Boltachev, K.A. Nagayev, S.N. Paranin, A.V. Spirin, N.B. Volkov. – NY: Nova Science Publishers, Inc., 2010. – 86 c.
- A11. Boltachev, G.Sh. Theory of the magnetic pulsed compaction of nanosized powders / G.Sh. Boltachev, K.A. Nagayev, S.N. Paranin, A.V. Spirin, N.B. Volkov // In the collection "Nanomaterials: Properties, Preparation and Processes"ed. by V.Cabral and R.Silva. – NY: Nova Science Publishers, Inc., 2010. – P. 1-58.
- А12. Болтачев, Г.Ш. Динамика цилиндрических проводящих оболочек в продольном импульсном магнитном поле / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, С.Н. Паранин, А.В. Спирин // ЖТФ. – 2010. – Т. 80, вып. 6. – С. 1-9.
- А13. Болтачев, Г.Ш. Особенности одноосного квазистатического компактирования оксидных нанопорошков / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, А.С. Кайгородов, В.П. Лознухо // Российские нанотехнологии. – 2011. – Т. 6, №9-10. – С. 125-130.
- А14. Болтачев, Г.Ш. Моделирование процесса компактирования нанопорошков в рамках гранулярной динамики / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков // ЖТФ. – 2011. – Т. 81, вып. 7. – С. 18-29.
- A15. Boltachev, G.Sh. Effect of retardation in the dispersion forces between spherical particles / G.Sh. Boltachev, N.B. Volkov, K.A. Nagayev // J. Colloid Interface Sci. – 2011. – V. 355, No. 2. – P. 417-422.
- А16. Болтачев, Г.Ш. Процессы компактирования и упругой разгрузки нанопорошков в рамках метода гранулярной динамики / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков // Порошковая металлургия. – 2012. – Т. 51, №5-6. – С. 12-21.
- A17. Boltachev, G.Sh. Tangential interaction of elastic spherical particles in contact / G.Sh. Boltachev, N.B. Volkov, N.M. Zubarev // Int. J. Solids Struct. – 2012. – V. 49, No. 15-16. – P. 2107-2114.

- A18. Boltachev, G.Sh. Shift and torsion contact problems for arbitrary axisymmetric normal stress distributions / G.Sh. Boltachev, V. Aleshin // Int. J. Solids Struct. 2013. V. 50, No. 19. P. 2894-2900.
- A19. Boltachev, G.Sh. Three-dimensional simulations of nanopowder compaction processes by granular dynamics method / G.Sh. Boltachev, K.E. Lukyashin, V.A. Shitov, N.B. Volkov // Phys. Rev. E. - 2013. - V. 88, No. 1. - P. 012209.
- A20. Olevsky, E.A. Modeling and optimization of uniaxial magnetic pulse compaction of nanopowders / E.A. Olevsky, A.A. Bokov, G.Sh. Boltachev, N.B. Volkov, S.V. Zayats, A.M. Ilyina, A.A. Nozdrin, S.N. Paranin // Acta Mechanica. – 2013. – V. 224, iss. 12. – P. 3177-3195.
- А21. Боков, А.А. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном прессе / А.А. Боков, Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, С.В. Заяц, А.М. Ильина, А.А. Ноздрин, С.Н. Паранин, Е.А. Олевский // ЖТФ. – 2013. – Т. 83, вып. 10. – С. 68-77.
- А22. Болтачев, Г.Ш. Характерные особенности механического поведения наноразмерных порошков / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, А.Л. Максименко, М.Б. Штерн // Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии: сборник научных трудов. – 2014. – Т. 12, №2. – С. 365-382.
- А23. Болтачев, Г.Ш. Нанопорошки в условиях динамичных процессов магнитно-импульсного прессования / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, Е.А. Чингина // Российские нанотехнологии. – 2014. – Т. 9, №11-12. – С. 45-52.
- А24. Болтачев, Г.Ш. Компактирование и упругая разгрузка нанопорошков в рамках метода гранулярной динамики / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, Э.С. Двилис, О.Л. Хасанов // ЖТФ. – 2015. – Т. 85, вып. 2. – С. 94-101.

Материалы диссертации содержатся также в печатных работах [145-148, 198-203, 212, 238, 239, 255, 256, 268-270, 274-277, 287], не включенных в список основных публикаций.

Список литературы

- Siegel, R.W. Nanostructured Materials: Mind over Matter / R.W. Siegel // Nanostructured Materials. - 1994. - V. 4, No. 1. - P. 121-138.
- [2] Андриевский, Р.А. Наноструктурные материалы: Учеб. пособие для студ. высш. учеб.
 заведений / Р.А. Андриевский, А.В. Рагуля. М.: Изд. центр "Академия", 2005. 192
 с.
- [3] Алымов, М.И. Порошковая металлургия нанокристаллических материалов / М.И. Алымов. – М.: Наука, 2007. – 169 с.
- [4] Иванов, В.В. Получение труб из керамик на основе Al₂O₃ и ZrO₂ посредством электродинамического прессования и обычного спекания / В.В. Иванов, С.Н. Паранин, А.В. Никонов, В.Р. Хрустов, С.Ю. Ивин, Ю.А. Котов, О.М. Саламатов, С.В. Добров, А.И. Медведев // Проблемы нанокристаллических материалов [Сб. научных трудов]. Екатеринбург: УрО РАН, 2002. – С. 536-546.
- [5] Липилин, А.С. Возможность использования ТОТЭ в авиации / А.С. Липилин, Г.Ш. Болтачев, С.Н. Паранин, А.В. Спирин, А.В. Никонов // Сборник тезисов III Международной научно-технической конференции "Авиадвигатели XXI века"[Электронный ресурс]. – М.: ЦИАМ, 2010. – С. 420-422.
- [6] Kaygorodov, A.S. Fabrication of Nd:Y2O3 transparent ceramics by pulsed compaction and sintering of weakly agglomerated nanopowders / A.S. Kaygorodov, V.V. Ivanov, V.R. Khrustov, Yu.A. Kotov, A.I. Medvedev, V.V. Osipov, M.G. Ivanov, A.N. Orlov, A.M. Murzakaev // Journal of the European Ceramic Society. – 2007. – V. 27, iss. 2-3. – P. 1165-1169.
- [7] Иванов, В.В. Прочная керамика на основе оксида алюминия, получаемая с использованием магнитно-импульсного прессования композитных нанопорошков / В.В. Иванов,

А.С. Кайгородов, В.Р. Хрустов, С.Н. Паранин, А.В. Спирин // Российские нанотехнологии. – 2006. – Т. 1, №1-2. – С. 201-207.

- [8] Деменюк, В.Д. Методы электроимпульсной консолидации: альтернатива спарк-плазменному спеканию (обзор литературы) / В.Д. Деменюк, М.С. Юрлова, Л.Ю. Лебедева, Е.Г. Григорьев, Е.А. Олевский // Ядерная физика и инжиниринг. – 2013. – Т. 4, №3. – С. 195-239.
- [9] Олевский, Е.А. Электроконсолидация порошковых материалов. І. Методы низковольтной и высоковольтной консолидации / Е.А. Олевский, Е.В. Александрова, А.М. Ильина, А.Н. Новоселов, К.Ю. Пельве, Е.Г. Григорьев // Физика и химия обработки материалов. – 2013. – №2. – С. 53-64.
- [10] Быков, Ю.В. Высокоскоростное микроволновое спекание оксидных керамических материалов / Ю.В. Быков, А.Г. Еремеев, С.В. Егоров, К.И. Рыбаков, А.А. Сорокин // Перспективные технологии консолидации материалов с применением электромагниных полей. 3-й Научный семинар. Тезисы докладов. – М.: НИЯУ МИФИ, 2014. – 52 с. – С. 29-31.
- [11] Миронов, В.А. Возможности использования импульсных электромагнитных полей в порошковой металлургии / В.А. Миронов // Перспективные технологии консолидации материалов с применением электромагниных полей. 3-й Научный семинар. Тезисы докладов. – М.: НИЯУ МИФИ, 2014. – 52 с. – С. 25-26.
- [12] Скороход, В.В. Реологические основы теории спекания / В.В. Скороход. Киев: Наукова думка, 1972. – 152 с.
- [13] Штерн, М.Б. Феноменологические теории прессования порошков / М.Б. Штерн, Г.Г. Сердюк, Л.А. Максименко, Ю.В. Трухан, Ю.М. Шуляков. – Киев: Наук. думка, 1982. – 140 с.
- [14] Филоненко, В.П. Компактирование порошков вольфрама различной дисперсности гидростатическим давлением до 5 ГПа / В.П. Филоненко, Л.Г. Хвостанцев, Р.Х. Баграмов, Л.И. Трусов, В.И. Новиков // Порошковая металлургия. – 1992. – №4. – С. 16-20.
- [15] Бушман, А.В. Теплофизика и динамика интенсивных импульсных воздействий / А.В. Бушман, Г.И. Канель, А.Л. Ни, В.Е. Фортов. – Черноголовка: Редакционноиздательский отдел ИХФ АН СССР, 1988. – 200 с.

- [16] Meyers, M.A. The Role of Thermal Energy in Shock Consolidation / M.A. Meyers, S.S. Shang, K. Hokamoto // Shock Waves in Materials Science, ed. by A.B. Sawaoka, Berlin: Springer-Verlag, 1993. P. 145-176.
- [17] Барбарович, Ю.К. Использование энергии сильного импульсного магнитного поля для прессования порошков / Ю.К. Барбарович // Порошковая металлургия. – 1969. – №10(82). – С. 24-31.
- [18] Sandstrom, D.J. Consolidating metal powders magnetically / D.J. Sandstrom // Metal Progr. - 1964. - V. 86, No. 3. - P. 215-221.
- [19] Миронов, В.А. Магнитно-импульсное прессование порошков / В.А. Миронов. Рига: Зинатне, 1980. – С. 79-118.
- [20] Лукьянов, С.Ю. Горячая плазма и управляемый ядерный синтез / С.Ю. Лукьянов. М.: Наука, 1975. – 398 с.
- [21] Ivanov, V.V. Densification of Ceramic Nano-Sized Powders by Pulsed Magnetic Technique / V.V. Ivanov, S.N. Paranin, A.N. Vikhrev, R. Boehme, G. Schumacher // Proceedings of the Fourth European Ceramic Society Conference. – Riccione: Gruppo Editoriale Faenza Editrice, 1995. – V. 2. – P. 169-176.
- [22] Иванов, В.В. Эффективность динамического метода уплотнения наноразмерных порошков / В.В. Иванов, С.Н. Паранин, А.Н. Вихрев, А.А. Ноздрин // Материаловедение. – 1997. – №5. – С. 49-55.
- [23] Добров, С.В. Моделирование магнитно-импульсного прессования длинномерных изделий из порошков / С.В. Добров, В.В. Иванов // ЖТФ. – 2004. – Т. 74, вып. 4. – С. 35-41.
- [24] Иванов, В.В. Получение наноструктурных керамик с использованием магнитно-импульсного прессования порошков: дис. ... д-ра физ.-мат. наук: 01.04.13, 01.04.14 / Иванов Виктор Владимирович. – Екатеринбург, 1998. – 299 с.
- [25] Ноздрин, А.А. Исследование динамической прессуемости наноразмерных порошков на основе оксида алюминия / А.А. Ноздрин // Перспективные материалы. – 2007. – №6. – С. 79-85.

- [26] Алиханов, С.Г. Схлопывание металлической оболочки под действием магнитного поля / С.Г. Алиханов, Г.И. Будкер, Г.Н. Кичигин, А.В. Комин // ПМТФ. – 1966. – №4. – С. 38-41.
- [27] Новгородцев, А.Б. Энергетические соотношения в колебательном контуре, используемом для ускорения проводников электромагнитными силами / А.Б. Новгородцев, Г.А. Шнеерсон // Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт. – 1970. – №2. – С. 154-161.
- [28] Андреев, А.В. Индукционное ускорение проводников и высокоскоростной привод / А.В. Андреев, В.Н. Бондалетов // Электричество. – 1973. – №10. – С. 36-41.
- [29] Иванов, В.В. О моделировании индукционного ускорения массивных тел / В.В. Иванов // Электричество. – 1998. – №1. – С. 37-40.
- [30] Волков, Н.Б. Теоретическое и экспериментальное исследование магнитной кумуляции / Н.Б. Волков, В.Т. Микхельсоо, Г.А. Шнеерсон // Труды Всесоюзного Совещания по инженерным проблемам УТС. – Ленинград: ЛПИ им. М.И.Калинина, 1974. – Т. 1. – С. 319-340.
- [31] Волков, Н.Б. Численное исследование магнитодинамической кумуляции / Н.Б. Волков, В.Т. Михкельсоо, Е.Н. Нагель, Г.А. Шнеерсон // Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт. – 1976. – №6. – С. 146-154.
- [32] Волков, Н.Б. Численный анализ экспериментов по магнитной кумуляции / Н.Б. Волков,
 В.Т. Михкельсоо, Г.А. Шнеерсон // ПМТФ. 1982. №5. С. 15-26.
- [33] Белый, И.В. Исследование электромагнитномеханических процессов при магнитноимпульсной обработке металлов с предварительным нагревом заготовок / И.В. Белый, Л.Д. Горкин, Л.Т. Хименко // Вестник Харьковского политехнического института. – 1977. – No. 123. Магнитно-импульсная обработка металлов. – Вып. 4. – С. 3-11.
- [34] Юсупов, Р.Ю. Энергетические установки для магнитно-импульсной обработки материалов / Р.Ю. Юсупов, В.А. Глущенков. Самара: Издательский дом "Федоров", 2013.
 128 с.
- [35] Глущенков, В.А. Технология магнитно-импульсной обработки материалов / В.А. Глущенков, В.Ф. Карпухин. – Самара: Издательский дом "Федоров", 2014. – 208 с.
- [36] Jarzebowski, A. On slip and memory rules in elastic, friction contact problems / A. Jarzebowski, Z. Mroz // Acta Mechanica. 1994. V. 102. P. 199-216.

- [37] Cundall, P.A. A discrete numerical model for granular assemblies / P.A. Cundall, O.D.L. Strack // Geotechnique. – 1979. – V. 29, No. 1. – P. 47-65.
- [38] Yang, R.Y. Pore structure of the packing of fine particles / R.Y. Yang, R.P. Zou, A.B. Yu, S.K. Choi // J. Colloid Interface Sci. - 2006. - V. 299. - P. 719-725.
- [39] Agnolin, I. Internal states of model isotropic granular packings. I. Assembling process, geometry, and contact networks / I. Agnolin, J.-N. Roux // Phys. Rev. E. - 2007. - V. 76. - P. 061302.
- [40] Agnolin, I. Internal states of model isotropic granular packings. II. Compression and pressure cycles / I. Agnolin, J.-N. Roux // Phys. Rev. E. – 2007. – V. 76. – P. 061303.
- [41] Agnolin, I. Internal states of model isotropic granular packings. III. Elastic properties / I. Agnolin, J.-N. Roux // Phys. Rev. E. - 2007. - V. 76. - P. 061304.
- [42] Salot, C. Influence of relative density on granular materials behavior: DEM simulations of triaxial tests / C. Salot, P. Gotteland, P. Villard // Granular Matter. – 2009. – V. 11. – P. 221-236.
- [43] Antony, S.J. Role of interparticle friction and particle-scale elasticity in the shear-strength mechanism of three-dimensional granular media / S.J. Antony, N.P. Kruyt // Phys. Rev. E. - 2009. - V. 79. - P. 031308.
- [44] Medina, E. Force fabric and macroscopic friction in two-dimensional granular materials / E. Medina, X. Garcia, V. Urdaneta // Phys. Rev. E. - 2010. - V. 81. - P. 022301.
- [45] Olsson, E. Effect of particle size distribution at powder compaction / E. Olsson, P.-L. Larsson
 // Proceedings of the EURO PM2011 Congress and Exhibition. Barcelona: European
 Powder Metallurgy Association, 2011. V. 3. P. 265-270.
- [46] Yen, K.Z.Y. A dynamic simulation of particle rearrangement in powder packings with realistic interactions / K.Z.Y. Yen, T.K. Chaki // J. Appl. Phys. – 1992. – V. 71, No. 7. – P. 3164-3173.
- [47] Lian, J. Powder assembly simulation by particle dynamics method / J. Lian, S. Shima // Int. J. Numer. Methods Eng. – 1994. – V. 37, No. 5. – P. 763-775.
- [48] Gilabert, F.A. Computer simulation of model cohesive powders: Influence of assembling procedure and contact laws on low consolidation states / F.A. Gilabert, J.-N. Roux, A. Castellanos // Phys. Rev. E. - 2007. - V. 75. - P. 011303.

- [49] Gilabert, F.A. Computer simulation of model cohesive powders: Plastic consolidation, structural changes, and elasticity under isotropic loads / F.A. Gilabert, J.-N. Roux, A. Castellanos // Phys. Rev. E. - 2008. - V. 78. - P. 031305.
- [50] Luding, S. Cohesive, frictional powders: contact models for tension / S. Luding // Granular Matter. - 2008. - V. 10. - P. 235-246.
- [51] Balakrishnan, A. Effect of particle size in aggregated and agglomerated ceramic powders / A. Balakrishnan, P. Pizette, C.L. Martin, S.V. Joshi, B.P. Saha // Acta Materialia. 2010.
 V. 58. P. 802-812.
- [52] Kotov, Yu.A. Electric Explosion of Wires as a Method for Preparation of Nanopowders / Yu.A. Kotov // Journal of Nanoparticle Research. – 2003. – V. 5. – No. 5-6. – P. 539-550.
- [53] Zhu, H.P. Discrete particle simulation of particulate systems: Theoretical developments / H.P. Zhu, Z.Y. Zhou, R.Y. Yang, A.B. Yu // Chem. Eng. Sci. 2007. V. 62, iss. 13. P. 3378-3396.
- [54] Штерн, М.Б. Механические и компьютерные модели консолидации гранулированных сред на основе порошков металлов и керамики / М.Б. Штерн, В.Д. Рудь. – Киев-Луцк: РВВ ЛНТУ, 2010. – 232 с.
- [55] Штерн, М.Б. Модифицированные модели деформирования порошковых материалов на основе пластичных и труднодеформируемых порошков / М.Б. Штерн, О.В. Михайлов // Вестник Машиноведения Национального технического университета Украины "Киевский политехнический институт". – 2011. – Вып. 62. – С. 13-19.
- [56] Хасанов, О.Л. Построение кривых уплотнения керамических порошков на основе однопараметрического уравнения прессования / О.Л. Хасанов, Э.С. Двилис, В.М. Соколов // Огнеупоры и техническая керамика. – 2001. – №1. – С. 40-44.
- [57] Denny, P.J. Compaction equations: a comparison of the Heckel and Kawakita equations /
 P.J. Denny // Powder Technology. 2002. V. 127. P. 162-172.
- [58] Khasanov, O.L. Compressibility of the structural and functional ceramic nanopowders / O.L. Khasanov, E.S. Dvilis, V.M. Sokolov // Journal of the European Ceramic Society. – 2007. – V. 27, iss. 2-3. – P. 749-752.
- [59] Morgeneyer, M. Compaction of bidisperse cohesive powders / M. Morgeneyer, L. Brendel,
 J. Schwedes // Granular Matter. 2008. V. 10. P. 295-299.

- [60] Zhao, C. An integrated study of die powder fill, transfer and compaction process using digital image correlation method / C. Zhao, M.K. Jain, M. Bruhis, R. Lawcock // Powder Technology. – 2011. – V. 208. – P. 225-230.
- [61] Хасанов, О.Л. Методы компактирования и консолидации наноструктурных материалов и изделий / О.Л. Хасанов, Э.С. Двилис, З.Г. Бикбаева // Уч.пособие. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. – 269 с.
- [62] Седов, Л.И. Механика сплошной среды. Т. 2 / Л.И. Седов. М.: Наука, 1976. 576 с.
- [63] Henderson, R.J. Micro-mechanical modelling of powder compaction / R.J. Henderson, H.W. Chandler, A.R. Akisanya, C.M. Chandler, S.A. Nixon // J. Mech. Phys. Solids. – 2001. – V. 49, No. 4. – P. 739-759.
- [64] Nicot, F. A multi-scale approach to granular materials / F. Nicot, F. Darve // Mechanics of Materials. – 2005. – V. 37, No. 9. – P. 980-1006.
- [65] Wolf, D. Structurally Induced Supermodulus Effect in Superlattices / D. Wolf, J.F. Lutsko // Phys. Rev. Lett. – 1988. – V. 60, No. 12. – P. 1170-1173.
- [66] Кривцов, А.М. Механика и наномеханика / А.М. Кривцов, Н.Ф. Морозов / Тезисы докладов XVIII Зимней школы по механике сплошных сред. – Пермь: ИМСС УрО РАН, 2013. – С. 207.
- [67] Магомедов, М.Н. Об изменении модуля упругости при уменьшении размера нанокристалла / М.Н. Магомедов // ПЖТФ. – 2013. – Т. 39, вып. 9. – С. 9-17.
- [68] Магомедов, М.Н. Зависимость упругих свойств от размера и формы нанокристаллов алмаза, кремния и германия / М.Н. Магомедов // ЖТФ. – 2014. – Т. 84, №11. – С. 80-90.
- [69] Hertz, H. Uber die Berührung fester elastischer Korper / H. Hertz // J. Reine Angew. Math. - 1881. – B. 92. – S. 156-171.
- [70] Ландау, Л.Д. Теоретическая физика. Том VII. Теория упругости / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1987. – 248 с.
- [71] Cattaneo, C. Sul contatto di due Corpi Elastici / C. Cattaneo // Accademia dei Lincei, Rendiconti, Series 6. – 1938. – V. 27. – P. 342-348, 434-436, and 474-478.

- [72] Mindlin, R.D. Compliance of Elastic Bodies in Contact / R.D. Mindlin // J. Appl. Mech. (Trans ASME). - 1949. - V. 16. - P. 259-268.
- [73] Mindlin, R.D. Elastic Spheres in Contact Under Varying Oblique Forces / R.D. Mindlin, H. Deresiewicz // J. Appl. Mech. (Trans ASME). 1953. V. 20. P. 327-344.
- [74] Reissner, E. Forced Torsional Oscillations of an Elastic Half-Space. I / E. Reissner, H.F. Sagoci // J. Appl. Phys. 1944. V. 15, No. 9. P. 652-654.
- [75] Hamaker, H.C. The London van der Waals attraction between spherical particles / H.C. Hamaker // Physica. – 1937. – V. 4, No. 10. – P. 1058-1072.
- [76] Aleshin, V. Preisach analysis of the Hertz-Mindlin system / V. Aleshin, K. Van Den Abeele // J. Mech. Phys. Solids. – 2009. – V. 57, No. 4. – P. 657-672.
- [77] Chang, C.S. An elasto-plastic model for granular materials with microstructural consideration / C.S. Chang, P.-Y. Hicher // Int. J. Solids Struct. – 2005. – V. 42, No. 14. – P. 4258-4277.
- [78] Kotov, Yu.A. Producing Al and Al₂O₃ Nanopowders by Electrical Explosion of Wire / Yu.A. Kotov, E.I. Azarkevich, I.V. Beketov, T.M. Demina, A.M. Murzakaev, O.M. Samatov // J. Key Eng. Mater., Trans. Tech. 1997. V. 132-136. P. 173-176.
- [79] Осипов, В.В. Применение мощного импульсно-периодического СО₂-лазера с высоким КПД для получения наноразмерных порошков / В.В. Осипов, Ю.А. Котов, М.Г. Иванов, О.М. Саматов, П.Б. Смирнов // Известия Академии Наук. Серия физическая. – 1999. – Т. 63, №10. – С. 1968-1971.
- [80] Котов, Ю.А. Исследование характеристик оксидных нанопорошков, получаемых при испарении мишени импульсно-периодическим СО2 лазером / Ю.А. Котов, В.В. Осипов, М.Г. Иванов, О.М. Саматов, В.В. Платонов, Е.И. Азаркевич, А.М. Мурзакаев, А.И. Медведев // ЖТФ. – 2002. – Т. 72, вып. 11. – С. 76-82.
- [81] Грязнов, В.Г. О критической устойчивости дислокаций в микрокристаллах / В.Г. Грязнов, А.М. Капрелов, А.Е. Романов // Письма в ЖТФ. – 1989. – Т. 15, вып. 2. – С. 39-44.
- [82] Tsiok, O.B. Relaxation effects during the densification of ultrafine powders at high hydrostatic pressure / O.B. Tsiok, V.A. Sidorov, V.V. Bredikhin, L.G. Khvostantsev, V.N. Troitskiy, L.I. Trusov // Phys. Rev. B. – 1995. – V. 51, No. 18. – P. 12127-12132.

- [83] Алымов, М.И. Прессование ультрадисперсных порошков железа / М.И. Алымов, В.А. Зеленский, Е.И. Мальтина // Физика и химия обработки материалов. – 1993. – №3. – С. 154-156.
- [84] Namazu, T. Evaluation of size effect on mechanical properties of single crystal silicon by nanoscale bending test using AFM / T. Namazu, Y. Isono, T. Tanaka // Journal of Microelectromechanical Systems. – 2000. – V. 9, iss. 4. – P. 450-459.
- [85] Kotrechko, S.A. Molecular dynamics simulation of deformation and failure of nanocrystals of bcc metals / S.A. Kotrechko, A.V. Filatov, A.V. Ovsjannikov // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 2006. – V. 45, No. 2. – P. 92-99.
- [86] Kotrechko, S. Temperature dependence of the yield stress of metallic nano-sized crystals /
 S. Kotrechko, A. Ovsjannikov // Phil. Mag. 2009. V. 89, No. 33. P. 3049-3058.
- [87] Shpak, A.P. Inherent tensile strength of molybdenum nanocrystals / A.P. Shpak, S.O. Kotrechko, T.I. Mazilova, I.M. Mikhailovskij // Science and Technology of Advanced Materials. 2009. V. 10, No. 4. P. 045004.
- [88] Bakai, A.S. Inherent strength of zirconium-based bulk metallic glass / A.S. Bakai, A.P. Shpak, N. Wanderka, S. Kotrechko, T.I. Mazilova, I.M. Mikhailovskij // Journal of Non-Crystalline Solids. 2010. V. 356, No. 25-27. P. 1310-1314.
- [89] Физические величины: Справочник / А.П. Бабичев, Н.А. Бабушкина, А.М. Братковский и др.; Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.
- [90] Мартынова, И.Ф. Пластическая деформация при прессовании порошков пластичных металлов / И.Ф. Мартынова, В.В. Скороход, С.М. Солонин // Порошковая металлургия. – 1974. – №3(135). С. 40-46.
- [91] Yang, R.Y. Computer simulation of the packing of fine particles / R.Y. Yang, R.P. Zou, A.B. Yu // Phys. Rev. E. - 2000. - V. 62, No. 3. - P. 3900-3908.
- [92] Loo, T.T. Effect of Curvature on the Hertz Theory for Two Circular Cylinders in Contact / T.T. Loo // ASME J. Appl. Mech. – 1958. – V. 25, No. 1. – P. 122-124.
- [93] Nowell, D. Contact of dissimilar elastic cylinders under normal and tangential loading / D. Nowell, D.A. Hills, A. Sackfield // J. Mech. Phys. Solids. – 1988. – V. 36, No. 1. – P. 59-75.

- [94] Azarkhin, A. Some History-Dependent Problems for Dissimilar Cylinders With Finite Friction / A. Azarkhin // ASME J. Appl. Mech. – 1988. – V. 55, No. 1. – P. 81-86.
- [95] McMeeking, R.M. Elastic and visco-elastic response of finite particle junctions in granular materials / R.M. McMeeking, G. Jefferson, G.K. Haritos. – In book of A.Zavaliangos and A.Laptev (Eds.). Recent Developments in Computer Modeling of Powder Metallurgy Processes. – Amsterdam: IOS Press, 2001. – P. 50-62.
- [96] Jefferson, G. The elastic response of a cohesive aggregate a discrete element model with coupled particle interaction / G. Jefferson, G.K. Haritos, R.M. McMeeking // J. Mech. Phys. Solids. – 2002. – V. 50, No. 12. – P. 2539-2575.
- [97] Kogut, L. Elastic-Plastic Contact Analysis of a Sphere and a Rigit Flat / L. Kogut, I. Etsion // ASME J. Appl. Mech. – 2002. – V. 69, No. 5. – P. 657-662.
- [98] Гринченко, В.Т. Роль истории нагружения в механике контактного взаимодействия при учете сил трения в зоне контакта / В.Т. Гринченко, А.Ф. Улитко // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2002. – №4. – С. 16-25.
- [99] Dintwa, E. On the accuracy of the Hertz model to describe the normal contact of soft elastic spheres / E. Dintwa, E. Tijskens, H. Ramon // Granular Matter. – 2008. – V. 10. – P. 209-221.
- [100] Eriten, M. Physics-based modeling for partial slip behavior of spherical contacts / M. Eriten, A.A. Polycarpou, L.A. Bergman // Int. J. Solids Struct. – 2010. – V. 47, No. 18-19. – P. 2554-2567.
- [101] Eriten, M. Physics-based modeling for fretting behavior of nominally flat rough surfaces / M. Eriten, A.A. Polycarpou, L.A. Bergman // Int. J. Solids Struct. - 2011. - V. 48, No. 10.
 - P. 1436-1450.
- [102] Barber, J.R. Frictional elastic contact with periodic loading / J.R. Barber, M. Davies, D.A. Hills // Int. J. Solids Struct. - 2011. - V. 48, No. 13. - P. 2041-2047.
- [103] Aleshin, V. Hertz-Mindlin problem for arbitrary oblique 2D loading: General solution by memory diagrams / V. Aleshin, K. Van Den Abeele // J. Mech. Phys. Solids. – 2012. – V. 60, No. 1. – P. 14-36.
- [104] Walton, K. The oblique compression of two elastic spheres / K. Walton // J. Mech. Phys. Solids. – 1978. – V. 26, iss. 3. – P. 139-150.

- [105] Elata, D. On the oblique compression of two elastic spheres / D. Elata // ASME J. Appl. Mech. - 1996. - V. 63, No. 4. - P. 1039-1041.
- [106] Grindlay, J. Contact force distribution in a pile of rigid disks / J. Grindlay, A.H. Opie // Phys. Rev. E. - 1995. - V. 51, No. 1. - P. 718-723.
- [107] Финогенко, И.А. О дифференциальных уравнениях, возникающих в динамике систем с сухим трением / И.А. Финогенко // Соросовский образовательный журнал. – 1999. – №8. – С. 122-127.
- [108] Johnson, K.L. Surface Energy and the Contact of Elastic Solids / K.L. Johnson, K. Kendall, A.D. Roberts // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1971. – V. 324. – P. 301-313.
- [109] Derjaguin, B.V. Effect of contact deformations on the adhesion of particles / B.V. Derjaguin, V.M. Muller, Yu.P. Toporov // J. Colloid Interface Sci. – 1975. – V. 53, No. 2. – P. 314-326.
- [110] Bekker, A.V. Numerical modelling of stress effect on grain contacts and elastic properties of unconsolidated sandstone / A.V. Bekker, M. Pervukhina, V. Shulakova, S. Mayo, M.B. Clennell. – Second International Workshop on Rock Physics 2013. 2IWRP. USB Proceedings.
 – Southampton: University of Southampton, 2013.
- [111] Tanakov, M.Yu. Elastically stressed state in small particles under conditions of Hertzian contacts / M.Yu. Tanakov, L.I. Trusov, M.V. Belyi, V.E. Bulgakov, V.G. Gryaznov // J. Phys. D: Appl. Phys. - 1993. - V. 26, No. 6. - P. 997-1001.
- [112] Procopio, A.T. Simulation of multi-axial compaction of granular media from loose to high relative densities / A.T. Procopio, A. Zavaliangos // J. Mech. Phys. Solids. – 2005. – V. 53, iss. 7. – P. 1523-1551.
- [113] Zhu, H.P. Discrete particle simulation of particulate systems: A review of major applications and findings / H.P. Zhu, Z.Y. Zhou, R.Y. Yang, A.B. Yu // Chem. Eng. Sci. – 2008. – V. 63, iss. 23. – P. 5728-5770.
- [114] Jäger, J. Axisymmetric bodies of equal material in contact under torsion or shift / J. Jäger // Archive of Applied Mechanics. – 1995. – V. 65. – P. 478-487.
- [115] Ciavarella, M. The generalized Cattaneo partial slip plane contact problem. I.-Theory / M. Ciavarella // Int. J. Solids Struct. – 1998. – V. 35, No. 18. – P. 2349-2362.

- [116] Ciavarella, M. The generalized Cattaneo partial slip plane contact problem. II-Examples /
 M. Ciavarella // Int. J. Solids Struct. 1998. V. 35, No. 18. P. 2363-2378.
- [117] Корн, Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). Пер. с англ. под ред. И.Г.Арамановича / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука. 1977.
- [118] Лурье, А.И. Пространственные задачи теории упругости / А.И. Лурье. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1955. – 492 с.
- [119] Kadau, D. Contact dynamics simulations of compacting cohesive granular systems / D. Kadau, G. Bartels, L. Brendel, D.E. Wolf // Computer Physics Communications. – 2002. – V. 147. – P. 190-193.
- [120] Бараш, Ю.С. Электромагнитные флуктуации в веществе и молекулярные (ван-дерваальсовы) силы между телами / Ю.С. Бараш, В.Л. Гинзбург // Успехи физических наук. – 1975. – Т. 116, №5. – С. 5-40.
- [121] Бараш, Ю.С. Некоторые вопросы теории сил Ван-дер-Ваальса / Ю.С. Бараш, В.Л. Гинзбург // Успехи физических наук. – 1984. – Т. 143, №7. – С. 345-389.
- [122] Бараш, Ю.С. Силы Ван-дер-Ваальса / Ю.С. Бараш. М.: Наука, 1988. 344 с.
- [123] Yu, A.B. On the relationship between porosity and interparticle forces / A.B. Yu, C.L. Feng, R.P. Zou, R.Y. Yang // Powder Technology. – 2003. – V. 130. – P. 70-76.
- [124] Castellanos, A. The relationship between attractive interparticle forces and bulk behaviour in dry and uncharged fine powders / A. Castellanos // Advances in Physics. – 2005. – V. 54, No. 4. – P. 263-376.
- [125] Moreno-Atanasio, R. Influence of interparticle interactions on the kinetics of self-assembly and mechanical strength of nanoparticulate aggregates / R. Moreno-Atanasio, S.J. Antony, R.A. Williams // Particuology. - 2009. - V. 7. - P. 106-113.
- [126] Eggersdorfer, M.L. Fragmentation and restructuring of soft-agglomerates under shear / M.L.
 Eggersdorfer, D. Kadau, H.J. Herrmann, S.E. Pratsinis // J. Colloid Interface Sci. 2010.
 V. 342. P. 261-268.
- [127] Schafer, B. Agglomeration and filtration of colloidal suspensions with DVLO interactions in simulation and experiment / B. Schafer, M. Hecht, J. Harting, H. Nirschl // J. Colloid Interface Sci. – 2010. – V. 349. – P. 186-195.

- [128] Gilabert, F.A. A Molecular Dynamics Model for Single Adhesive Contact / F.A. Gilabert, A.M. Krivtsov, A. Castellanos // Meccanica. - 2006. - V. 41. - P. 341-349.
- [129] Büttner, H. Van der Waals Interaction of ionic and covalent crystals / H. Büttner, E. Gerlach // Chemical Physics Letters. 1970. V. 5, No. 2. P. 91-92.
- [130] Visser, J. On Hamaker constants: A comparison between Hamaker constants and Lifshitz van der Waals constants / J. Visser // Advances in Colloid and Interface Science. – 1972. – V. 3, No. 4. – P. 331-363.
- [131] Casimir, H.B. The Influence of Retardation on the London-van der Waals Forces / H.B. Casimir, D. Polder // Phys. Rev. - 1948. - V. 73, No. 4. - P. 360-372.
- [132] Verwey, E.J.W. Long distance forces acting between colloidal particles / E.J.W. Verwey, J.Th.G. Overbeek // Trans. Faraday Soc. - 1946. - V. 42. - P. B117-B123.
- [133] Overbeek, J.Th.G. Interparticle forces in colloid science / J.Th.G. Overbeek // Powder Technology. – 1984. – V. 37, No. 1. – P. 195-208.
- [134] Cortalezzi, M.M. Controlling submicron-particle template morphology: effect of solvent chemistry / M.M. Cortalezzi, V. Colvin, M.R. Wiesner // J. Colloid Interface Sci. – 2005. – V. 283. – P. 366-372.
- [135] Gilbert, B. Stable cluster formation in aqueous suspensions of iron oxyhydroxide nanoparticles / B. Gilbert, G. Lu, C.S. Kim // J. Colloid Interface Sci. – 2007. – V. 313. – P. 152-159.
- [136] Kim, A.S. Aggregate formation and collision efficiency in differential settling / A.S. Kim,
 K.D. Stolzenbach // J. Colloid Interface Sci. 2004. V. 271. P. 110-119.
- [137] Harada, S. Dependence of fragmentation behavior of colloidal aggregates on their fractal structure / S. Harada, R. Tanaka, H. Nogami, M. Sawada // J. Colloid Interface Sci. - 2006.
 - V. 301. - P. 123-129.
- [138] Дзялошинский, И.Е. Общая теория ван-дер-ваальсовых сил / И.Е. Дзялошинский, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский // Успехи физических наук. – 1961. – Т. 73, вып. 3. – С. 381-422.
- [139] Meath, W.J. Long-Range (Retarded) Intermolecular Forces / W.J. Meath, J.O. Hirschfelder // J. Chem. Phys. - 1966. - V. 44, No. 9. - P. 3210-3215.

- [140] Langbein, D. Retarded Dispersion Energy between Macroscopic Bodies / D. Langbein // Phys. Rev. B. - 1970. - V. 2, No. 8. - P. 3371-3383.
- [141] Bowen, W.R. The calculation of dispersion forces for engineering applications / W.R. Bowen,
 F. Jenner // Advances in Colloid and Interface Science. 1995. V. 56. P. 201-243.
- [142] Schenkel, J.H. A test of the Derjaguin-Verwey-Overbeek theory with a colloidal suspension / J.H. Schenkel, J.A. Kitchener // Trans. Faraday Soc. – 1960. – V. 56. – P. 161-173.
- [143] Görner, P. Generalized theory of dispersion forces / P. Görner, J. Pich // J. Aerosol. Sci. 1989. – V. 20, No. 7. – P. 735-747.
- [144] Overbeek, J.Th.G. In: H.R. Kruyt (Ed.), Colloid Science, Vol. 1 / J.Th.G. Overbeek. Amsterdam: Elsevier, 1952.
- [145] Boltachev, G.Sh. The granular dynamics approach to analyze nanopowder behaviour during cyclic loading / G.Sh. Boltachev, N.B. Volkov, E.G. Kirkova, M.B. Shtern, A.V. Kuzmov // Proceedings of the EURO PM2011 Congress and Exhibition. – Barcelona: European Powder Metallurgy Association, 2011. – V. 3. – P. 43-48.
- [146] Болтачев, Г.Ш. 3D моделирование процессов одноосного компактирования оксидных нанопорошков / Г.Ш. Болтачев, К.А. Нагаев, Е.А. Чингина // Материалы шестой Международной научной конференции "Физико-химические основы формирования и модификации микро- и наноструктур" (ФММН'2012). – Харьков: НФТЦ МОНМС и НАН Украины, 2012. – 280 с. – С. 246-250.
- [147] Болтачев, Г.Ш. Дискретная модель порошкового тела: компактирование оксидных нанопорошков в рамках метода гранулярной динамики / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, К.Е. Лукьяшин, Е.А. Чингина // Материалы Х Международной научной конференции "Импульсные процессы в механике сплошных сред". – Николаев: КП "Миколаивска областна друкарня", 2013. – 264 с. – С. 121-125.
- [148] Boltachev, G.Sh. Cyclic Loading of Oxide Nanopowders / G.Sh. Boltachev, N.B. Volkov, E.A. Kochurin, K.E. Lukyashin // Proceedings of the Fourth International Conference "Nonlinear Dynamics – 2013". – Kharkov: National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute", Publishing house "Tochka", 2013. – P. 364-369.
- [149] Рейнер, М. Реология. Теория и приложения / М. Рейнер. М.: ИЛ, 1962.

- [150] Рейнер, М. Реология / М. Рейнер. М.: Наука, 1965. 224 с.
- [151] Бибик, Е.Е. Реология дисперсных систем / Е.Е. Бибик. Л.: Изд-во ЛГУ. 1981. 172 с.
- [152] Ковальченко, М.С. Теория импульсного горячего прессования пористого упруго-пластично-вязкого тела. І. Модели и основные уравнения / М.С. Ковальченко // Порошковая металлургия. – 1989. – №4. – С. 19-26.
- [153] Bishop, A.W. Shear strength parameters for undisturbed and remoulded soil specimens. Stress – strain behaviour of soils / A.W. Bishop / Proceedings of the Roscoe Memorial Symposium (ed. by R.H.G.Parry). – Cambridge: Cambridge University, 1972. – P. 3-58, 134-139.
- [154] Друккер, Д. Механика грунтов и пластический анализ или предельное проектирование / Д. Друккер, В. Прагер. В книге "Механика. Новое в зарубежной науке.
 2. Определяющие законы механики грунтов"под ред. В.Н.Николаевского (ред. серии А.Ю.Ишлинский, Г.Г.Черный). М.: Мир, 1975. 231 с. С. 166-177.
- [155] Николаевский, В.Н. Послесловие. Современные проблемы механики грунтов / В.Н. Николаевский. – В книге "Механика. Новое в зарубежной науке. 2. Определяющие законы механики грунтов"под ред. В.Н.Николаевского (ред. серии А.Ю.Ишлинский, Г.Г.Черный). – М.: Мир, 1975. – 231 с. – С. 210-229.
- [156] Lebron I., Robinson D.A. Particle Size Segregation during Hand Packing of Coarse Granular Materials and Impacts on Local Pore-Scale Structure / I. Lebron, D.A. Robinson // Vadose Zone Journal. – 2003. – V. 2. – P. 330-337.
- [157] Maximenko, A.L. Plastic behavior of agglomerated powder / A.L. Maximenko, E.A. Olevsky,
 M.B. Shtern // Computational Materials Science. 2008. V. 43. P. 704-709.
- [158] Nott, P.R. Classical and Cosserat plasticity and viscoplasticity models for slow granular flow / P.R. Nott // Acta Mechanica. – 2009. – V. 205. – P. 151-160.
- [159] Edwards, S.F. Statistical Mechanics of Stress Transmission in Disordered Granular Arrays / S.F. Edwards, D.V. Grinev // Phys. Rev. Lett. – 1999. – V. 82, No. 26. – P. 5397-5400.
- [160] Frenkel, G. Structural characterization and statistical properties of two-dimensional granular systems / G. Frenkel, R. Blumenfeld, Z. Grof, P.R. King // Phys. Rev. E. 2008. V. 77. P. 041304.

- [161] Lois, G. Stress correlations in granular materials: An entropic formulation / G. Lois, J. Zhang, T.S. Majmudar, S. Henkes, B. Chakraborty, C.S. O'Hern, R.P. Behringer // Phys. Rev. E. 2009. V. 80. P. 060303(R).
- [162] Snoeijer, J.H. Sheared Force Networks: Anisotropies, Yielding, and Geometry / J.H. Snoeijer,
 W.G. Ellenbroek, T.J.H. Vlugt, M. van Hecke // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. P.
 098001.
- [163] Walton, K. The effective elastic moduli of a random pack of spheres / K. Walton // J. Mech. Phys. Solids. – 1987. – V. 35, iss. 2. – P. 213-226.
- [164] Heyliger, P.R. Cold plastic compaction of powders by a network model / P.R. Heyliger, R.M. McMeeking // J. Mech. Phys. Solids. – 2001. – V. 49, iss. 9. – P. 2031-2054.
- [165] Martin, C.L. Study of particle rearrangement during powder compaction by the Discrete Element Method / C.L. Martin, D. Bouvard, S. Shima // J. Mech. Phys. Solids. – 2003. – V. 51, No. 4. – P. 667-693.
- [166] Martin, C.L. Study of the cold compaction of composite powders by the discrete element method / C.L. Martin, D. Bouvard // Acta Materialia. – 2003. – V. 51, iss. 2. – P. 373-386.
- [167] Rycroft, C.H. Physical test of a particle simulation model in a sheared granular system /
 C.H. Rycroft, A.V. Orpe, A. Kudrolli // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 085002.
- [168] Martin, C.L. Isostatic compaction of bimodal powder mixtures and composites / C.L. Martin, D. Bouvard // International Journal of Mechanical Sciences. – 2004. – V. 46, iss. 6. – P. 907-927.
- [169] Rothenburg, L. Critical state and evolution of coordination number in simulated granular materials / L. Rothenburg, N.P. Kruyt // Int. J. Solids Struct. – 2004. – V. 41, No. 21. – P. 5763-5774.
- [170] Baxter, J. Granular dynamics simulations of two-dimensional heap formation / J. Baxter,
 U. Tüzün, J. Burnell, D.M. Heyes // Phys. Rev. E. 1997. V. 55, No. 3. P. 3546-3554.
- [171] Liu, L.F. Dynamic simulation of the centripetal packing of mono-sized spheres / L.F. Liu,
 Z.P. Zhang, A.B. Yu // Physica A: Statistical and Theoretical Physics. 1999. V. 268,
 No. 3-4. P. 433-453.

- [172] Poschel, T. Computational Granular Dynamics. Models and Algorithms / T. Poschel, T. Schwager. Berlin: Springer, 2005.
- [173] Allen, M.P. Computer Simulation of Liquids / M.P. Allen, D.J. Tildesley. Oxford: Oxford University Press, 2003.
- [174] Vassen, R. Compaction mechanisms of ultrafine SiC powders / R. Vassen, D. Stöver // Powder Technology. – 1992. – V. 72. – P. 223-226.
- [175] Zhao, M. The Effect of Pressure on the Specific Surface Area and Density of Nanocrystalline Ceramic Powders / M. Zhao, X. Li, Z. Wang, L. Song, L. Xiao, B. Xu // NanoStructured Materials. – 1992. – V. 1, No. 5. – P. 379-386.
- [176] Ivanov, V.V. Fabrication of nanoceramic thin wall tubes by magnetic pulsed compaction and thermal sintering / V.V. Ivanov, S.Y. Ivin, V.R. Khrustov, Y.A. Kotov, A.M. Murzakaev, S.N. Paranin, A.V. Spirin, A.V. Nikonov // Science of Sintering. – 2005. – No. 37. – P. 55-60.
- [177] Хрустов, В.Р. Наноструктурные композитные керамические материалы системы ZrO₂– Al₂O₃ / В.Р. Хрустов, В.В. Иванов, Ю.А. Котов, А.С. Кайгородов, О.Ф. Иванова // Физика и химия стекла. – 2007. – Т. 33, вып. 4. – С. 526-535.
- [178] Jullien, R. Three-Dimensional Model for Particle-Size Segregation by Shaking / R. Jullien,
 P. Meakin // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69, No. 4. P. 640-643.
- [179] Vidales, A.M. Simulation of Granular Compacts in two dimensions / A.M. Vidales, V.M. Kenkre, A. Hurd // Granular Matter. - 2001. - V. 3. - P. 141-144.
- [180] Bartels, G. The effect of contact torques on porosity of cohesive powders / G. Bartels, T. Unger, D. Kadau, D.E. Wolf, J. Kertesz // Granular Matter. 2005. V. 7. P. 139-143.
- [181] Lacaze, L. Planar collapse of a granular column: Experiments and discrete element simulations / L. Lacaze, J.C. Phillips, R.R. Kerswell // Phys. Fluids. – 2008. – V. 20, No. 6. – P. 063302.
- [182] Lubachevsky, B.D. Morphology of amorphous layers ballistically deposited on a planar substrate / B.D. Lubachevsky, V. Privman, S.C. Roy // Phys. Rev. E. – 1993. – V. 47, No. 1. – P. 48-53.
- [183] Kumar, V.S. Voronoi neighbor statistics of homogeneously sheared inelastic hard disks and hard spheres / V.S. Kumar, V. Kumaran // Phys. Rev. E. - 2006. - V. 73. - P. 051305.

- [184] Nolan, G.T. Octahedral configurations in random close packing / G.T. Nolan, P.E. Kavanagh // Powder Technology. – 1995. – V. 83. – P. 253-258.
- [185] Donev, A. Pair correlation function characteristics of nearly jammed disordered and ordered hard-sphere packings / A. Donev, S. Torquato, F.H. Stillinger // Phys. Rev. E. - 2005. - V. 71, No. 1. - P. 011105.
- [186] Avery, R.G. The Sorption of Nitrogen in Porous Compacts of Silica and Zirconia Powders / R.G. Avery, J.D.F. Ramsay // J. Colloid Interface Sci. – 1973. – V. 42, No. 3. – P. 597-606.
- [187] Гильберт, Д. Наглядная геометрия. Пер. с нем. С.А. Каменецкого / Д. Гильберт, С. Кон-Фоссен. М.: Наука, 1981. 344 с.
- [188] Радомысельский, И.Д. Исследование величины коэффициента бокового давления при прессовании железных порошков / И.Д. Радомысельский, Г.Г. Сердюк, Ю.И. Ковалев // Порошковая металлургия. – 1966. – №9(45). – С. 6-10.
- [189] Rumpf, H. The Strength of Granules and Agglomerates. In Agglomeration, ed. by W.A. Knepper / H. Rumpf. – New York: Interscience Publishers, 1962. – P. 379-418.
- [190] Кипарисов, С.С. Порошковая металлургия. Изд. второе, перераб. и доп. / С.С. Кипарисов, Г.А. Либенсон. – М.: Металлургия, 1980. – 496 с.
- [191] Reynolds, O. On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact / O. Reynolds
 // Philosophical Magazine. 1885. Ser. 5(20). P. 469-481.
- [192] Herrmann, H.J. Granular matter / H.J. Herrmann // Physica A. 2002. V. 313, iss. 1-2.
 P. 188-210.
- [193] Поваренных, А.С. Твердость минералов / А.С. Поваренных. Киев: Изд-во АН УССР, 1963. – 304 с.
- [194] Matheson, A.J. Computation of a random packing of hard spheres / A.J. Matheson // J. Phys. C: Solid State Phys. - 1974. - V. 7. - P. 2569-2576.
- [195] Castellanos, A. Physics of Compaction of Fine Cohesive Particles / A. Castellanos, J.M. Valverde, M.A.S. Quintanilla // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 94, No. 7. P. 075501.
- [196] Valverde, J.M. Compaction of fine powders: from fluidized agglomerates to primary particles / J.M. Valverde, A. Castellanos // Granular Matter. - 2007. - V. 9. - P. 19-24.

- [197] Pizette, P. Compaction of aggregated ceramic powders: From contact laws to fracture and yield surfaces / P. Pizette, C.L. Martin, G. Delette, P. Sornay, F. Sans // Powder Technology.
 - 2010. - V. 198. - P. 240-250.
- [198] Болтачев, Г.Ш. Компактирование нанопорошков в рамках метода гранулярной динамики / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, Е.А. Чингина, А.С. Ширинян // Материалы четвертой Международной научной конференции "Физико-химические основы формирования и модификации микро- и наноструктур". – Харьков: НФТЦ МОН и НАН Украины, 2010. – 300 с. – С. 212-216.
- [199] Болтачев, Г.Ш. Моделирование процессов компактирования нанопорошков методом гранулярной динамики / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, А.С. Ширинян, Ю.С. Белогородский // Сборник трудов II Международной конференции "Современные проблемы физики конденсированного состояния". – Киев: Киевский национальный университет им. Т.Шевченко, 2010. – С. 45-47.
- [200] Болтачев, Г.Ш. Одноосное уплотнение и упругая разгрузка нанопорошка в рамках метода гранулярной динамики [Электронный ресурс] / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, О.В. Зубарева, Е.А. Чингина, М.Б. Штерн // Труды XVII Зимней школы по механике сплошных сред. – Пермь-Екатеринбург, 2011. – 1 электрон. оптич. диск (CD-ROM).
- [201] Болтачев, Г.Ш. Изучение особенностей прессования нанопорошков методом гранулярной динамики / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, С.В. Заяц, Н.М. Зубарев, А.С. Кайгородов, С.Н. Паранин // Материалы IX Международной научной конференции "Импульсные процессы в механике сплошных сред". – Николаев: КП "Николаевская областная типография", 2011. – 356 с. – С. 68-71.
- [202] Болтачев, Г.Ш. Дилатансия в оксидных нанопорошках / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, К.А. Нагаев, А.Л. Максименко, М.Б. Штерн // Материалы IV Международной научной конференции "Наноструктурные материалы - 2014: Беларусь-Россия-Украина" (НАНО-2014). – Минск: Беларуская навука, 2014. – 432 с. – С. 54-54.
- [203] Болтачев, Г.Ш. Взаимосвязь микро- и макросвойств оксидных наноразмерных порошков применительно к процессам холодного компактирования / Г.Ш. Болтачев, Е.А. Кочурин, А.Л. Максименко, М.Б. Штерн // Тезисы докладов XV Всероссийской школысеминара по проблемам физики конденсированного состояния вещества (СПФКС-15). – Екатеринбург: ИФМ УрО РАН, 2014. – С. 180-180.

- [204] Штерн, М.Б. Влияние схемы прессования на напряженно-деформированное состояние изделий типа втулок. І. Метод исследования влияния схемы прессования на напряженнодеформированное состояние осесимметричных изделий / М.Б. Штерн, И.Д. Радомысельский, Е.Л. Печентковский, Г.Г. Сердюк, Л.А. Максименко // Порошковая металлургия. – 1978. – №3(183). – С. 1-7.
- [205] Штерн, М.Б. Развитие теории прессования и пластического деформирования порошковых материалов / М.Б. Штерн // Порошковая металлургия. – 1992. – №9. – С. 12-24.
- [206] Olevsky, E.A. The permeable element method for modelling of deformation processes in porous and powder materials: theoretical basis and checking by experiments / E.A. Olevsky, G. Timmermans, M.B. Shtern, L. Froyen, L. Delaey // Powder Technology. 1997. V. 93. P. 127-141.
- [207] Olevsky, E.A. Theory of sintering: from discrete to continuum / E.A. Olevsky // Material Science and Engineering: R: Reports. - 1998. - V. 23, No. 2. - P. 41-100.
- [208] Olevsky, E.A. Instability of sintering of porous bodies / E.A. Olevsky, A. Molinari // Intern. J. Plasticity. - 2000. - V. 16. - P. 1-37.
- [209] Олевский, Е.А. Реологические основы процессов консолидации порошков и концепция "среднеквадратичных" / Е.А. Олевский, М.Б. Штерн // Порошковая металлургия. – 2004. – №7-8. – С. 35-45.
- [210] Olevsky, E. Kinetics and stability in compressive and tensile loading of porous bodies / E. Olevsky, A. Molinari // Mechanics of Materials. 2006. V. 38, No. 4. P. 340-366.
- [211] Olevsky, E.A. Densification of porous bodies in a granular pressure-transmitting medium / E.A. Olevsky, J.C. LaSalvia, J. Ma, M.A. Meyers // Acta Mater. – 2007. – V. 55. – P. 1351-1366.
- [212] Болтачев, Г.Ш. Динамика однородной гранулярной среды при импульсном радиальном прессовании / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, В.В. Иванов, С.Н. Паранин // Сборник статей "Зимняя школа по механике сплошных сред (пятнадцатая)". В 3-х частях. Часть 1. – Екатеринбург: УрО РАН, 2007. – С. 127-130.
- [213] Shtern, M. Plastic behavior of agglomerated powder / M. Shtern, E. Olevsky // Comput. Mater. Sci. – 2008. – V. 43. – P. 704-709.

- [214] Скороход, В.В. Среднеквадратичные напряжения и скорости деформации в вязкодеформируемом пористом теле / В.В. Скороход // Порошковая металлургия. – 1965. – №12(36). – С. 31-35.
- [215] Мартынова, И.Ф. Уравнение пластичности пористого тела, учитывающее истинные деформации материала основы / И.Ф. Мартынова, М.Б. Штерн // Порошковая металлургия. – 1978. – №1(181). – С. 23-29.
- [216] Скороход, В.В. Условие пластичности пористых тел / В.В. Скороход, Л.И. Тучинский // Порошковая металлургия. – 1978. – №11(191). – С. 83-87.
- [217] Mackenzie, J.K. The Elastic Constants of a Solid containing Spherical Holes / J.K. Mackenzie // Proc. Phys. Soc. B. – 1950. – V. 63, No. 1. – P. 2-11.
- [218] Мартынова, И.Ф. Уплотнение пористого металла при объемном пластическом деформировании в отсутствие деформационного упрочнения / И.Ф. Мартынова, В.В. Скороход // Порошковая металлургия. – 1976. – №5(161). – С. 14-17.
- [219] Скороход, В.В. Особенности необратимой деформации спеченного пористого тела из упрочняющегося пластичного металла. Сообщение І. / В.В. Скороход, И.Ф. Мартынова // Порошковая металлургия. – 1977. – №4(172). – С. 70-74.
- [220] Скороход В.В., Мартынова И.Ф., Шкляренко В.П. Особенности необратимой деформации спеченного пористого тела из упрочняющегося пластичного металла. Сообщение П. Экспериментальная часть / В.В. Скороход, И.Ф. Мартынова, В.П. Шкляренко // Порошковая металлургия. 1977. №5(173). С. 62-69.
- [221] Трефилов, В.И. Деформационное упрочнение и разрушение поликристаллических металлов / В.И. Трефилов, В.Ф. Моисеев, Э.П. Печковский, И.Д. Горная, А.Д. Васильев. Киев: Наук. Думка, 1989. 256 с.
- [222] Мартынова, И.Ф. Исследование радиального и осевого уплотнения пористого тела методами механики сжимаемого континуума. Сообщ. І. Уплотнение пористых цилиндров в отсутствие ограничения пассивной деформации / И.Ф. Мартынова, В.В. Скороход, М.Б. Штерн // Порошковая металлургия. – 1979. – №9(201). – С. 69-75.
- [223] Мартынова, И.Ф. Исследование радиального и осевого уплотнения пористого тела методами механики сжимаемого континуума. Сообщ. II. Уплотнение пористых цилиндров

в условиях ограничения пассивной деформации / И.Ф. Мартынова, В.В. Скороход, М.Б. Штерн // Порошковая металлургия. – 1979. – №10(202). – С. 20-24.

- [224] Мартынова, И.Ф. Исследование радиального и осевого уплотнения пористого тела методами механики сжимаемого континуума. Сообщ. III. Радиальное обжатие пористой трубы (втулки) из упрочняющегося пластичного металла на жесткой оправке / И.Ф. Мартынова, В.В. Скороход, М.Б. Штерн // Порошковая металлургия. – 1980. – №10. – С. 1-6.
- [225] Green, R.G. A plasticity theory for porous solids / R.G. Green // International Journal of Mechanical Sciences. – 1972. – V. 14, No. 4. – P. 215-226.
- [226] Shima, S. Plasticity theory for porous metals / S. Shima, M. Oyane // International Journal of Mechanical Sciences. – 1976. – V. 18, iss. 6. – P. 285-291.
- [227] Roscoe, K.H. On the generalised stress-strain behaviour of wet clay / K.H. Roscoe, J.B. Burland. – In "Engineering Plasticity: papers for a conference held in Cambridge, March 1968", edited by J. Heyman and F.A. Leckie. – London: Cambridge Univ. Press, 1968. – P. 535-609.
- [228] Paranin, S. Compression of shells by pulsed power current for compaction of thin-wall tubes from nanosized ceramic powders / S. Paranin, V. Ivanov, S. Dobrov, A. Nikonov, V. Khrustov / Proceedings of Ninth International Conference on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics. Moscow – St.-Petersburg, 2002. – P. 132-136.
- [229] Paranin, S. Densification of Nano-Sized Alumina Powders under Radial Magnetic Pulsed Compaction / S. Paranin, V. Ivanov, A. Nikonov, A. Spirin, V. Khrustov, S. Ivin, A. Kaygorodov, P. Korolev // Advances in Science and Technology. – 2006. – V. 45. – P. 899-904.
- [230] Киселев, С.П. Об эффекте волнообразования при ударно–волновом компактировании порошков / С.П. Киселев, В.П. Киселев // ПМТФ. – 2006. – Т. 47, №1. – С. 119-130.
- [231] Kotov, Y.A. Synthesis of nanometer-sized powders of alumina containing magnesia / Y.A. Kotov, E.I. Azarkevich, I.V. Beketov, A.M. Murzakaev // Proc. 9-th Cimtec "Ceramics: Getting into the 2000's". Florence: Elsevier, 1999. Part B. P. 277-284.

- [232] Малыгин, Г.А. Анализ факторов, вызывающих нестабильность деформации и потерю пластичности облученной нейтронами меди / Г.А. Малыгин // ФТТ. – 2005. – Т. 47, вып. 4. – С. 632-638.
- [233] Малыгин, Г.А. Пластичность и прочность микро- и нанокристаллических материалов (Обзор) / Г.А. Малыгин // ФТТ. – 2007. – Т. 49, вып. 6. – С. 961-982.
- [234] Дрешер, А. Проверка механической модели течения гранулированного материала методами фотоупругости / А. Дрешер, Ж. де Йоселен де Йонг. – В книге "Механика. Новое в зарубежной науке. 2. Определяющие законы механики грунтов"под ред. В.Н.Николаевского (ред. серии А.Ю.Ишлинский, Г.Г.Черный). – М.: Мир, 1975. – 231 с. – С. 144-165.
- [235] Rudnicki, J.W. Conditions for the Localization of Deformation in Pressure-Sensitive Dilatant Materials / J.W. Rudnicki, J.R. Rice // J. Mech. Phys. Solids. – 1975. – V. 23, No. 6. – P. 371-394.
- [236] Гарагаш, И.А. Неассоциированные законы течения и локализация пластической деформации / И.А. Гарагаш, В.Н. Николаевский // Успехи механики (Варшава). – 1989. – Т. 12, №1. – С. 131-183.
- [237] Holcomb, D.J. Inelastic constitutive properties and shear localization in Tennessee marble / D.J. Holcomb, J.W. Rudnicki // Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. – 2001. – V. 25. – P. 109-129.
- [238] Болтачев, Г.Ш. Характерные особенности механического поведения наноразмерных порошков / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, М.Б. Штерн // Тезисы IV Международной научной конференции "Наноразмерные системы: строение, свойства, технологии (НАНСИС-2013)". – Киев: "ТИМ-Сервис", 2013. – 578 с. – С. 28-28.
- [239] Болтачев, Г.Ш. Преодоление высокого адгезионного сцепления нанопорошков за счет инерционных эффектов в процессах магнитно-импульсного компактирования / Г.Ш. Болтачев // Перспективные технологии консолидации материалов с применением электромагниных полей. 3-й Научный семинар. Тезисы докладов. – М.: НИЯУ МИФИ, 2014. – 52 с. – С. 31-33.
- [240] Жданович, Г.М. Теория прессования металлических порошков / Г.М. Жданович. М.: "Металлургия", 1969. – 263 с.

- [241] Райченко, А.И. Уплотнение железного порошка в магнито-импульсном поле / А.И. Райченко, Д.А. Левина, Т.В. Петрина // Порошковая металлургия. – 1971. – №7(103). – С. 95-97.
- [242] Иванов, В.В. Нанокерамика стабилизированного оксида циркония, полученная магнитоимпульсным прессованием наноразмерных порошков / В.В. Иванов, В.Р. Хрустов, С.Н. Паранин, А.И. Медведев, А.К. Штольц, О.Ф. Иванова, А.А. Ноздрин // Физика и химия стекла. – 2005. – Т. 31, вып. 4. – С. 625-634.
- [243] Бондалетов, В.Н. Индукционное ускорение проводников / В.Н. Бондалетов // ЖТФ. 1967. – Т. 37, №2. – С. 280-287.
- [244] Кнопфель, Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. Методы генерации и физические эффекты, связанные с созданием импульсных полей мегаэрстедного диапазона. Пер. с англ. Ф.А. Николаева и Ю.П. Свириденко / Г. Кнопфель. – М.: Мир, 1972. – 392 с.
- [245] Белан, В.Г. Потери энергии на пластическую деформацию при радиальном сжатии цилиндрической оболочки / В.Г. Белан, С.Т. Дурманов, И.А. Иванов, В.Ф. Левашов, В.Л. Подковыров // ПМТФ. – 1983. – №2. – С. 109-115.
- [246] Бондалетов, В.Н. Исследование эффективности ускорения проводников в импульсном магнитном поле соленоида / В.Н. Бондалетов, Е.Н. Иванов, С.Р. Петров, В.А. Тютькин // ПМТФ. – 1983. – №2. – С. 82-86.
- [247] Фридман, Б.Э. Об использовании больших импульсных токов в опытах по динамическому сжатию твердых тел / Б.Э. Фридман, Ф.Г. Рутберг // ЖТФ. – 1996. – Т. 66, вып. 2. – С. 123-131.
- [248] Ivanov, V.V. Production and Compaction of Nanocrystalline Powder Using Pulse Powder Technology / V.V. Ivanov, Yu.A. Kotov, R. Boehme, C. Schultheiss, G. Schumacher // KFK-Nachrichten. – 1993. – V. 25, No. 3. – P. 151-157.
- [249] Иванов, В.В. Метод определения динамических адиабат сжатия порошков / В.В. Иванов, А.А. Ноздрин // Письма в ЖТФ. – 1997. – Т. 23, №13. – С. 76-80.
- [250] Ноздрин, А.А. Датчик для измерения силы в магнитно-импульсном прессе / А.А. Ноздрин, В.В. Иванов, А.Н. Вихрев // Приборы и техника эксперимента. – 1997. – №2. – С. 126-130.

- [251] Иванов В.В., Ноздрин А.А., Паранин С.Н. Плоский индуктор для магнитно-импульсного прессования изделий из наноразмерных порошков / В.В. Иванов, А.А. Ноздрин, С.Н. Паранин // Патент РФ №2417861 от 10 мая 2011, бюл. №13.
- [252] Иванов, В.В. Установка магнитно-импульсного прессования наноразмерных порошков / В.В. Иванов, А.А. Ноздрин, С.Н. Паранин // Патент РФ №2422245 от 27 июня 2011, бюл. №18.
- [253] Яворский, Б.М. Справочник по физике: 3-е изд., испр. / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф.
 М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. 624 с.
- [254] Ивашутенко, А.С. Корундово-циркониевая нанокерамика, полученная с использованием высокоинтенсивных потоков энергии: автореф. дис. ... канд. тех. наук: 01.04.07 / Ивашутенко Александр Сергеевич. – Томск, 2010. – 22 с.
- [255] Болтачев, Г.Ш. Ударно-волновое компактирование нанопорошка на одноосном магнитно-импульсном прессе / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, В.В. Иванов, А.С. Кайгородов // Сборник статей "Физика экстремальных состояний вещества — 2008". Под ред. Фортова В.Е. и др. – Черноголовка: Институт проблем химической физики РАН, 2008. – С. 119-121.
- [256] Болтачев, Г.Ш. Моделирование ударно-волнового компактирования нанопорошков / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, А.С. Кайгородов // Наноматериалы (Том 2) (Сборник докладов Харьковской нанотехнологической ассамблеи-2008). – Харьков: ННЦ ХФТИ, 2008. – С. 112-115.
- [257] Максименко, Л.А. О существовании сильных ударных волн при высокоскоростном прессовании металлических порошков / Л.А. Максименко, М.Б. Штерн, И.Д. Радомысельский, Г.Г. Сердюк // Порошковая металлургия. – 1972. – №4(112). – С. 17-20.
- [258] Седов, Л.И. Механика сплошной среды, т. 1 / Л.И. Седов. М.: Наука, 1976. 536 с.
- [259] Зельдович, Я.Б. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений / Я.Б. Зельдович, Ю.П. Райзер. – М.: Наука, 1966. – 688 с.
- [260] Плюммер, Р. Обработка порошкообразных материалов взрывом / Р. Плюммер. М.: Мир, 1990. – 128 с.

- [261] Bengisu, M. Densification and mechanical properties of shock-treated alumina and its composites / M. Bengisu, O.T. Inal // Journal of Materials Science. – 1994. – V. 29. – P. 4824-4833.
- [262] Meyers, M.A. Shock consolidation: Microstructurally-based analysis and computational modelling / M.A. Meyers, D.J. Benson, E.A. Olevsky // Acta mater. – 1999. – V. 47, No. 7. – P. 2089-2108.
- [263] Nicholas, T. An Offset Yield Criterion from Precursor Decay Analysis / T. Nicholas, A.M. Rajendran, D.J. Grove // Acta Mechanica. – 1987. – V. 69. – P. 205-218.
- [264] Сердюк, Г.Г. Ударное прессование металлических порошков (теоретическое исследование) / Г.Г. Сердюк, Л.И. Свистун. – В книге "Реологические модели и процессы деформирования пористых порошковых и композиционных материалов". – Киев: Наук. думка, 1985. – С. 115-126.
- [265] Поляков, А.П. Математическое моделирование процесса динамического прессования порошкового материала / А.П. Поляков, М.С. Мокроусова // КШП ОМД. – 2004. – №2. – С. 20-22, 27-30.
- [266] Shock Wave Science and Technology Reference Library, Vol. 2: Solids I. Edited by Y. Horie.
 Berlin: Springer, 2007.
- [267] Радомысельский, И.Д. О расчете давлений при ударном неизэнтропическом прессовании металлических порошков / И.Д. Радомысельский, Г.Г. Сердюк, М.Б. Трахтенберг, М.Б. Штерн, Л.А. Максименко // Порошковая металлургия. – 1974. – №12(144). – С. 22-26.
- [268] Болтачев, Г.Ш. Ударно-волновое уплотнение гранулированной среды / Г.Ш. Болтачев,
 Н.Б. Волков, В.В. Иванов, А.С. Кайгородов // Тезисы IX Международной конференции
 "Забабахинские научные чтения". Снежинск: Издательство РФЯЦ–ВНИИТФ, 2007. –
 С. 246-247.
- [269] Болтачев, Г.Ш. Изменение состояния гранулированной среды при воздействии ударных волн малой амплитуды / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, В.В. Иванов, А.С. Кайгородов // Тезисы XXIII Международной конференции "УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕ-СТВА". – Эльбрус: ИПХФ РАН, 2008. – С. 88-89.

- [270] Болтачев, Г.Ш. Ударно-волновое компактирование нанопорошков / Г.Ш. Болтачев,
 Н.Б. Волков, А.С. Кайгородов // Тезисы докладов XII Российской конференции по теплофизическим свойствам веществ "Теплофизические свойства веществ и материалов".
 – М.: Интерконтакт Наука, 2008. – 306 с. – С. 22-23.
- [271] Миронов, В.А. Прогрессивные способы производства деталей машин и приборов из порошковых материалов / В.А. Миронов. – Рига: Зинатне, 1974. – 87 с.
- [272] Васин, Р.А. Динамические зависимости между напряжениями и деформациями / Р.А. Васин, В.С. Ленский, Э.В. Ленский / Проблемы динамики упруго-пластических сред. Сборник обзоров под ред. Г.С. Шапиро. – М.: Мир, 1975. – С. 7-38.
- [273] Малыгин, Г.А. Анализ скоростной чувствительности напряжений течения нанокристаллических металлов с ГЦК- и ОЦК-решетками / Г.А. Малыгин // ФТТ. 2007.
 Т. 49, вып. 12. С. 2161-2168.
- [274] Boltachev, G.Sh. The Influence of the Conductive Shell Material on the Effectiveness of Magnetic Pulsed Compaction of Nanopowders / G.Sh. Boltachev, N.B. Volkov, S.N. Paranin, A.V. Spirin // Proceedings of the 15-th International Symposium on High Current Electronics. – Tomsk: Publishing house of the IAO SB RAS, 2008. – 545 p. – P. 484-487.
- [275] Boltachev, G.Sh. Deformation Dynamics of Radially Loaded Tubular Conductive Shell under High Pulsed Magnetic Field at Comparable Thickness of Wall and Skin-Layer / G.Sh. Boltachev, N.B. Volkov, S.N. Paranin, A.V. Spirin // Proceedings of the 15-th International Symposium on High Current Electronics. – Tomsk: Publishing house of the IAO SB RAS, 2008. – 545 p. – P. 488-491.
- [276] Болтачев, Г.Ш. Движение цилиндрической проводящей оболочки в продольном импульсном магнитном поле [Электронный ресурс] / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, Н.М. Зубарев // Труды XVI Зимней школы по механике сплошных сред "Механика сплошных сред как основа современных технологий". – Пермь: ИМСС УрО РАН, 2009. – 1 электрон. оптич. диск (CD-ROM).
- [277] Болтачев, Г.Ш. Определение параметров упрочнения материала по сжатию цилиндрической оболочки в продольном импульсном магнитном поле [Электронный ресурс] / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, О.В. Зубарева, С.Н. Паранин, А.В. Спирин // Труды XVI Зимней школы по механике сплошных сред "Механика сплошных сред как основа со-

временных технологий". – Пермь: ИМСС УрО РАН, 2009. – 1 электрон. оптич. диск (CD-ROM).

- [278] Роуч, П. Вычислительная гидродинамика / П. Роуч. М.: Мир, 1980.
- [279] Борисов, С.Ф. Численные методы в теплофизике: Электронный учебно-методический комплекс / С.Ф. Борисов, Г.Ш. Болтачев, В.Г. Черняк. – Екатеринбург: Уральский гос. ун-т, 2004.
- [280] Шнеерсон, Г.А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов / Г.А. Шнеерсон. / Ленинград: Энергоиздат, 1981. – 200 с.
- [281] Сильные и сверхсильные магнитные поля и их применения: Пер. с англ. под ред. Ф. Херлаха. – М.: Мир, 1988. – 456 с.
- [282] Шнеерсон, Г.А. Основы техники получения сильных и сверхсильных импульсных магнитных полей. Учебное пособие / Г.А. Шнеерсон. – Санкт-Петербург: Издат. Политехнического университета, 2010. – 310 с.
- [283] Спирин А.В. Исследование режимов магнитно-импульсного прессования для получения тонкостенных трубчатых твердооксидных элементов: дис. ... канд. тех. наук: 01.04.13 / Спирин Алексей Викторович. – Екатеринбург, 2013. – 142 с.
- [284] Карслоу, Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер. М.: Наука, 1964.
- [285] Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. Под ред. М.Абрамовица и И.Стигана. Пер. с англ. под ред. В.А.Диткина и Л.Н.Кармазиной. – М.: Наука, 1979.
- [286] Витков, М.Г. Проникновение импульсного магнитного поля внутрь цилиндрического экрана / М.Г. Витков. // ЖТФ. – 1965. – Т. 35, №3. – С. 410-413.
- [287] Болтачев, Г.Ш. Биметаллические цилиндры во внешнем импульсном магнитном поле / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, С.Н. Паранин, А.В. Спирин // Материалы Международной научной конференции "Импульсные процессы в механике сплошных сред". – Николаев: КП Николаевская областная типография, 2009. – С. 94-95.
- [288] Ivanov, V.V. Formation of metal matrix composite by magnetic pulsed compaction of partially oxidized Al nanopowder / V.V. Ivanov, S.V. Zajats, A.I. Medvedev, A.K. Shtol'ts, I.A. Pereturina, C.K. Rhee, G.H. Lee // J. Mater. Sci. – 2004. – V. 39. – P. 5231-5234.

[289] Болтачев, Г.Ш. Эффективность прессования нанопорошков по схемам Z- и Θ-пинчей / Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, Е.А. Чингина // Тезисы докладов XV Всероссийской школы-семинара по проблемам физики конденсированного состояния вещества (СПФКС-15). – Екатеринбург: ИФМ УрО РАН, 2014. – С. 179-179.